

CONSIDERACIÓN DE LAS COLUMNAS CORTAS EN LA VULNERABILIDAD SÍSMICA DE LAS ESTRUCTURAS

Por

Norberto José Rojas Mercedes

Tesis sometida en cumplimiento parcial
de los requisitos para el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

en

Ingeniería Civil

**UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ
2005**

Aprobado por:

Luis E. Suárez Colche, Ph.D.
Miembro, Comité Graduado

Fecha

Ricardo R. López Rodríguez, Ph.D.
Miembro, Comité Graduado

Fecha

José A. Martínez Cruzado, Ph.D.
Presidente, Comité Graduado

Fecha

Víctor Huérfano Moreno, Ph.D.
Representante de Estudios Graduados

Fecha

Ismael Pagán Trinidad, MSCE
Director del Departamento

Fecha

ABSTRACT

It has been observed that in recent earthquakes the short column effect has caused damage. The main objective of this investigation was to develop a simple methodology to identify the short column effect. The methodology was based on the aspect ratio of columns of typical sections laterally confined up to certain height. The results of this study are summarized in several graphs that allow to discern between brittle failures (shear) and ductile (flexure) of short columns. Having observed the damages caused by several earthquakes from the past, a plot has been proposed to estimate damages from such short column effect.

RESUMEN

Se ha observado en terremotos recientes que el efecto de columna corta ha sido uno de los fenómenos que ha causado daño. El objetivo principal de esta investigación fue desarrollar una metodología simple para identificar las columnas con alta vulnerabilidad a sufrir el efecto de columna corta. La misma se basó en la razón de esbeltez de columnas de secciones típicas confinadas lateralmente hasta cierta altura. Los resultados de este estudio se resumen en varios gráficos que permiten discernir entre fallas quebradizas (por cortante) y dúctiles (por flexión) de columnas cortas. A su vez, de los daños observados en diversos terremotos, se propone un gráfico para estimar daños por la presencia de dicho efecto.

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo, quiero dar las gracias a Dios, por haberme permitido llegar donde estoy y porque a pesar de los momentos difíciles, me sigues demostrando que eres un Dios fiel. En segundo lugar quiero agradecer a mi esposa Gina María, por su amor incondicional, a mis hijos Eduardo José y Diego Andrés, porque ustedes son mi mayor inspiración en la vida. A mi padre, Dr. Norberto Rojas Canela y en especial a mi madre Lcda. Geralda Mercedes Acosta por haber sido mi mayor apoyo en todo este tiempo y porque sin su constante aliento no hubiera podido culminar. A mis hermanos, por todo el apoyo recibido. A mi hermano, padre, amigo, Ramón Matos (niño) por sus oraciones y por su apoyo siempre incondicional.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento de manera muy especial al Dr. José A. Martínez Cruzado, mi consejero de tesis, por su comprensión y por haberme tendido la mano en el momento que más lo necesité. A los miembros de mi comité Dr. Luis Suárez y Dr. Ricardo López, por las correcciones hechas a este trabajo, por su paciencia y tiempo. Al mismo tiempo, expreso mi más sincero agradecimiento al Dr. Víctor Huérfano, representante de Estudios Graduados, por sus sugerencias en el mejoramiento de este documento. Agradezco de manera especial a la Autoridad de Edificios Públicos de Mayagüez, por haber otorgado las facilidades en la obtención de los planos.

Agradezco a todas las personas que me brindaron su amistad, en especial a Amilcar Quispitupa y Jhon Jairo Gil, porque ustedes me demostraron que son más que amigos, estando conmigo en los momentos más difíciles y en los más felices. Muchas gracias.

Agradezco a Orlando Cundumí y a todas las personas que con sus sugerencias aportaron en la elaboración de esta tesis. A Amelia Mieses y Héctor López, por su confianza y cariño a mi familia.

Finalmente, agradezco al Padre Miguel Encarnación por su apoyo y sus consejos y a doña Dalila Montalvo y su familia por las atenciones dispensadas hacia mi y mi familia. Muchas gracias a todos.

TABLA DE CONTENIDO

ABSTRACT	ii
RESUMEN	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
TABLA DE CONTENIDO.....	vi
LISTA DE TABLAS	viii
LISTA DE FIGURAS	x
1 INTRODUCCIÓN	13
1.1 Motivación	13
1.2 Efecto de columna corta	15
1.3 Formación del efecto de columna corta	19
1.4 Objetivos.....	21
1.5 Organización.....	21
2 REVISIÓN DE LITERATURA	23
2.1 Introducción.....	23
2.2 Comportamiento de las columnas cortas en algunos terremotos.....	23
2.2.1 Terremoto de Izmit (Koaeli), Turquía 17 agosto 1999	24
2.2.2 Terremoto de Chi-Chi, Taiwán en septiembre de 1999	25
2.2.3 Terremoto de Arequipa, Perú en junio del 2001.....	26
2.3 Trabajos previos	27
2.4 Prevención de la formación del efecto de columna corta.....	30
3 METODOLOGÍA.....	36
3.1 Introducción.....	36
3.2 Modelos utilizados.....	36
3.2.1 Modelo de columna corta	36
3.2.2 Capacidad nominal a flexión de la sección	39
3.3 Comparación de la capacidad nominal de la sección y momento debido al efecto de columna corta	44
3.4 Parámetros identificados	45
3.5 Selección de estructuras a analizar	46
3.6 Inventario de planos de escuelas	47

3.7	Procesamiento de datos.....	52
3.7.1	Distribución de aros transversales considerada	55
3.7.2	Distribución de acero longitudinal considerada para calcular la capacidad a flexión M_n	56
3.7.3	Ejemplo del procedimiento.....	62
3.8	Curvas generadas.....	70
3.8.1	Procedimiento estadístico	70
3.8.2	Otras secciones de columna consideradas	71
3.8.3	Gráficos propuestos	72
3.9	Estimación de daño debido a la presencia de columnas cortas	93
4	EJEMPLO DE APLICACIÓN	97
4.1	Introducción.....	97
4.2	Descripción de la estructura.....	97
4.3	Resultados numéricos	101
4.4	Discusión de resultados	104
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	106
5.1	Resumen.....	106
5.2	Conclusiones.....	108
5.3	Recomendaciones para trabajos futuros.....	110
	BIBLIOGRAFÍA	111
	APÉNDICE A.....	113
A.1	Introducción	113
A.2	Capacidad Nominal de la Sección.....	114
A.2.1	Cálculo de la carga balanceada	116
A.2.2	Carga axial $P > P_b$	117
A.2.3	Carga axial $P < P_b$	119
	APÉNDICE B	121
B.1	Introducción	121
B.2	Análisis de carga muerta	122
B.3	Análisis de carga viva	124
B.4	Carga de servicio por piso.....	125

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1: Comparación de fuerza cortante en columnas cortas [3].	18
Tabla 3.1: Resumen de los datos encontrados en inventario planos.	51
Tabla 3.2: Secciones de columna consideradas: a) Dirección débil (n = 15).....	54
Tabla 3.3: Distribución real del acero longitudinal en columnas confinadas en su dirección débil.	58
Tabla 3.4: Distribución real del acero longitudinal en columnas confinadas en su dirección fuerte.....	58
Tabla 3.5: Distribución promedio y aproximada del acero longitudinal.	59
Tabla 3.6: Variación aproximada de la distribución de acero longitudinal.	59
Tabla 3.7: Corrida del programa para $\rho = 1\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	67
Tabla 3.8: Corrida del programa para $\rho = 1.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	67
Tabla 3.9: Corrida del programa para $\rho = 2\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	68
Tabla 3.10: Corrida del programa para $\rho = 2.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	68
Tabla 3.11: Corrida del programa para $\rho = 3\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	69
Tabla 3.12: Corrida del programa para $\rho = 3.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	69
Tabla 3.13: Corrida del programa para $\rho = 4\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$	70
Tabla 3.14: Otras secciones consideradas: a) Dirección débil (n = 16) y b) Dirección fuerte (n = 26).	72
Tabla 3.15: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 3\text{ ksi}$, $b = [16 - 24]\text{ in}$, $h = [12 - 16]\text{ in}$ y $s = 12\text{ in}$	73

Tabla 3.16: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [16- 24]$ in y $h = [12- 16]$ in y $s = 12$ in.	74
Tabla 3.17: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 3$ ksi, $b = [26 - 36]$ in, $h = [18 - 24]$ in y $s = 12$ in.	74
Tabla 3.18: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [26 - 36]$ in, $h = [18 - 24]$ in y $s = 12$ in.	75
Tabla 3.19: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 3$ ksi, $b = [12 - 24]$ in, $h = [12 - 24]$ in y $s = 12$ in. (Columnas Confinadas en su dirección fuerte)	75
Tabla 3.20: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [12 - 24]$ in, $h = [12 - 24]$ in y $s = 12$ in. (Columnas Confinadas en su dirección fuerte)	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Comportamiento de las columnas cortas [2].	16
Figura 1.2: Falla típica por cortante en columnas cortas [2].	17
Figura 1.3: Efecto de columna corta en términos de incremento en rigidez.	18
Figura 1.4: Ejemplos de formación de efecto de columna corta [2].	19
Figura 1.5: Típica formación de columna corta en escuelas [2].	20
Figura 2.1: Daños por efecto de columna corta en el terremoto de Izmit, Turquía 1999 [4].	24
Figura 2.2: Escuela colapsada debido a efecto de columna corta [5].	25
Figura 2.3: Columna corta en escuela en (a) Camaná [6.a] y (b) Tacna [6.b].	26
Figura 2.4: Colapso parcial de escuela por columnas cortas en Moquegua, Perú [6.b].	27
Figura 2.5: Detalle del refuerzo en un edificio con efecto de columna corta en algunas columnas [12].	31
Figura 2.6: Columna con paredes separadas evitando el efecto de columna corta.	32
Figura 2.7: Separación de las paredes de las columnas con material elastomérico [6.a].	33
Figura 2.8: Planta típica de una escuela en Puerto Rico.	33
Figura 2.9: Diseño de pared sugerido por Martínez - Cruzado y López [13].	34
Figura 2.10: Fachada frontal de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida [13].	35
Figura 2.11: Fachada posterior de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida [13].	35
Figura 3.1: Modelo de columna corta utilizado.	37
Figura 3.2: Diagrama de interacción de sección de columna de hormigón armado cargada excéntricamente.	40

Figura 3.3: Diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos sección transversal columna.....	41
Figura 3.4: Escuela típica en Puerto Rico.....	46
Figura 3.5: Salón de clases típico de escuela.	49
Figura 3.6: Distribución del acero transversal hallado en el inventario de planos.....	52
Figura 3.7: Área de aros transversales considerada.	55
Figura 3.8: Distribución de acero longitudinal en secciones de columna halladas en escuelas.....	56
Figura 3.9: Modelo de distribución de acero longitudinal.	57
Figura 3.10: Diagrama de interacción comparativo para la dirección débil de la columna.	60
Figura 3.11: Diagrama de interacción comparativo para la dirección fuerte de la columna.....	61
Figura 3.12: Configuración de la columna del ejemplo.	62
Figura 3.13: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [16-24]\text{ in}$, $h = [12-16]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$	77
Figura 3.14: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ ksi}$, $b = [16-24]\text{ in}$, $h = [12-16]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$	78
Figura 3.15: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [16-24]\text{ in}$, $h = [12-16]\text{ in}$, $s = 6\text{ in}$	79
Figura 3.16: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ ksi}$, $b = [16-24]\text{ in}$, $h = [12-16]\text{ in}$, $s = 6\text{ in}$	80
Figura 3.17: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [12 - 24]\text{ in}$, $h = [12 - 24]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$	81
Figura 3.18: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [12 - 24]\text{ in}$, $h = [12 - 24]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$	82
Figura 3.19: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [12 - 24]\text{ in}$, $h = [12 - 24]\text{ in}$, $s = 6\text{ in}$	83
Figura 3.20: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [12 - 24]\text{ in}$, $h = [12 - 24]\text{ in}$, $s = 6\text{ in}$	84
Figura 3.21: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [26 - 32]\text{ in}$, $h = [26 - 32]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$	85

Figura 3.22: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [26 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 12$ in.....	86
Figura 3.23: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [26 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 6$ in.....	87
Figura 3.24: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [26 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 6$ in.....	88
Figura 3.25: P/P_o vs L/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [18 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 12$ in.....	89
Figura 3.26: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [18 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 12$ in.....	90
Figura 3.27: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [18 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 6$ in.....	91
Figura 3.28: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [18 - 32]$ in, $h = [26 - 32]$ in, $s = 6$ in.....	92
Figura 3.29: Escenarios de condición de daño.	95
Figura 3.30: Delimitación de regiones de condición de daño.	96
Figura 3.31: Regiones de condición de daño.	96
Figura 4.1: Fachada posterior de la escuela del ejemplo.	98
Figura 4.2: Pasillo interior de la escuela del ejemplo.	98
Figura 4.3: Sección transversal de la columna interior (a) y exterior (b).	99
Figura 4.4: Solución del ejemplo.	103
Figura A.1: Diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos de la sección transversal de columna.	114
Figura B.1: Salón de clase típico en Puerto Rico	121

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

La isla de Puerto Rico se encuentra expuesta a una gran actividad sísmica debido a que está en la zona de contacto entre la placa del Caribe y la placa de Norteamérica. Además de existir fallas sísmicas alrededor de toda la isla y dentro de la misma. Esta gran actividad, se evidencia en que sólo en el 2004, la Red Sísmica de Puerto Rico, registró un total de 1,047 sismos [1]. Históricamente, la Isla ha sido azotada por varios terremotos destructivos, siendo el más reciente el del 11 de Octubre de 1918, el cual afectó parte de la costa oeste de la Isla. Se puede concluir que la ocurrencia de un terremoto de alta intensidad en el futuro es evidente.

Ante la amenaza que esta situación representa, la Cámara de Representantes de Puerto Rico aprobó la Resolución Conjunta #2490 del 10 de mayo de 1999, en donde autorizan a la Oficina del Comisionado de Seguros de Puerto Rico a realizar un estudio sobre la vulnerabilidad a catástrofes naturales de las propiedades ubicadas en la isla. El objetivo principal del estudio es desarrollar un sistema estructurado para ayudar en la determinación del riesgo causado por fenómenos naturales (viento, terremotos, inundaciones) en escenarios típicos del mercado de las agencias aseguradoras en Puerto Rico. Este

proyecto ha sido dividido en varios sub-proyectos, siendo uno de ellos el estudio de los parámetros más importantes que afectan la capacidad a resistir terremotos de los edificios.

Uno de los fenómenos que afectan a las estructuras y que con frecuencia han sido observados durante los terremotos ocurridos en las décadas más recientes, es el llamado efecto de columna corta. Su presencia ha originado inclusive, el colapso de pisos completos. Dicho efecto se produce cuando las columnas están lateralmente confinadas hasta cierta altura por elementos no estructurales como paredes de mampostería, las cuales disminuyen su longitud efectiva y como consecuencia, la razón de fuerza cortante a momento aplicado aumenta significativamente. Este acortamiento de altura efectiva de la columna generalmente no se toma en cuenta al momento de diseñar.

Este fenómeno ha sido estudiado por varios investigadores los cuales se han enfocado en la prevención de este efecto mediante el arreglo del refuerzo principal de las columnas. Sin embargo, no se ha enfocado desde el punto de vista de qué razón de esbeltez de la columna podría modificarse para evitar que se produzca el efecto de columna corta. Esta investigación se centrará en determinar la longitud de transición entre la falla por cortante, característica del efecto de columna corta y la falla por flexión, para columnas típicas de

estructuras construidas en Puerto Rico y a su vez, estimar el daño esperado en estructuras que presenten dicho efecto. El resultado de este estudio tiene que quedar lo suficientemente simplificado de manera que sea de fácil aplicación para las compañías de seguros.

1.2 Efecto de columna corta

Durante terremotos pasados se ha observado que edificios aporticados de hormigón armado, con columnas de diferentes alturas libres dentro de un mismo piso, sufrieron más daño en las columnas más cortas comparadas con las columnas más largas [2].

Para que las estructuras no colapsen durante un terremoto éstas deben ser capaces de absorber o consumir la energía entrante mediante los miembros portantes de la misma. Las columnas consumen esta energía mediante los desplazamientos que experimentan. Como los desplazamientos de las columnas son proporcionales a sus longitudes, la capacidad de consumir energía en las columnas cortas es muy baja. Por esta razón, las columnas cortas son los elementos que más daño infligen a la construcción [3].

El pobre comportamiento de las columnas cortas se debe al hecho que en un terremoto, columnas de diferentes alturas libres tendrán la misma demanda

de desplazamiento lateral, como se muestra en el esquema de la Figura 1.1. Sin embargo, al ser las columnas cortas más rígidas que las columnas más largas, éstas atraen mucho más fuerza horizontal.

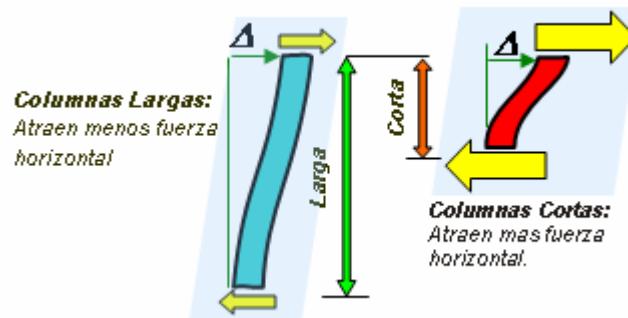


Figura 1.1: Comportamiento de las columnas cortas [2].

Mayor rigidez lateral de una columna implica mayor resistencia a la deformación, por tanto mientras mayor es la rigidez, mayor será la fuerza necesaria para deformarla. Si una columna corta no está diseñada adecuadamente para resistir esta fuerza, va a sufrir daño durante el evento telúrico. A este comportamiento se le ha llamado “Efecto de Columna Corta”. El daño en este tipo de elemento se presenta a menudo en una grieta en forma de X, como lo muestra la Figura 1.2, debido a fuerzas bi-dimensionales ocasionando fallas en cortante.



Figura 1.2: Falla típica por cortante en columnas cortas [2].

La longitud de una columna juega un papel muy importante en términos de la fuerza cortante que estas enfrentan bajo cargas sísmicas. Previamente se mencionó que las columnas cortas atraen mucho más fuerza horizontal que una columna larga, pero ¿Qué tan grande puede ser esta fuerza? Para tener una idea, se calcula la rigidez de una columna, haciendo variar su altura desde h , hasta una altura de $0.2 h$, presumiendo que la rigidez está dada por $Q = 12 \cdot E \cdot I / h^3$, que es la rigidez de una columna para un “Shear Building”, donde E es el módulo de elasticidad e I es el momento de inercia de la sección transversal. Como se mencionó anteriormente, a mayor rigidez, mayor será la fuerza que atraerá el elemento de columna para desplazar la columna una cantidad unitaria. Si se calcula la rigidez Q para cada caso y luego se divide cada Q entre el Q_1 , o sea para el caso en que la longitud de la columna es h , se obtiene la Tabla 1.1:

Tabla 1.1: Comparación de fuerza cortante en columnas cortas [3].

Caso No.	Altura Columna	Fuerza Cortante	Razón (Qi/Q1)
1	h	$Q1 = 12EI/h^3$	1.00
2	0.8h	$Q2 = 23.44EI/h^3$	1.95
3	0.6h	$Q3 = 55.56EI/h^3$	4.63
4	0.4h	$Q4 = 187.50EI/h^3$	15.63
5	0.2h	$Q5 = 1,500EI/h^3$	125.00

Si se grafica la altura de la columna contra la razón de Q_i/Q_1 , se obtiene la

Figura 1.3:

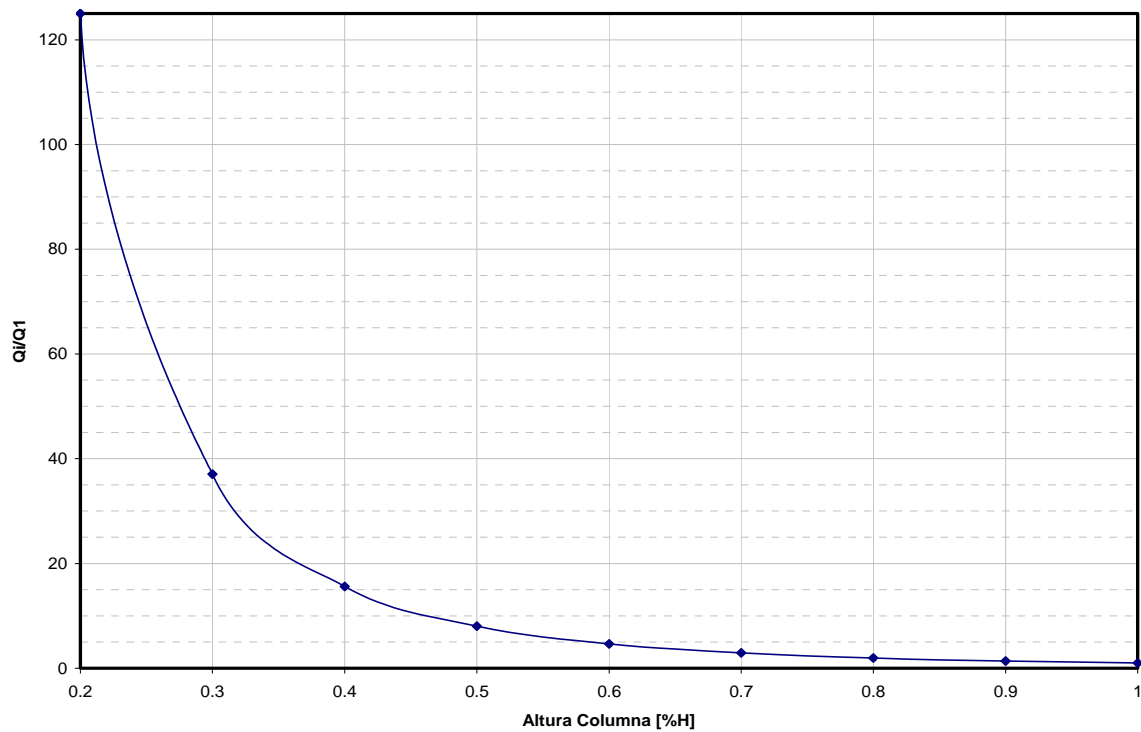


Figura 1.3: Efecto de columna corta en términos de incremento en rigidez.

Aquí se puede apreciar como va aumentando la fuerza horizontal en una columna a medida que se va disminuyendo su altura libre, esto es, la fuerza cortante que una columna soportará bajo cargas laterales es proporcional al cubo de su longitud. Por tanto, si esta fuerza no se toma en cuenta a la hora de diseñar, probablemente el miembro no soportará dicha fuerza y fallará en cortante.

1.3 Formación del efecto de columna corta

El efecto de columna corta se presenta a menudo de forma accidental, en muchas edificaciones. Por ejemplo, éste es el caso de un edificio cimentado en un terreno con inclinación, como lo muestra la Figura 1.4(a). También ocurre este efecto en columnas que soportan los mezanines o pisos que se añaden entre dos pisos regulares, como lo muestra la Figura 1.4(b).

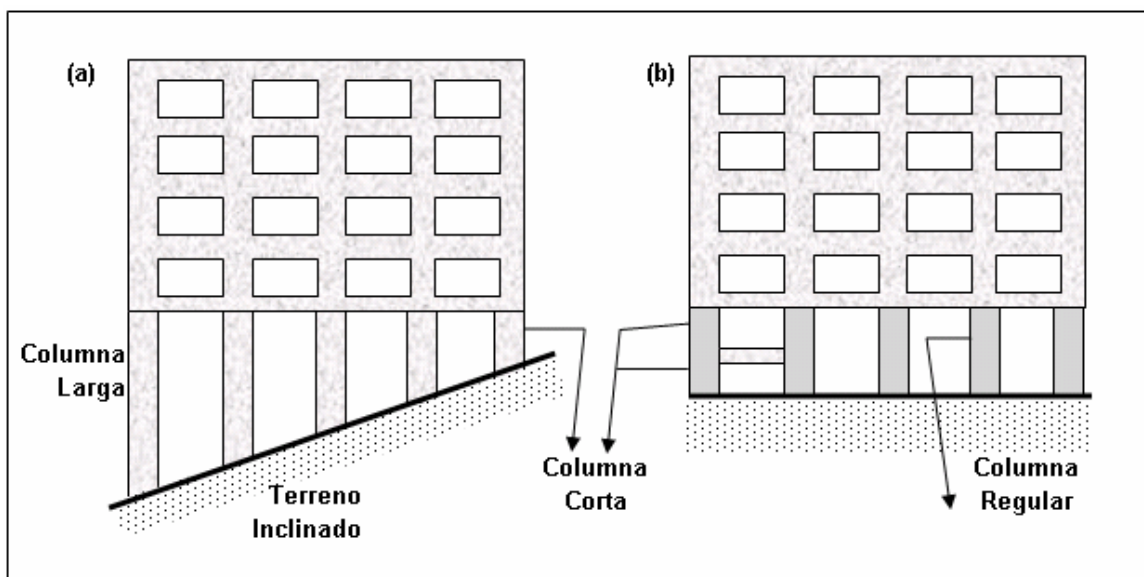


Figura 1.4: Ejemplos de formación de efecto de columna corta [2].

Otra situación especial en donde se presenta el efecto de columna corta es cuando en un edificio aporticado se construye una pared de altura parcial para ajustar alguna ventana, como lo muestra la Figura 1.5. La columna adyacente se comporta como columna corta, debido a la presencia de las paredes, que le restringen el movimiento lateral. Esta situación se presenta con mucha frecuencia en las escuelas, no solo en la isla de Puerto Rico, sino en toda Latinoamérica y el mundo.

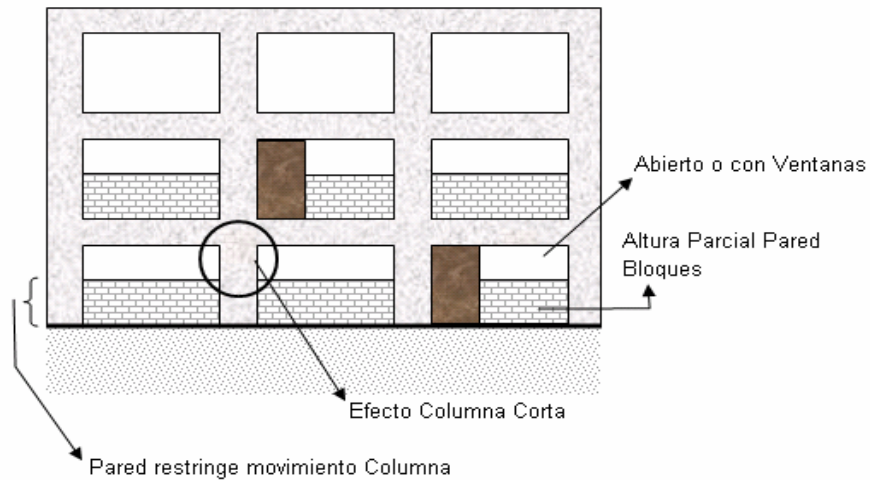


Figura 1.5: Típica formación de columna corta en escuelas [2].

1.4 Objetivos

- Desarrollar una metodología simple que pueda usarse para identificar el efecto de columna corta.
- Estimar el daño en términos cualitativos que sufriría una estructura con presencia del efecto de columna corta.

1.5 Organización

Esta tesis ha sido dividida en cinco capítulos y un apéndice. En el capítulo 1 se introduce el tema a investigar en este trabajo, como también presenta la motivación y los objetivos. En el capítulo 2 se muestra la revisión de literatura en donde se presenta un resumen de las investigaciones más importantes que se han realizado sobre el tema, así como también algunas soluciones que han sido propuestas e implementadas para mitigar el efecto de columna corta.

El capítulo 3 describe la metodología empleada. En el mismo se presentan los modelos utilizados, los parámetros necesarios para poder desarrollar los objetivos, así como las estructuras tomadas en consideración. También se presentan las gráficas propuestas, las cuales dependen de los parámetros encontrados, con las cuales se pretende identificar el efecto de columna corta. Al

final del capítulo se propone una gráfica para estimar el posible daño que sufriría una estructura por la presencia del efecto de columna corta. En el capítulo 4 se presenta un ejemplo detallado de aplicación de la metodología propuesta. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones generales y las recomendaciones para trabajos futuros.

2 REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Introducción

Este capítulo se ha dividido en tres partes. En la primera se presenta un resumen del comportamiento de las columnas cortas en algunos terremotos. En la segunda parte, se presenta un resumen de las investigaciones más importantes que se han realizado sobre las columnas cortas. Por último, se presentan algunas soluciones que han sido propuestas e implementadas para minimizar el efecto de columna corta.

2.2 Comportamiento de las columnas cortas en algunos terremotos

Los daños experimentados por elementos de columnas cortas en diversos terremotos han sido muy comunes. A continuación se presenta un breve resumen del comportamiento de las columnas cortas en tres terremotos: Terremoto de Izmit, Turkía 1999 ($M_w = 7.4$); Terremoto de Chi-Chi, Taiwán 1999 ($M_w = 7.6$) y Terremoto de Arequipa, Perú 2001 ($M_w = 8.3$).

2.2.1 Terremoto de Izmit (Koaeli), Turquía 17 agosto 1999

El 17 de Agosto de 1999 un terremoto de $M_w = 7.4$ azotó la provincia de Koaeli en el oeste de Turquía [4]. El epicentro fue localizado al suroeste de la ciudad de Izmir y a menos de 80 km al sureste de Istanbul. El PGA promedio fue de 0.4g. Alrededor del 70% de los edificios de cinco ciudades (Adapazari, Golcuk, Izmit, Topcular y Kular) fueron dañados severamente o colapsaron. Las pérdidas en edificios se calculan en unos US\$ 5 billones. Entre las causas de daños a edificios se encontraron la presencia del efecto de columnas cortas, provocadas por paredes de bloques que reducían la altura efectiva de las columnas. La Figura 2.1 presenta dos columnas severamente dañadas.



Figura 2.1: Daños por efecto de columna corta en el terremoto de Izmit, Turquía 1999 [4].

2.2.2 Terremoto de Chi-Chi, Taiwán en septiembre de 1999

El 21 de septiembre de 1999 ocurrió un terremoto desastroso de $M_w = 7.6$ en la ciudad de Chi-Chi, al centro de Taiwán [5]. La duración del movimiento fuerte de 20 a 30 segundos. El PGA estuvo entre 0.3 a 0.5g. Este terremoto ocasionó mucho daño en términos económicos y de vidas humanas. Muchos edificios sufrieron daños considerables, incluso varios colapsaron. Se calculan que más de 2,400 personas murieron y unas 11,000 fueron heridas. Más de 700 escuelas fueron afectadas por el terremoto. Los mayores daños ocurrieron en 22 escuelas situadas a unos 100 metros de la falla. Una debilidad común fue el efecto de columna corta el cual produjo fallas en cortante, llegando inclusive a provocar el colapso de un piso completo, como lo muestra la Figura 2.2.



Figura 2.2: Escuela colapsada debido a efecto de columna corta [5].

2.2.3 Terremoto de Arequipa, Perú en junio del 2001

El 23 de junio del 2001 un terremoto de $M_w = 8.3$ ocurrió cercano a la costa sur-central de Perú, a lo largo de la zona de subducción entre las placas tectónicas de Nazca y Suramérica [6.a]. Los distritos de Arequipa, Moquegua, Tacna y Ayacucho, así como las ciudades de Camaná y Ocoña fueron bien afectadas. Las distancias epicentrales aproximadas fueron las siguientes: 105 km al noroeste de Camaná, 192 km al oeste de Arequipa y 305 km al noroeste de Moquegua. La duración del movimiento fuerte fue de unos 45 – 60 segundos, con PGA entre los rangos de 0.10g cerca de Arequipa a 0.30g cerca de Moquegua. Aunque los daños reportados fueron menores, en las ciudades de Camaná y Tacna algunas escuelas sufrieron daños estructurales atribuidos a problemas de configuración (pisos suaves, efecto columna corta) como se observa en la Figura 2.3. En la ciudad de Moquegua una escuela presentó colapso parcial debido al efecto de columna corta, como lo evidencia la Figura 2.4.



(a)



(b)

Figura 2.3: Columna corta en escuela en (a) Camaná [6.a] y (b) Tacna [6.b].



Figura 2.4: Colapso parcial de escuela por columnas cortas en Moquegua, Perú [6.b].

2.3 Trabajos previos

A continuación se presenta una breve descripción de los más importantes trabajos que se han realizado sobre columnas cortas:

Minami y Wakabayashi [7] aplicaron la idea de Paulay y Bull [8] (1971), (quienes usaron refuerzo transversal para intentar prevenir fallas frágiles en vigas cortas) en columnas cortas para mejorar su resistencia ante terremotos. Los resultados de su investigación mostraron que aquellas columnas con arreglo inclinado del refuerzo vertical se comportaron mucho mejor que aquellas que tenían arreglo convencional.

I. A. Tegos y G. G. Penelis [9], estudiaron el comportamiento de las columnas cortas reforzadas con barras inclinadas, bajo condiciones sísmicas. Los resultados indicaron que este tipo de arreglo es una de las formas más efectivas

de mejorar la resistencia de columnas cortas bajo cargas sísmicas. También observaron que al comparar el arreglo tradicional con el que propusieron en su investigación, este último evitó por completo la aparición de grietas explosivas por cortante.

C. E. Ignatakis et al. [10] investigaron el comportamiento de las columnas cortas bajo cargas combinadas de cortante y axial, utilizando un programa de elementos finitos. Su objetivo primordial era determinar un valor crítico para el *shear span-to-depth* ratio $\alpha = M/Vh$ por debajo del cual las columnas se comportan como columnas cortas. También investigaron la influencia de la cantidad de aros en el comportamiento de dichas columnas. Para lograr sus objetivos los autores utilizaron el modelo de columna en voladizo; a su vez utilizaron 12 modelos de columnas con las siguientes características: $f'_c = 24$ MPa (3.43 ksi); Sección columnas: $b = h = 500$ mm (20 in); altura de columna variando desde 100 hasta 300 cm (40 a 120 in. aproximadamente); Refuerzo longitudinal: $f_y = 420$ MPa (60 ksi); $A_s = A'_s = 10.3$ cm² (1.60 in²); Refuerzo transversal: $f_{yw} = 240$ MPa (34.3 ksi) ó 420 MPa (60 ksi). Los aros utilizados eran de 8 y 10 mm (0.31 y 0.39 in) de diámetro, de 3 patas y espaciados a 8, 10, 20 y 30 cm (3.2, 3.94, 7.87 y 11.81 in).

Los resultados de sus estudios mostraron que el valor de transición α entre la falla dúctil y la falla frágil es de 2.1. De otro lado, se observó que el

cortante que provoca grietas diagonales es dependiente del *shear span-to-depth* ratio y del esfuerzo a tensión del concreto, por lo que no es posible prevenir las grietas en las columnas cortas mediante el incremento del refuerzo transversal y que el aumento en ductilidad obtenido al aumentar los aros fue muy pequeño y fue debido al acero por sí mismo y no por el confinamiento del concreto. Basados en sus resultados, los autores enfatizan que las columnas cortas deben evitarse en edificaciones, especialmente aquellas construidas en áreas sísmicas, ya que se ha comprobado que este tipo de elemento no proveen ductilidad adecuada y no tienen la capacidad de disipar energía.

K.V. Papanikolaou [11] estudió la resistencia sísmica de vigas y columnas cortas con arreglo del refuerzo longitudinal convencional y con arreglo del refuerzo longitudinal de una combinación de barras paralelas y diagonales. Los resultados de sus pruebas mostraron que los elementos que tenían el refuerzo longitudinal combinado, se comportaron mucho mejor, llegando a cambiar el tipo de falla de cortante explosivo a una falla más dúctil.

M. Dogan [3] hizo un análisis del comportamiento de columnas cortas durante varios terremotos. Basado en los daños observados en las estructuras analizadas, el autor sugiere no usar este tipo de elemento.

Como se pudo observar, la mayoría de las investigaciones llevadas a cabo sobre el tema de columnas cortas han sido enfocadas en mejorar el comportamiento de estos elementos mediante el arreglo del refuerzo principal de las columnas. Sin embargo, el problema radica en que el efecto de columna corta ocurre a menudo de forma accidental, debido a errores constructivos y por tanto no se ha tomado en cuenta a la hora del diseño. Es por ello que sería necesario para las agencias aseguradoras tener alguna herramienta con que se pueda identificar este problema, ya que las estructuras que presenten el efecto de columna corta van a ser más vulnerables a sufrir daños ante un evento sísmico.

2.4 Prevención de la formación del efecto de columna corta

Los investigadores que han trabajado el tema de columna corta, establecen que este tipo de elemento debe ser evitado, no sólo por los resultados de sus investigaciones, sino por la evidencia observada durante los terremotos ocurridos.

Algunos códigos de diseño (como el de la India, por ejemplo) [12] ya han tomado en cuenta la formación del efecto de columna corta, estableciendo requisitos que deben cumplirse en caso de que se tenga un elemento de este tipo.

Por ejemplo, la Figura 2.5 muestra los requerimientos establecidos en el código de la India IS: 13920-1993 [17].

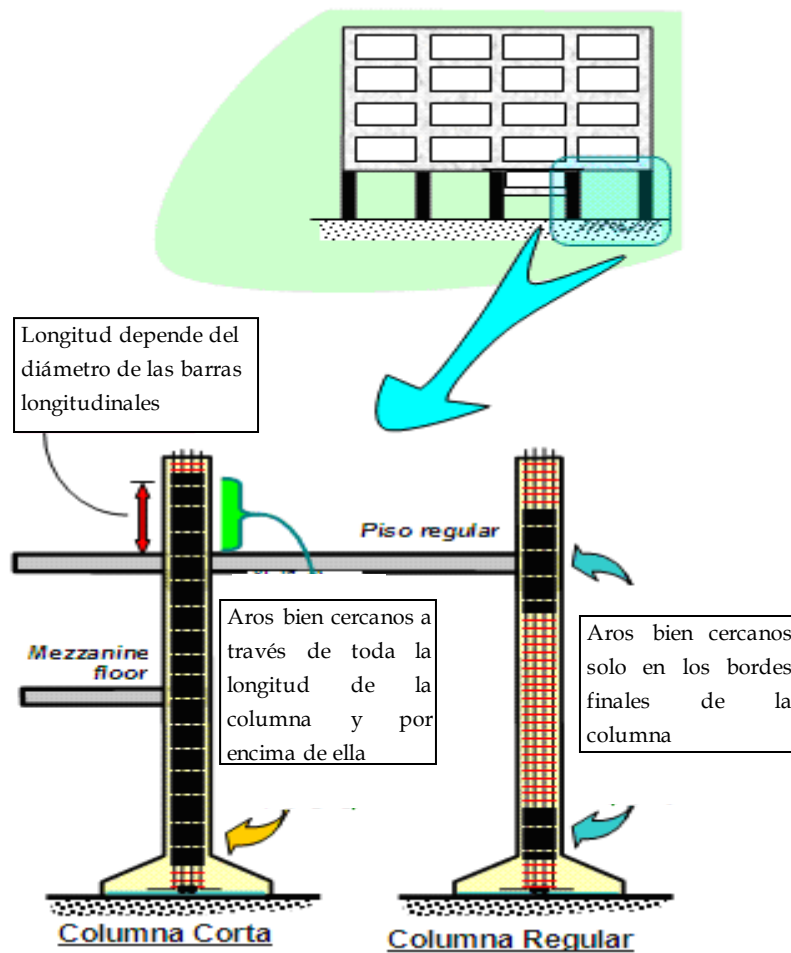


Figura 2.5: Detalle del refuerzo en un edificio con efecto de columna corta en algunas columnas [12].

En los requisitos del código indio se hace frente al efecto de columna corta mediante el incremento del refuerzo transversal en toda la longitud de la columna; esto es, poniendo aros poco espaciados. Adicionalmente el dejar espacio suficiente entre las paredes de bloques y la columna (2.5 pulgadas generalmente) evita la restricción del movimiento horizontal, inhibiendo el efecto

de columna corta. Una muestra de esto puede apreciarse en la Figura 2.6. También se recomienda que se rellene este espacio con algún material plástico o elastomérico [6.a]. Esto último mostró ser bien eficaz en el terremoto de Arequipa, Perú 1999, en donde una escuela construida con el nuevo código peruano no sufrió ningún tipo de daño. Esto se muestra en la Figura 2.7.



Figura 2.6: Columna con paredes separadas evitando el efecto de columna corta.



Figura 2.7: Separación de las paredes de las columnas con material elastomérico [6.a].

Después de observar los daños ocasionados en algunas escuelas por el terremoto ocurrido el 22 de septiembre del 2003 en la ciudad de Puerto Plata, República Dominicana, Martínez - Cruzado y López [13] propusieron que se colocaran paredes de hormigón armado (H.A.) con sección de 3' de largo por 8" de ancho en la dirección longitudinal como se muestra en la Figura 2.8. Dichas paredes deben extenderse desde la fundación hasta el techo de la estructura.

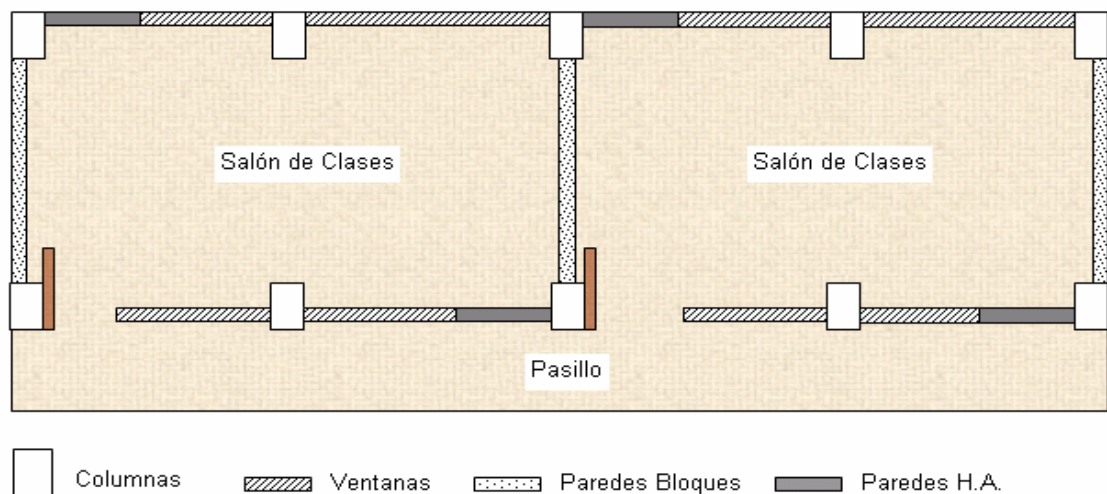


Figura 2.8: Planta típica de una escuela en Puerto Rico.

El objetivo principal de estas paredes es el rigidizar la estructura en la dirección longitudinal y por tanto reducir la fuerza cortante que se transmitiría a las columnas lo cual mermaría el posible efecto de columna corta. A su vez, se busca proveer un 0.5% de área de pared con respecto al área de piso, lo cual se cumple con la sugerencia para los casos típicos.

La Figura 2.9 muestra el detalle del refuerzo sugerido para estas paredes. Del mismo modo, las Figura 2.10 y la Figura 2.11 muestran la fachada frontal y la fachada posterior respectivamente, de una escuela típica con el arreglo de las paredes sugerido.

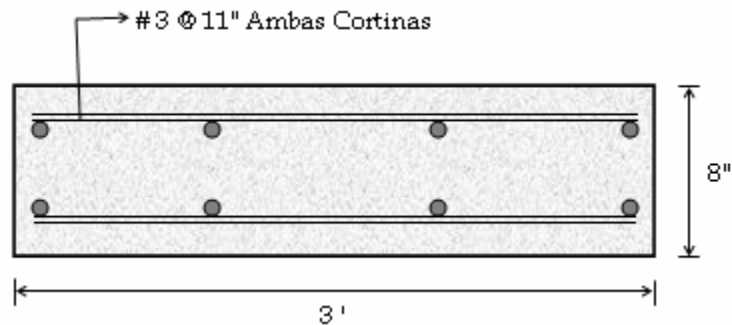


Figura 2.9: Diseño de pared sugerido por Martínez - Cruzado y López [13].

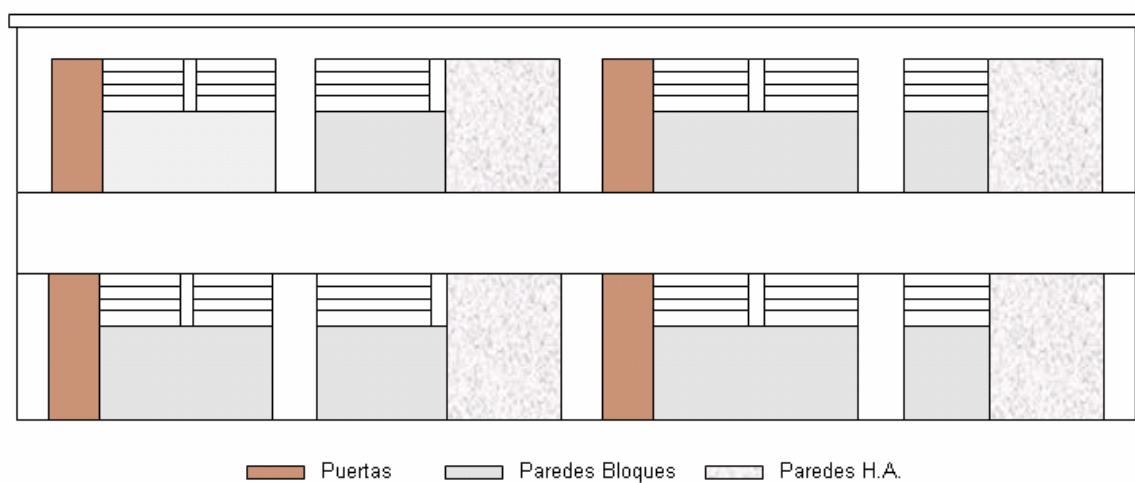


Figura 2.10: Fachada frontal de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida [13].



Figura 2.11: Fachada posterior de escuela típica en Puerto Rico con pared sugerida [13].

3 METODOLOGÍA

3.1 Introducción

En este capítulo se presenta la metodología utilizada en la presente investigación. En primer lugar se describen los modelos utilizados de donde se identificarán los parámetros que definirán el resultado de esta investigación. En ese mismo orden, se explica de qué estructuras se obtuvieron dichos parámetros, para luego analizarlos y proponer la relación de esbeltez buscada. Por último, se propone un gráfico para estimar el daño debido a la presencia de columnas cortas.

3.2 Modelos utilizados

3.2.1 Modelo de columna corta

Para modelar el comportamiento de la columna corta, se utilizó el modelo de una viga empotrada en ambos extremos, como se muestra en la Figura 3.1.

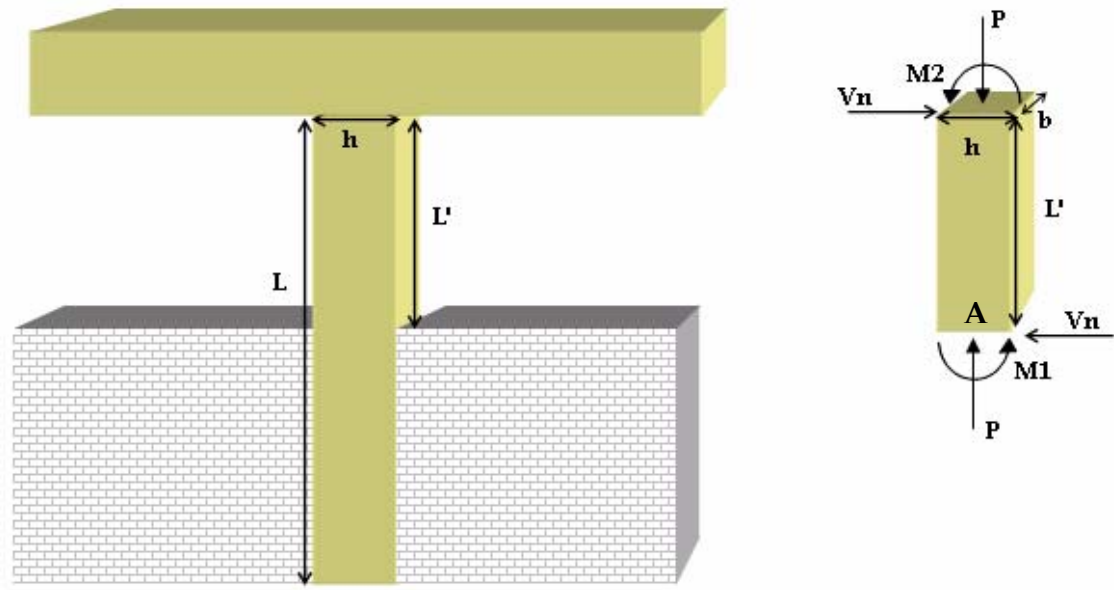


Figura 3.1: Modelo de columna corta utilizado.

La dimensión b de la columna es la transversal al cortante V_n .

Tomando momento alrededor de A, se obtiene que:

$$\sum M_A = 0$$

$$M_1 + M_2 - V_n L' = 0$$

$$M_1 + M_2 = V_n L' \quad 3.A$$

Si se presume que $M_1 = M_2 = M$, lo cual es muy común, se obtiene:

$$2M = V_n L'$$

$$M = \frac{V_n L'}{2} \quad 3.B$$

Donde

$$V_n = V_c + V_s$$

V_n es la capacidad a cortante de la sección, la cual es la suma de la contribución de la capacidad a cortante del hormigón V_c y la capacidad a cortante provista por los aros de refuerzo transversal V_n .

El valor de V_c se calcula con la fórmula 11-4 del código ACI-05 [14]:

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{N_u}{2,000 * A_g} \right) \sqrt{f'_c} * b * d$$

Donde N_u es la carga axial de diseño, la cual es positiva (+) en compresión; d es la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión; $A_g = b * h$; f'_c y N_u / A_g deben estar en psi.

Del mismo modo, el valor de V_s se calcula con la fórmula 11-15 del código ACI-05 [14], presumiendo aros a 90° del eje longitudinal de la columna.

$$V_s = \frac{A_v * f_{yh} * d}{s}$$

Donde:

A_v es el área de acero de refuerzo transversal;

s es la separación centro a centro longitudinal de los aros;

f_{yh} es el esfuerzo de fluencia de los aros transversales

3.2.2 Capacidad nominal a flexión de la sección

Para calcular la capacidad nominal a flexión de la sección de columna se hizo un análisis de deformaciones unitarias, utilizando el rectángulo de Whitney [15] para modelar el comportamiento del hormigón.

La capacidad nominal de una sección de columna va a estar influenciada por la carga axial que soporta. Esta carga axial contribuirá a los esfuerzos a que estarán sometidos tanto el acero a tensión como el acero a compresión. La Figura 3.2 muestra un diagrama de interacción típico de una columna rectangular de hormigón armado cualquiera, donde la carga balanceada P_b separa las zonas de falla de compresión y tensión. Por debajo de la carga balanceada los esfuerzos en el acero en tensión sobrepasarán los esfuerzos de cedencia. Del mismo modo, una carga por encima de la carga balanceada estará en la región de falla a compresión y con seguridad el esfuerzo en el acero a tensión estará por debajo del esfuerzo a la fluencia f_y .

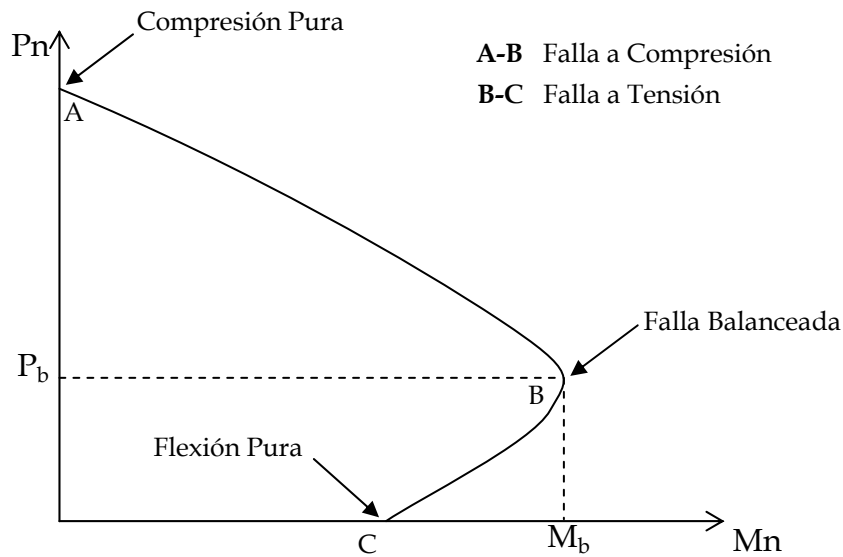


Figura 3.2: Diagrama de interacción de sección de columna de hormigón armado cargada excéntricamente.

Sin embargo, no se tiene la misma certeza con el esfuerzo en el acero a compresión f'_s . Por tal motivo hay que partir de una presunción para poder obtener los esfuerzos del acero a tensión y a compresión y con ello la capacidad nominal de la sección. Esta presunción va a depender de la carga P a la que esté sometida la sección:

1- Si $P > P_b$ puede haber dos posibilidades:

1a) que $f'_s \geq f_y$ y que $f_s < f_y$

1b) que ambos f'_s y f_s sean $< f_y$

2- Si $P < P_b$:

2a) que $f_s \geq f_y$ y que $f'_s < f_y$

2b) que ambos f'_s y f_s sean $> f_y$

A continuación, se presenta las derivaciones de las ecuaciones para obtener el momento nominal M_n de una sección con una carga P menor o igual que la carga balanceada P_b (ya que es el rango en que usualmente se hallan las columnas) utilizando la presunción 2a. Para ver las demostraciones para los demás casos, remítase al apéndice A.

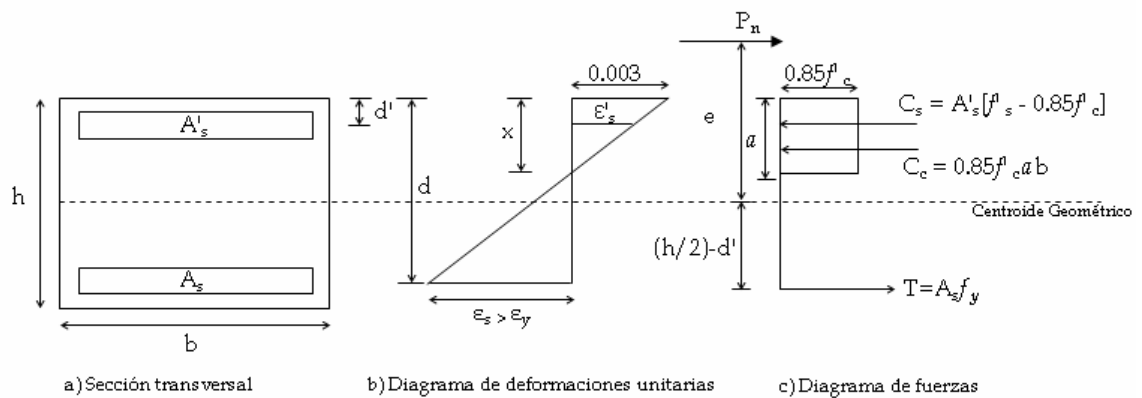


Figura 3.3: Diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos sección transversal columna.

La Figura 3.3 muestra el diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos de una sección transversal de una columna. Tomando sumatoria de momentos respecto al centroide geométrico de la Figura 3.3c, se obtiene:

$$M_n = P_n * e = T \left(d - \frac{h}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + C_c \left(\frac{h - a}{2} \right) \quad 3.C$$

Donde:

$$T = A_s * f_y$$

$$C_s = A'_s [(f'_s - 0.85 f'_c)]$$

$$C_c = 0.85 f'_c b a$$

$$a = \beta_1 x$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ para } f'_c \leq 4 \text{ ksi.}$$

d' = distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en compresión.

d' = cubierta clara + diámetro aros transversales + radio barras longitudinales

d = distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión.

$$d = h - d'$$

$$f'_s = E \epsilon'_s$$

$$E = 29,000 \text{ ksi.}$$

A_s y A'_s representan el área de acero a tensión y a compresión, respectivamente; f_s, f'_s y a , dependen del valor del eje neutro x de la sección. Para $P < P_b$ se sabe que $f_s \geq f_y$.

Por equilibrio, de la Figura 3.3 (c) se obtiene:

$$P_n = C_c + C_s - T \quad 3.D$$

De la Figura 3.3 (b), por relación de triángulos, se obtiene:

$$\frac{0.003}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x - d'}$$

De donde:

$$\epsilon'_s = 0.003 \left(1 - \frac{d'}{x} \right)$$

Sustituyendo ε'_s en f'_s :

$$f'_s = 87 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) \leq f_y$$

Sustituyendo f'_s en C_s :

$$C_s = A'_s \left[\left(87 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) \right) - 0.85 f'_c \right]$$

$$C_s = \frac{A'_s}{x} [(87(x - d')) - 0.85 f'_c x]$$

Sustituyendo C_s , C_c y T en ecuación 3.D:

$$P_n = 0.85 f'_c \beta_1 x + \frac{A'_s}{x} [(87(x - d')) - 0.85 f'_c x] - A_s f_y$$

Multiplicando la ecuación por x :

$$xP_n = 0.85 f'_c \beta_1 x^2 + A'_s [(87(x - d')) - 0.85 f'_c x] - A_s f_y x$$

Reduciendo términos:

$$xP_n = 0.85 f'_c \beta_1 x^2 + 87 A'_s x - 87 A'_s d' - 0.85 f'_c A'_s x - A_s f_y x$$

Agrupando términos semejantes se obtiene la siguiente ecuación cuadrática:

$$0 = (0.85 f'_c \beta_1) x^2 + (87 A'_s - 0.85 f'_c A'_s - A_s f_y - P_n) x - 87 A'_s d'$$

Resolviendo la ecuación, se obtiene el valor de x buscado. Lo siguiente es verificar que lo que se ha presumido se satisface con el valor de x . Sustituyendo x en f'_s se debe cumplir que sea menor que f_y . De no cumplirse, esto indica que el acero a compresión se encuentra en fluencia. Lo que se hace es sustituir f'_s por f_y

en la ecuación de C_s y se busca el nuevo valor de x . Después de obtener el valor de x , se calcula f'_s , el valor de la profundidad de bloque a compresión $a = \beta_1 x$, C_s , C_c y T . Por último se calcula M_n con la ecuación 3.C.

3.3 Comparación de la capacidad nominal de la sección y momento debido al efecto de columna corta

Al comparar el momento nominal de la sección M_n con el momento que se produce por el efecto de columna corta M se tiene que si $M_n > M$, la falla del elemento se produciría por cortante, debido a que la columna alcanzará primero su capacidad a cortante V_n antes que su capacidad a momento. Por otro lado, si $M_n < M$, la falla del elemento se produciría por flexión ya que la columna alcanzaría su capacidad a flexión antes que su capacidad a cortante. Sabiendo esto, se puede encontrar cual sería la longitud de transición L' que marcaría el límite entre la falla a cortante o la falla a flexión. Igualando M a M_n en la ecuación 3.B se obtiene:

$$M_n = \frac{V_n L'}{2} \quad 3.E$$

Despejando para L'

$$L' = \frac{2M_n}{V_n} \quad 3.F$$

La ecuación 3.F será usada como criterio en el desarrollo de la metodología. Una columna acortada con una altura menor que L' es vulnerable a fallar por efecto de columna corta, o sea, por cortante. Para poder hallar la relación de aspecto que se busca, se divide L' entre el h de la sección de columna a analizar.

3.4 Parámetros identificados

Como pudo observarse, de los modelos utilizados se desprende una serie de parámetros que son necesarios conocer para poder desarrollar la metodología que se está proponiendo. Dichos parámetros son los siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{Mn} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Carga axial (Pn)} \\ \text{Geometría de la sección: } b, h, d, d' \\ \text{Resistencia de los materiales: } f'_c, f_y \\ \text{Cuantía de acero longitudinal: } \rho \end{array} \right. \\
 \mathbf{Vn} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Carga axial (Pn)} \\ \text{Geometría de la sección: } b, h, d, d' \\ \text{Resistencia de los materiales: } f'_c, f_y \\ \text{Configuración de los aros de refuerzo: } A_v, s \end{array} \right.
 \end{array}$$

\mathbf{Mn} Capacidad Nominal a Flexión de la Sección.
 \mathbf{Vn} Capacidad Nominal a Cortante de la Sección.

Con las ecuaciones obtenidas y los parámetros necesarios identificados, lo siguiente es encontrar los mismos en estructuras construidas en la isla de Puerto Rico.

3.5 Selección de estructuras a analizar

El efecto de columna corta es muy común observarlo en las escuelas, en donde se usa con mucha frecuencia rellenar los pórticos con paredes de bloques hasta cierta altura y encima de estas paredes, se colocan ventanas o bloques ornamentales para la ventilación. Esto puede apreciarse en la Figura 3.4, donde se muestra en elevación una escuela típica de Puerto Rico y en la cual se ha señalado el posible efecto de columna corta.

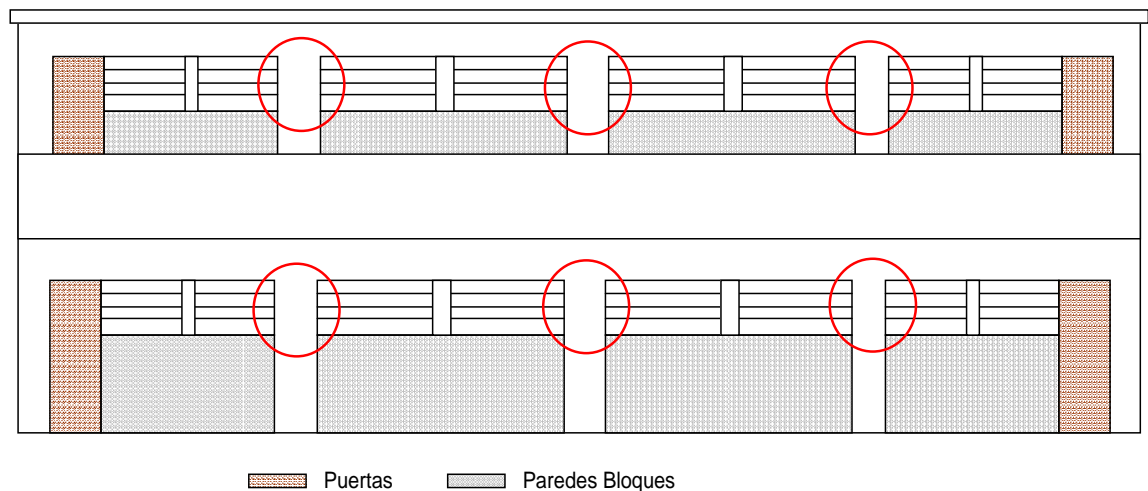


Figura 3.4: Escuela típica en Puerto Rico.

Por ser tan similares los planos de las escuelas y por la disponibilidad de los mismos, se decidió basar este estudio originalmente en escuelas. Sin embargo, se harán los ajustes necesarios para que los resultados que se obtengan, puedan aplicarse a otras estructuras.

3.6 Inventario de planos de escuelas

Lo primero que se hizo fue un inventario de planos de escuelas para investigar los rangos de valores de las secciones típicas utilizadas en columnas (b, (base) y h (altura)); resistencia de los materiales (f'_c para el hormigón y f_y para el acero de refuerzo), cuantía de acero longitudinal (ρ), tamaño, espaciado y configuración de acero transversal, altura de columna típica y altura de paredes de bloques que formen columna corta. Es importante mencionar que cuando se habla de la base de la sección se refiere a la dirección perpendicular a la que actuaría la fuerza cortante en la columna corta. En total se revisaron 11 planos, los cuales fueron conseguidos en la Autoridad de Edificios Públicos de Mayagüez y se detallan a continuación:

Nombre de la escuela	Año de diseño	Código vigente en Puerto Rico	Código ACI más reciente
Elemental e Intermedia Bo. Anones Las Marías	1972	68	71
Yauco High School	1973	68	71
Escuela Blanca Malaret	1974	68	71
Elementary and Junior High School Bo. Rosario Bajo	1978	68	77
Lajas Urban Senior High School	1979	68	77
Elemental Río Hondo	1979	68	77
Junior High School	1979	68	77
Verdun Junior High School	1980	68	77
Yauco Junior High School	1980	68	77
Luís Muñoz Rivera	1988	87	83
Mont Blanc Elementary School	1988	87	83

La Figura 3.5 muestra una vista en planta de un salón típico de escuela. La característica principal de este tipo de estructura es que las columnas localizadas sobre los ejes A y B están acortadas por paredes de bloques con fines de ventilación. Sin embargo, las columnas sobre el eje A no están tan acortadas como ocurre con las columnas del eje B, además de que éstas últimas están más cargadas debido al peso que representa el pasillo que está sobre ellas; por tal razón, en estas columnas es más propenso formarse el efecto de columna corta. Se puede notar que las paredes están restringiendo las columnas en su dirección débil.

Aunque en los planos de escuelas es común observar que el efecto de columna corta se presenta en la dirección débil de la columna, se ha observado casos (ver Figuras 1.2 y 2.1) en que las columnas están confinadas en su dirección fuerte y también en esta dirección se ha formado dicho efecto, por lo que también se va a considerar esta configuración.

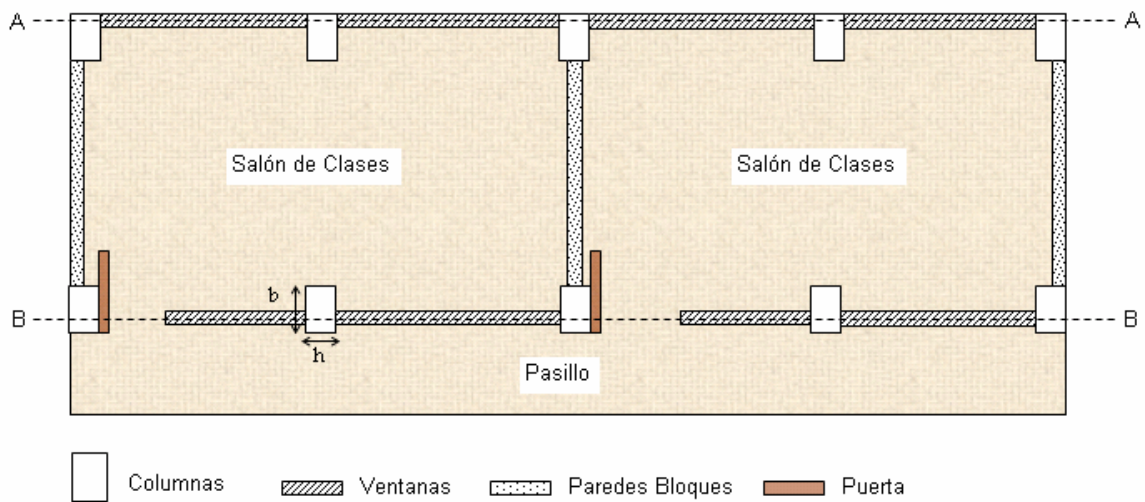


Figura 3.5: Salón de clases típico de escuela.

En la Tabla 3.1 se presenta el resumen de los valores encontrados en los planos estudiados.

La cuantía de acero longitudinal se calculó utilizando la fórmula $\rho = \frac{A_{st}}{b * h}$ [15], donde A_{st} es el área total de acero de las barras longitudinales, b y h las dimensiones de la sección transversal.

Después de haber analizado los planos, los valores con los cuales se decidió trabajar fueron los siguientes:

$$f'_c = [3, 4] \text{ ksi}$$

$$f_y = [60] \text{ ksi}$$

$$b = [16, 18, 20, 22, 24] \text{ in}$$

$h = [12, 14, 16]$ in

$\rho = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4]$ %

Acero Transversal = # 3 @ 12" y # 3 @ 6" ¹

Rango Altura Columnas = 8 - 10 Pies

Altura Promedio Paredes = 7 Pies

Rango Altura Columna Corta = 1.5 - 2.5 Pies.

d' se va a tomar igual a 2.5 in.

¹ Para tomar en cuenta escuelas que han sido construidas o diseñadas en años más recientes, se decidió utilizar también una separación de aros de 6 pulgadas.

Tabla 3.1: Resumen de los datos encontrados en inventario planos.

Nombre Escuela	Año Plano	f'_c [ksi]	f_y [ksi]	b [in]	h [in]	Cubierta Clara [in]	ρ [%]	Aros Transversales	Altura Columna [ft]	Altura Pared [ft]	Altura Columna Corta [ft]	Relación Esbeltez (L'/h)
Bo. Anones Las Marías	1972	3	40	20	12	1.5	5.27	# 3 @ 12 "	9.42	6.92	2.5	2.50
Yauco High School	1973	4	50	18	12	1.5	4.39	# 3 @ 12 "	9.08	6.83	2.25	2.25
Blanca Malaret	1974	4	50	18	12	1.5	3.01	# 3 @ 12 "	9.33	7	2.33	2.33
							4.24					
							4.63					
Bo. Rosario Bajo	1978	3	60	16	16	1.5	1.56	# 3 @ 12 "	8.00	5.88	2.12	1.59
Lajas Urban Senior H.S.	1979	3	40	24	12	1.5	1.86	# 3 @ 12 "	9.67	7.17	2.50	2.50
Elemental Río Hondo	1979	3	40	16	14	1.5	1.18	# 3 @ 12 "	10.00	7.00	3.00	2.57
Junior High School	1979	3	40	24	12	1.5	1.73	# 3 @ 12 "	9.67	7.17	2.5	2.50
							2.15					
Verdun Junior H.S.	1980	3	60	24	12	1.5	1.10	# 3 @ 12 "	9.67	7.17	2.5	2.50
							1.86					
Yauco Junior H.S.	1980	3	60	24	12	1.5	1.10	# 3 @ 12 "	9.00	6.83	2.17	2.17
Luís Muñoz Rivera	1988	4	60	18	12	1.5	2.78	# 3 @ 10 "	8.75	7	1.75	1.75
							3.33					
Montblanc Elementary S.	1988	4	60	18	14	1.5	1.90	# 3 @ 12 "	8.88	7.17	1.71	1.47

1ksi = 6.89 Mpa. 1 in = 25.4 mm. 1 ft = 304.8 mm.

Es importante mencionar que el acero transversal hallado, generalmente era de aros # 3 a 4" próximo a las juntas y # 3 @ 12" en la longitud sobrante, como lo muestra la Figura 3.6. Se decidió utilizar la separación de 12" debido a que la falla por cortante es propensa a formarse en la parte que está siendo restringida por las paredes de bloques.

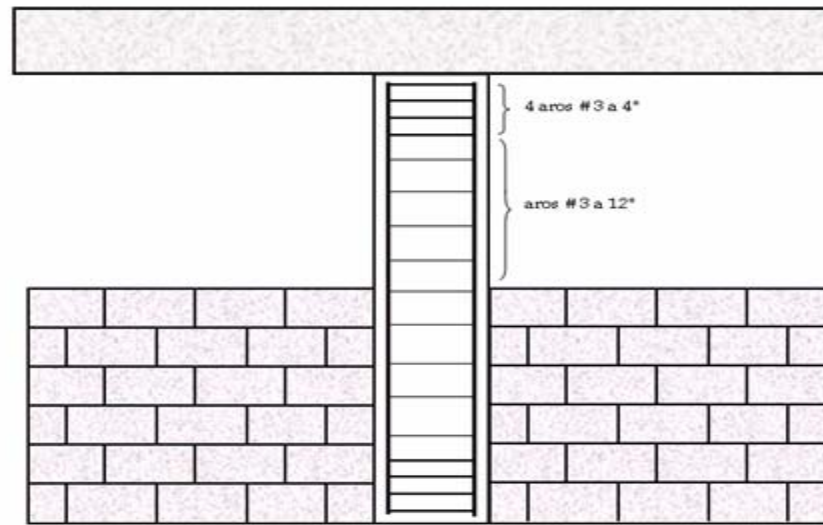


Figura 3.6: Distribución del acero transversal hallado en el inventario de planos.

3.7 Procesamiento de datos

La ecuación 3.F fue utilizada para escribir un programa en Matlab que permitiera obtener la relación de esbeltez buscada. Se puede apreciar que L' depende de los valores de M_n y de V_n ; a su vez, M_n depende de parámetros como la carga axial, de la cuantía de acero longitudinal y de la capacidad a compresión f'_c del hormigón. Del mismo modo la capacidad a cortante V_n también depende mayormente de la carga axial de la columna como de la separación de los aros

transversales. Para tomar en cuenta la carga axial se decidió utilizar valores normalizados respecto a la carga axial pura P_o . Estos valores fueron los siguientes:

$$P/P_o = [0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.20, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, 0.30, 0.32, 0.34, 0.40, 0.60, 0.80]$$

El procedimiento utilizado fue el siguiente:

- Se fijó un valor de f'_c , f_y , P/P_o , s y ρ .
- Se hizo variar las secciones de columna primero fijando un b y luego variar todos los h . La Tabla 3.2 muestra las secciones resultantes de estas variaciones.
- Para cada sección, se calculó un L'/h .
- Luego, se fijó el próximo valor de ρ , dejando fijos los valores de f'_c y P/P_o ; se vuelven a variar todas las secciones como se explicó previamente. Después de pasar todos los valores de ρ , lo próximo fue variar todos los valores de P/P_o , f'_c y luego s .
- Para facilitar el uso de la información obtenida de cada variación, se hizo un análisis estadístico a los valores de L'/h hallados para buscar el valor que representara la muestra de 15 secciones (columnas confinadas en su dirección débil) y de 28 secciones (columnas confinadas en su dirección

fuerte). En la sección 3.8.1 se explica el procedimiento estadístico utilizado.

Tabla 3.2: Secciones de columna consideradas: a) Dirección débil (n = 15) y b) Dirección fuerte (n = 28).

(a)		(b)	
Sección [in x in]		Sección [in x in]	
Base [b]	Altura [h]	Base [b]	Altura [h]
16	12	12	12
	14		14
	16		16
18	12		18
	14		20
	16		22
20	12		24
	14	14	14
	16		16
22	12		18
	14		20
	16		22
24	12		24
	14	16	16
	16		18
			20
			22
			24
		18	18
			20
			22
			24
		20	20
			22
			24
		22	22
			24
		24	24

- Después de conseguir, de cada variación, el valor representativo se procedió a hacer un gráfico de P/P_o vs. L'/h . Este gráfico va a consistir de

7 curvas, una por cada valor de ρ . En total se tendrían dos gráficos, uno por cada valor de f'_c .

3.7.1 Distribución de aros transversales considerada

La Figura 3.7 muestra cómo se tomó la configuración de los aros transversales. Para el caso en que las paredes estén confinando la columna en su dirección débil A_v sería el área de 4 barras #3 y para el caso en que las paredes estén confinando la columna en su dirección fuerte A_v sería el área de 2 barras #3. Esto se debe a que la grieta que se produciría por cortante actuaría transversal a la fuerza cortante V .

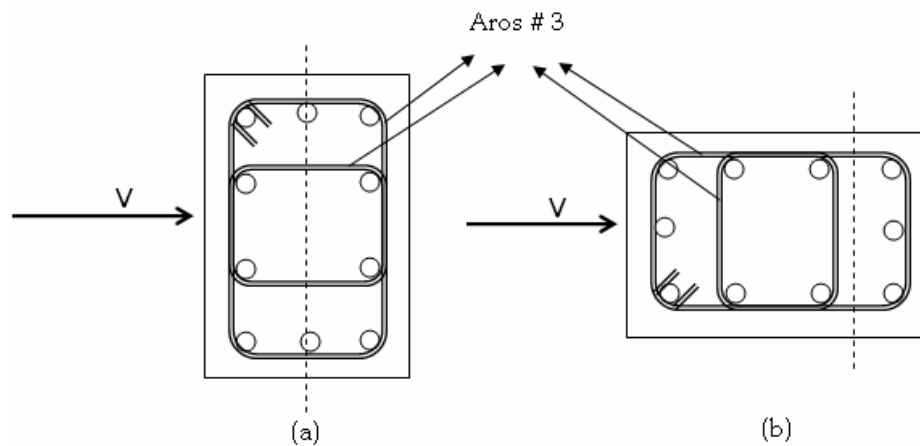


Figura 3.7: Área de aros transversales considerada.

Por consiguiente se tiene que:

$$A_v = 0.44 \text{ in}^2 \text{ (Cortante actuando en su dirección débil (4 barras \# 3))}$$

$$A_v = 0.22 \text{ in}^2 \text{ (Cortante actuando en su dirección fuerte (2 barras \# 3))}$$

3.7.2 Distribución de acero longitudinal considerada para calcular la capacidad a flexión M_n

Al hacer la inspección de los planos de las escuelas, se pudo apreciar la variación de la disposición del acero longitudinal en las columnas. Una muestra de esto, se puede observar en la Figura 3.8, donde se aprecian tres secciones de columnas halladas en el inventario.

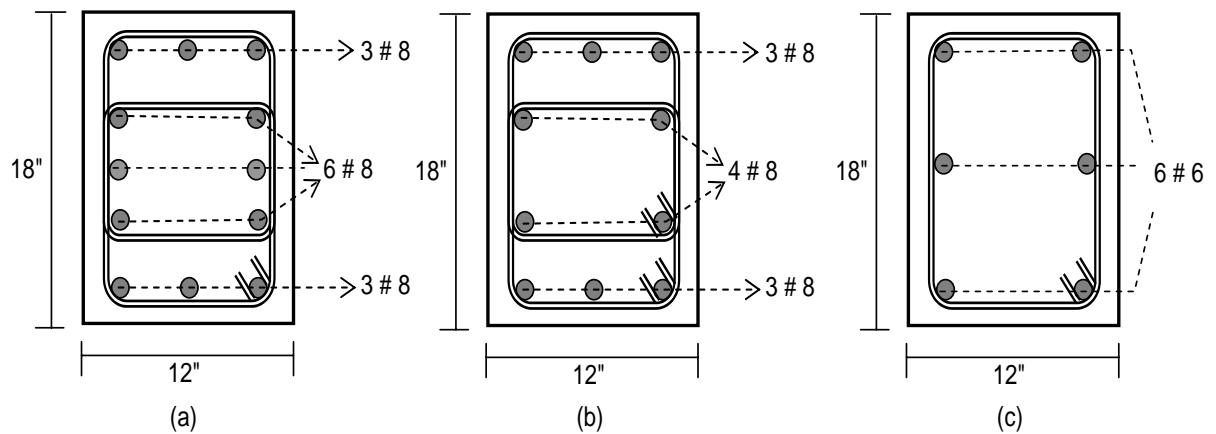


Figura 3.8: Distribución de acero longitudinal en secciones de columna halladas en escuelas.

Como se pudo apreciar en la sección 3.2.2, para poder hallar la capacidad a flexión de la sección era necesario hacer una serie de presunciones que luego debían ser verificadas. Estas presunciones sólo consideraron dos camadas iguales de acero, una en tensión y una en compresión. En el caso de que se considerara más de dos camadas, estas presunciones habría que hacerla para cada camada, lo cual se llegaba a un punto en que se complicaba el análisis. Para evitar esto, se

decidió modelar las secciones de columnas con dos camadas de acero. Por tal motivo, se procedió a hallar en qué porcentaje estaba distribuida la cuantía de acero considerando los casos en que la columna esté confinada por paredes en su dirección débil y en su dirección fuerte. Para esto se tomaron todos los datos de las secciones, se buscó la cantidad de acero que tenían en cada camada y el porcentaje en términos de cuantía de cada una. La Tabla 3.3 y la Tabla 3.4 muestran el resumen de todas las secciones y la distribución de acero real de las mismas para los casos antes mencionados. La columna A_{st} es la cantidad de acero longitudinal total de la sección; ρ es la cuantía de acero; A_{s1} , A_{s2} y A_{s3} representan la cantidad de acero en las camadas al extremo izquierdo, al centro y al extremo derecho de la sección, respectivamente como se muestra en la Figura 3.9. La parte (a) corresponde a columnas confinadas en su dirección débil mientras que la parte (b) corresponde a columnas confinadas en su dirección fuerte.

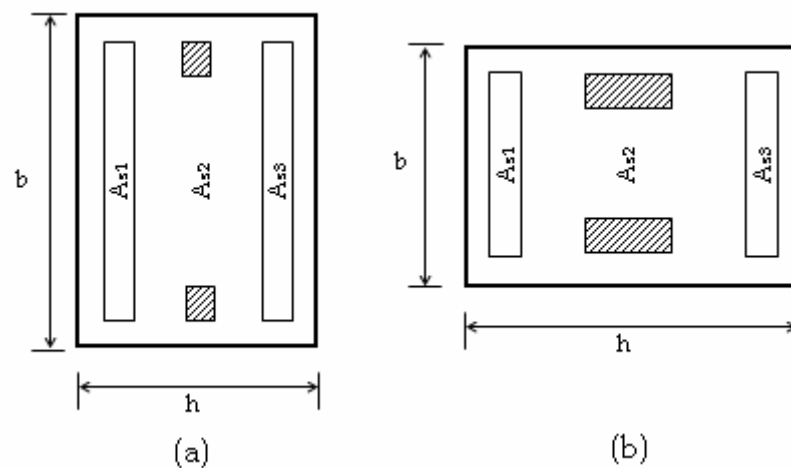


Figura 3.9: Modelo de distribución de acero longitudinal.

Tabla 3.3: Distribución real del acero longitudinal en columnas confinadas en su dirección débil.

Sección [in x in]		A_{st}	ρ	Sección Real					
b	h	[in ²]	%	A_{s1}	%	A_{s2}	%	A_{s3}	%
16	14	2.64	1.18	1.32	50.00	0.00	0.00	1.32	50.00
18	12	9.48	4.39	3.95	41.67	1.58	16.67	3.95	41.67
18	12	7.20	3.33	2.40	33.33	2.40	33.33	2.40	33.33
18	12	7.90	3.66	3.16	40.00	1.58	20.00	3.16	40.00
18	12	6.50	3.01	2.46	37.85	1.58	24.31	2.46	37.85
18	12	9.16	4.24	3.58	39.08	2.00	21.83	3.58	39.08
18	12	10.00	4.63	4.00	40.00	2.00	20.00	4.00	40.00
24	12	4.98	1.73	1.89	37.95	1.20	24.10	1.89	37.95
24	12	6.20	2.15	2.31	37.26	1.58	25.48	2.31	37.26
16	16	4.00	1.56	2.00	50.00	0.00	0.00	2.00	50.00
24	12	3.16	1.10	1.58	50.00	0.00	0.00	1.58	50.00
18	12	6.00	2.78	2.40	40.00	1.20	20.00	2.40	40.00
24	12	5.36	1.86	1.89	35.26	1.58	29.48	1.89	35.26
24	12	3.16	1.10	1.58	50.00	0.00	0.00	1.58	50.00
18	14	4.80	1.90	1.80	37.50	1.20	25.00	1.80	37.50

Tabla 3.4: Distribución real del acero longitudinal en columnas confinadas en su dirección fuerte.

Sección [in x in]		A_{st}	ρ	Sección Real					
b	h	[in ²]	%	A_{s1}	%	A_{s2}	%	A_{s3}	%
14	16	2.64	1.18	0.88	33.33	0.88	33.33	0.88	33.33
12	18	9.48	4.39	2.37	25.00	4.74	50.00	2.37	25.00
12	18	7.20	3.33	2.40	33.33	2.40	33.33	2.40	33.33
12	18	7.90	3.66	2.37	30.00	3.16	40.00	2.37	30.00
12	18	6.50	3.01	2.37	36.46	1.76	27.08	2.37	36.46
12	18	9.16	4.24	3.00	32.75	3.16	34.50	3.00	32.75
12	18	10.00	4.63	3.00	30.00	4.00	40.00	3.00	30.00
12	24	4.98	1.73	2.18	43.78	0.62	12.45	2.18	43.78
12	24	6.20	2.15	2.79	45.00	0.62	10.00	2.79	45.00
16	16	4.00	1.56	2.00	50.00	0.00	0.00	2.00	50.00
12	24	3.16	1.10	1.58	50.00	0.00	0.00	1.58	50.00
12	18	6.00	2.78	1.80	30.00	2.40	40.00	1.80	30.00
12	24	5.36	1.86	2.37	44.22	0.62	11.57	2.37	44.22
12	24	3.16	1.10	1.58	50.00	0.00	0.00	1.58	50.00
14	18	4.80	1.90	1.80	37.50	1.20	25.00	1.80	37.50

Los valores de A_{s1} , A_{s2} y A_{s3} se promediaron, pero sin considerar los casos en que el acero estaba distribuido sólo en dos camadas, o sea, con $A_{s2} = 0$. Luego, de este promedio se propuso una distribución aproximada, como se muestra en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Distribución promedio y aproximada del acero longitudinal.

	Dirección Débil			Dirección Fuerte		
	$A_{s1}(\%)$	$A_{s2}(\%)$	$A_{s3}(\%)$	$A_{s1}(\%)$	$A_{s2}(\%)$	$A_{s3}(\%)$
Distribución "Real"	38.17	23.65	38.17	35.11	29.77	35.11
Aproximación	40.00	20.00	40.00	35.00	30.00	35.00

Con la distribución aproximada de la cuantía de acero en tres camadas, se procedió a hacer variaciones del modelo utilizando sólo dos camadas iguales de acero. Estas variaciones se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6: Variación aproximada de la distribución de acero longitudinal.

	Dirección Débil (a)	Dirección Fuerte (b)
Variación 1	50 - 50	50 - 50
Variación 2	40 - 40	35 - 35
Variación 3	45 - 45	42.5 - 42.5

La variación 1 consistió en enviar todo el acero de refuerzo a los extremos, o sea, 50% de A_{st} en ambas camadas. La variación 2 consistió en eliminar el acero del centro, por lo que quedarían en ambos extremos 40% para el caso (a) y 35% para el caso (b). Por último, la variación 3, consistió en eliminar la mitad del

acero del centro, y la mitad restante enviarlo a los extremos, por lo que la distribución quedaría 45% en ambos lados para el caso (a) y 42.5% para el caso (b).

Para verificar cual de las variaciones es más aproximada a la distribución real, se construyó un diagrama de interacción de una sección cualquiera para cada una de las variaciones propuestas. La Figura 3.10 muestra el diagrama de interacción para una sección de $b = 18$ in, $h = 12$ in y $\rho = 2\%$. Del mismo modo, la Figura 3.11 muestra el diagrama de interacción para una sección de $b = 12$ in, $h = 18$ in y $\rho = 2\%$.

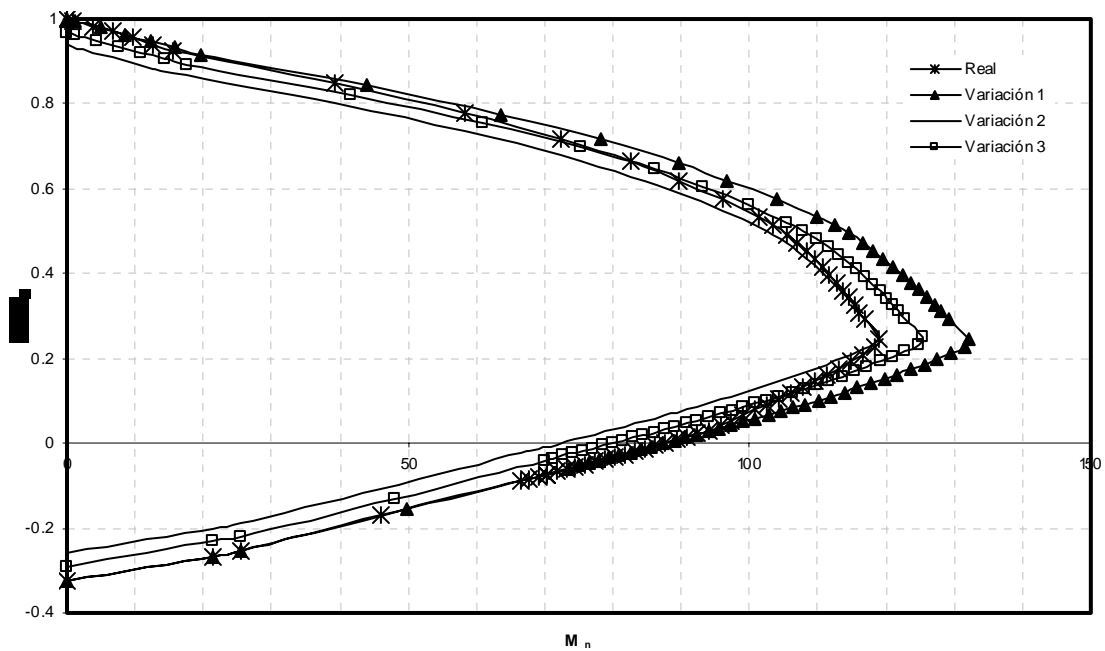


Figura 3.10: Diagrama de interacción comparativo para la dirección débil de la columna.

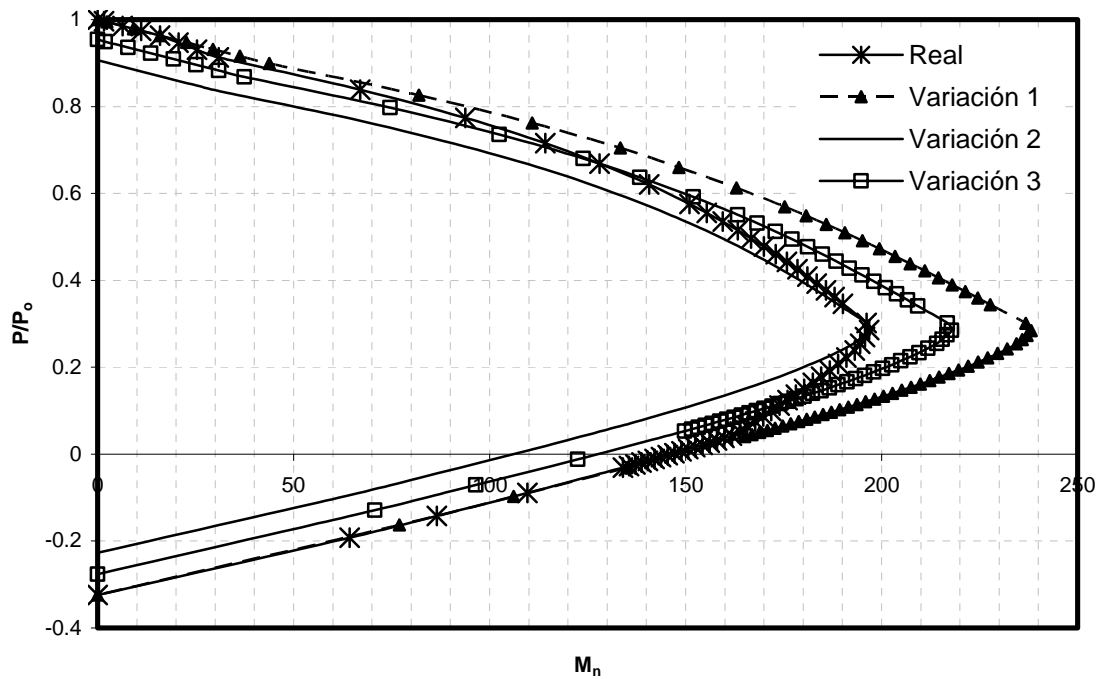


Figura 3.11: Diagrama de interacción comparativo para la dirección fuerte de la columna.

La carga axial en el eje vertical está normalizada respecto a P_o para la sección real, la cual se define con la siguiente fórmula [15]:

$$P_o = 0.85f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st}f_y$$

Donde:

$$A_g = b * h, \text{ y } A_{st} = \rho * b * h$$

Generalmente las columnas son diseñadas con cargas axiales por debajo de la carga balanceada para asegurar que en caso de falla, la columna lo haga por flexión. Por consiguiente, se analiza el comportamiento de las variaciones

propuestas para modelar la capacidad a flexión para los dos casos que se están analizando. La variación 1, como se puede apreciar, resulta ser muy conservadora pues da una capacidad mayor a la real, mayormente en la zona cercana a la carga balanceada. La variación 2 correlaciona muy bien en la carga balanceada. Sin embargo, en la zona de falla a tensión da una capacidad considerablemente menor, lo cual no es conservador para nuestro propósito. Por último, la variación 3 es la que mejor comportamiento muestra debido a que da una capacidad un poco mayor a la real en la zona por debajo de la carga balanceada y no es tan conservadora como la variación 1.

3.7.3 Ejemplo del procedimiento

Para este ejemplo se está considerando que la columna está restringida en su dirección débil, por lo tanto la fuerza cortante V actúa transversal a la dimensión b como se ilustra en Figura 3.12. La separación de los aros se tomó de 12 in.

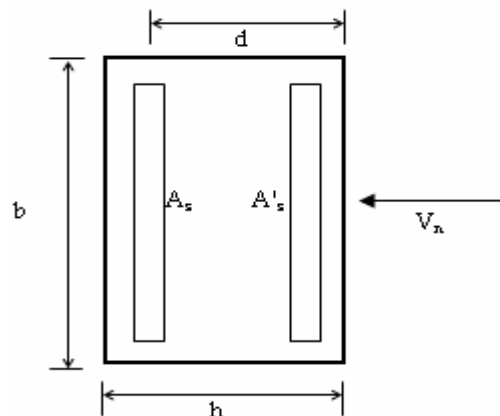


Figura 3.12: Configuración de la columna del ejemplo.

Los datos se harán variar de la siguiente forma:

1 - Fijar valor de f'_c , f_y , ρ y P/P_o .

$$f'_c = 3 \text{ ksi}; f_y = 60 \text{ ksi}; \rho = 1.5 \% \text{ y } P/P_o = 0.20.$$

2 - Variar las secciones de columna:

Este ejemplo sólo se hará para una sección de $b = 18''$ y $h = 12''$

$$d = 12 - 2.5 = 9.5''$$

3 - Cálculo de M_n :

Primero se calcula el área de acero total de la sección de la siguiente forma:

$$A_{st} = \frac{\rho b h}{100} = \frac{1.5 * 18 * 12}{100} = 3.24 \text{ in}^2$$

Utilizando la variación 3 del acero, se tiene que:

$$A_s = A_s' = 3.24 * 0.45 = 1.46 \text{ in}^2$$

3.1- Cálculo de P_o :

$$P_o = 0.85 f'_c [(A_g - A_{st})] + A_{st} * f_y$$

$$P_o = 0.85 * 3 * [(18 * 12) - 3.24] + (3.24 * 60) = 736.9 \text{ kip}$$

3.2- Cálculo P :

Como $P/P_o = 0.20$

$$P = 0.20 P_o = 0.20 * 736.9 = 147.4 \text{ kip}$$

3.3- Cálculo P_b :

Utilizando las ecuaciones del Apéndice A:

$$P_b = C_s + C_c - T$$

$$X_b = \frac{0.003 * 9.5}{0.00207 + 0.003} = 5.62 \text{ in.}$$

$$a_b = \beta_1 * X_b$$

$$a_b = 0.85 * 5.62 = 4.78 \text{ in.}$$

$$f'_s = 87 \left(1 - \frac{d'}{X_b} \right) \leq f_y$$

$$f'_s = 87 \left(1 - \frac{2.5}{5.62} \right)$$

$$f'_s = 48.30 \text{ ksi}$$

$$C_s = A'_s (f'_s - 0.85 f'_c)$$

Sustituyendo f'_s en C_s :

$$C_s = A'_s (f'_s - 0.85 f'_c) = 1.46(48.30 - 0.85 * 3) = 66.8 \text{ kip}$$

$$C_c = 0.85 f'_c * a_b * b = 0.85 * 3 * 4.78 * 18 = 219.4 \text{ kip}$$

$$T = A_s * f_y = 1.46 * 60 = 87.6 \text{ kip}$$

Sustituyendo C_s , C_c y T en P_b :

$$P_b = 66.8 + 219.4 - 87.6 = 198.6 \text{ kip}$$

3.4- Cálculo de la profundidad del eje neutro X:

Como $P = 147.4$ kips está por debajo del punto balanceado y $f'_s < f_y$ en el punto balanceado, entonces f'_s tiene que ser menor que f_y para $P < P_b$.

$$A = 0.85 f'_c b(i) = 0.85 * 3 * 18 * 0.85 = 39.02$$

$$B = (87 A'_s) - (0.85 f'_c A'_s) - (A'_s f_y) - P = (87 * 1.46) - (0.85 * 3 * 1.46) - (1.46 * 60) - 147.39 \\ = -111.69$$

$$C = -87 A'_s d' = -87 * 1.46 * 2.5 = -317.55$$

$$0 = 39.02 x^2 - 111.69x - 317.55$$

Resolviendo la cuadrática se tiene que:

$$x = 4.62 \text{ in}$$

$$a = \beta_1 x = 0.85 * 4.62 = 3.93 \text{ in}$$

$$M_n = T \left(d - \frac{h}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + C_c \left(\frac{h - a}{2} \right)$$

$$T = A_s f_s = 1.46 * 60 = 87.6 \text{ kip}$$

$$C_c = 0.85 f'_c a b = 0.85 * 3 * 3.93 * 18 = 180.4 \text{ kip}$$

$$C_s = A'_s (f'_s - 0.85 f'_c) = 1.46 * (39.92 - 0.85 * 3) = 54.6 \text{ kip}$$

$$M_n = \frac{87.6 \left(9.5 - \frac{12}{2} \right) + 54.6 \left(\frac{12}{2} - 2.5 \right) + 180.4 \left(\frac{12 - 3.93}{2} \right)}{12} = 102 \text{ kip - ft}$$

3.5 - Cálculo de V_n :

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{N_u}{2,000 * A_g} \right) \sqrt{f_c} * b * d$$

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{147,390}{2,000 * 18 * 12} \right) \frac{\sqrt{3 * 1,000 * 18 * 9.5}}{1,000} = 25.1 \text{ kip}$$

$$V_s = \frac{0.44 * 60 * 9.5}{12} = 20.9 \text{ kip}$$

$$V_n = 25.1 + 20.9 = 46.0 \text{ kip}$$

Sustituyendo M_n y V_n en ecuación 3.F:

$$L' = \frac{2 * 102 * 12}{46} = 53.22 \text{ in}$$

Dividiendo L' sobre el h de la sección analizada se tiene que:

$$\frac{L'}{h} = \frac{53.22 \text{ in}}{12 \text{ in}} = 4.44$$

La Tabla 3.7 hasta la Tabla 3.13 muestran un ejemplo de la corrida del programa para $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $P/P_o = 0.20$, y $\rho = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4] \%$. En la Tabla 3.8 se muestra sombreado el ejemplo que se acaba de desarrollar.

Tabla 3.7: Corrida del programa para $\rho = 1\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	120.0	182.7	74	42.8	3.46	3.46
16	14	140.0	228.5	105	51.8	4.05	3.47
16	16	160.0	273.9	141	60.8	4.64	3.48
18	12	135.0	205.5	83	45.5	3.66	3.66
18	14	157.5	257.0	118	55.1	4.28	3.67
18	16	180.0	308.1	159	64.6	4.91	3.68
20	12	150.0	228.4	93	48.2	3.84	3.84
20	14	175.0	285.6	131	58.4	4.49	3.85
20	16	200.0	342.4	176	68.5	5.15	3.86
22	12	165.0	251.2	102	50.9	4.00	4.00
22	14	192.5	314.2	144	61.7	4.67	4.00
22	16	220.0	376.6	194	72.4	5.36	4.02
24	12	180.0	274.0	111	53.7	4.14	4.14
24	14	210.0	342.7	157	65.0	4.84	4.15
24	16	240.0	410.8	212	76.3	5.55	4.16

L/h Ave. **3.83**STD **0.24**L/h **4.07**Tabla 3.8: Corrida del programa para $\rho = 1.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	131.0	176.5	91	43.2	4.20	4.20
16	14	152.9	224.7	130	52.3	4.96	4.25
16	16	174.7	272.3	176	61.4	5.74	4.30
18	12	147.4	198.6	102	46.0	4.44	4.44
18	14	172.0	252.8	146	55.7	5.24	4.50
18	16	196.5	306.3	198	65.4	6.06	4.55
20	12	163.8	220.7	113	48.8	4.65	4.65
20	14	191.1	280.9	162	59.1	5.49	4.71
20	16	218.4	340.4	220	69.4	6.35	4.76
22	12	180.1	242.7	125	51.6	4.83	4.83
22	14	210.2	308.9	179	62.5	5.72	4.90
22	16	240.2	374.4	242	73.3	6.61	4.96
24	12	196.5	264.8	136	54.4	5.00	5.00
24	14	229.3	337.0	195	65.8	5.92	5.07
24	16	262.0	408.4	264	77.3	6.84	5.13

L/h Ave. **4.68**STD **0.29**L/h **4.98**

Tabla 3.9: Corrida del programa para $\rho = 2\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	142.0	170.4	107	43.7	4.90	4.90
16	14	165.7	220.9	155	52.9	5.85	5.01
16	16	189.4	270.7	211	62.1	6.80	5.10
18	12	159.8	191.7	121	46.6	5.18	5.18
18	14	186.4	248.5	174	56.4	6.18	5.29
18	16	213.1	304.5	238	66.2	7.19	5.39
20	12	177.6	213.0	134	49.4	5.42	5.42
20	14	207.1	276.1	193	59.8	6.47	5.54
20	16	236.7	338.4	264	70.2	7.52	5.64
22	12	195.3	234.3	147	52.3	5.64	5.64
22	14	227.9	303.7	213	63.3	6.73	5.77
22	16	260.4	372.2	291	74.3	7.82	5.87
24	12	213.1	255.6	161	55.1	5.83	5.83
24	14	248.6	331.4	232	66.7	6.96	5.96
24	16	284.1	406.1	317	78.3	8.09	6.07

L/h Ave. **5.51**STD **0.35**L/h **5.86**Tabla 3.10: Corrida del programa para $\rho = 2.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	153.1	164.2	123	44.2	5.59	5.59
16	14	178.6	217.1	179	53.5	6.71	5.75
16	16	204.1	269.1	246	62.8	7.84	5.88
18	12	172.2	184.8	139	47.1	5.90	5.90
18	14	200.9	244.3	202	57.0	7.08	6.07
18	16	229.6	302.7	277	66.9	8.28	6.21
20	12	191.3	205.3	154	50.0	6.17	6.17
20	14	223.2	271.4	224	60.5	7.41	6.35
20	16	255.1	336.4	308	71.1	8.66	6.50
22	12	210.5	225.8	170	52.9	6.41	6.41
22	14	245.6	298.5	247	64.1	7.70	6.60
22	16	280.6	370.0	339	75.2	9.00	6.75
24	12	229.6	246.4	185	55.8	6.63	6.63
24	14	267.9	325.7	269	67.6	7.97	6.83
24	16	306.1	403.7	369	79.3	9.31	6.98

L/h Ave. **6.31**STD **0.40**L/h **6.71**

Tabla 3.11: Corrida del programa para $\rho = 3\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	164.1	158.1	141	44.7	6.32	6.32
16	14	191.5	213.3	204	54.1	7.55	6.47
16	16	218.8	267.5	281	63.5	8.85	6.64
18	12	184.6	177.9	159	47.6	6.67	6.67
18	14	215.4	240.0	230	57.7	7.96	6.83
18	16	246.2	300.9	316	67.7	9.34	7.00
20	12	205.1	197.6	177	50.6	6.98	6.98
20	14	239.3	266.7	255	61.3	8.33	7.14
20	16	273.5	334.4	351	71.9	9.77	7.33
22	12	225.6	217.4	194	53.6	7.25	7.25
22	14	263.3	293.3	281	64.9	8.65	7.42
22	16	300.9	367.8	386	76.1	10.15	7.61
24	12	246.2	237.1	212	56.6	7.49	7.49
24	14	287.2	320.0	306	68.5	8.94	7.67
24	16	328.2	401.3	421	80.4	10.49	7.87

L/h Ave. **7.11**STD **0.45**L/h **7.56**Tabla 3.12: Corrida del programa para $\rho = 3.5\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	175.1	151.9	153	45.1	6.80	6.80
16	14	204.3	209.6	229	54.6	8.37	7.17
16	16	233.5	265.9	316	64.2	9.84	7.38
18	12	197.0	170.9	173	48.2	7.16	7.16
18	14	229.9	235.8	257	58.3	8.82	7.56
18	16	262.7	299.2	355	68.5	10.38	7.78
20	12	218.9	189.9	192	51.2	7.49	7.49
20	14	255.4	261.9	286	62.0	9.22	7.90
20	16	291.9	332.4	395	72.8	10.85	8.13
22	12	240.8	208.9	211	54.2	7.78	7.78
22	14	280.9	288.1	314	65.7	9.58	8.21
22	16	321.1	365.6	434	77.1	11.26	8.45
24	12	262.7	227.9	230	57.3	8.04	8.04
24	14	306.5	314.3	343	69.3	9.89	8.48
24	16	350.3	398.9	474	81.4	11.64	8.73

L/h Ave. **7.80**STD **0.53**L/h **8.33**

Tabla 3.13: Corrida del programa para $\rho = 4\%$, $P/P_o = 0.20$, $f'_c = 3\text{ksi}$.

Sección [in x in]		P [kips]	P _b [kips]	Mn [k-ft]	Vn [kips]	L [ft]	L' / h
Base	Altura	0.20P _o			V _c + V _s	2Mn/Vn	
16	12	186.2	145.8	165	45.6	7.25	7.25
16	14	217.2	205.8	252	55.2	9.14	7.84
16	16	248.2	264.3	350	64.8	10.81	8.11
18	12	209.4	164.0	186	48.7	7.63	7.63
18	14	244.3	231.5	284	59.0	9.63	8.26
18	16	279.2	297.4	394	69.2	11.39	8.54
20	12	232.7	182.2	207	51.8	7.98	7.98
20	14	271.5	257.2	316	62.7	10.06	8.63
20	16	310.3	330.4	438	73.6	11.90	8.92
22	12	256.0	200.5	227	54.9	8.28	8.28
22	14	298.6	282.9	347	66.5	10.45	8.95
22	16	341.3	363.4	482	78.0	12.35	9.26
24	12	279.2	218.7	248	58.0	8.55	8.55
24	14	325.8	308.7	379	70.2	10.79	9.25
24	16	372.3	396.5	525	82.4	12.75	9.57

L/h Ave. **8.47**STD **0.63**L/h **9.10**

3.8 Curvas generadas

3.8.1 Procedimiento estadístico

Para cada grupo de valores de L/h que se consiguió del programa, se realizó un análisis estadístico para obtener el valor que mejor representara la muestra de datos. El procedimiento aplicado fue el siguiente:

1. Para cada tabla, se calculó el promedio con la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

Donde:

n = número de la muestra

x_i = observaciones de la muestra

2. Se calculó la desviación estándar con la siguiente fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

3. Se calculó el valor representativo de la muestra como el promedio más una desviación estándar.

$$\frac{L'}{h} = \bar{x} + \sigma$$

3.8.2 Otras secciones de columna consideradas

Para tratar de cubrir un mayor número de secciones en este estudio se procedió a aumentar las dimensiones de las mismas como se muestra en la Tabla 3.14. La finalidad fue el abarcar otro tipo de estructuras. Como las escuelas típicamente tienen como máximo tres niveles, se consideró que la diferencia con estructuras como hoteles, edificios comerciales, etc., estaría en el tamaño de las secciones. A estas secciones se les aplicó el mismo procedimiento anterior.

Tabla 3.14: Otras secciones consideradas: a) Dirección débil (n = 16) y b) Dirección fuerte (n = 26).

(a)		(b)	
Sección [in x in]		Sección [in x in]	
Base [b]	Altura [h]	Base [b]	Altura [h]
26	18	18	26
	20		28
	22		30
	24		32
28	18	20	26
	20		28
	22		30
	24		32
30	18	22	26
	20		28
	22		30
	24		32
32	18	24	26
	20		28
	22		30
	24		32
		26	26
			28
			30
			32
		28	28
			30
			32
		30	30
			32
		32	32

3.8.3 Gráficos propuestos

Las Tabla 3.15 y Tabla 3.16 muestran el resumen de valores de L'/h hallados para un $f'_c = 3$ ksi y 4 ksi respectivamente para columnas confinadas en su dirección débil, cuyas secciones tengan un h comprendido entre [12-16] in. y un $b = [16-24]$ in. De igual forma la Tabla 3.17 y la Tabla 3.18 muestran los valores de L'/h para $f'_c = 3$ ksi y $f'_c = 4$ ksi, respectivamente para las secciones que se encuentren entre $b = [26-36]$ in. y $h = [18-24]$ in. Por último la Tabla 3.19 y

la Tabla 3.20 muestran los valores de L'/h para $f'_c = 3$ ksi y $f'_c = 4$ ksi, respectivamente para columnas confinadas en su dirección fuerte y cuyas secciones se encuentren entre $b = [12 - 24]$ in. y $h = [12 - 24]$ in. Estas tablas corresponden a una separación de aros de 12 in.

Tabla 3.15: Valores promedio $+ 1 \sigma$ de L'/h para $f'_c = 3$ ksi, $b = [16 - 24]$ in, $h = [12 - 16]$ in y $s = 12$ in.

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
3	0.10	3.44	4.43	5.39	6.34	7.28	8.20	9.11
	0.12	3.59	4.56	5.52	6.45	7.36	8.26	9.15
	0.14	3.73	4.69	5.62	6.54	7.43	8.31	9.17
	0.16	3.85	4.80	5.72	6.61	7.49	8.34	9.18
	0.18	3.97	4.89	5.79	6.67	7.52	8.38	9.16
	0.20	4.07	4.98	5.86	6.71	7.56	8.33	9.10
	0.22	4.16	5.04	5.90	6.75	7.52	8.25	8.84
	0.24	4.23	5.10	5.95	6.72	7.42	8.00	8.51
	0.26	4.29	5.14	5.93	6.64	7.21	7.72	8.20
	0.28	4.34	5.15	5.87	6.46	6.97	7.44	7.90
	0.30	4.37	5.13	5.74	6.25	6.73	7.18	7.60
	0.32	4.37	5.04	5.57	6.06	6.51	6.93	7.32
	0.40	4.08	4.54	4.94	5.30	5.63	5.94	6.23
	0.60	3.04	3.22	3.37	3.51	3.63	3.74	3.85
	0.80	1.58	1.58	1.60	1.62	1.65	1.68	1.70

Tabla 3.16: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [16 - 24]$ in y $h = [12 - 16]$ in y $s = 12$ in.

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
4	0.10	3.50	4.39	5.26	6.12	6.95	7.78	8.59
	0.12	3.67	4.54	5.39	6.23	7.04	7.84	8.63
	0.14	3.82	4.68	5.51	6.32	7.11	7.89	8.65
	0.16	3.96	4.79	5.60	6.39	7.16	7.92	8.65
	0.18	4.09	4.90	5.68	6.45	7.20	7.93	8.64
	0.20	4.19	4.98	5.75	6.49	7.22	7.92	8.62
	0.22	4.28	5.05	5.80	6.52	7.22	7.90	8.54
	0.24	4.36	5.11	5.83	6.53	7.20	7.85	8.37
	0.26	4.42	5.15	5.84	6.51	7.13	7.66	8.09
	0.28	4.47	5.17	5.84	6.45	6.96	7.38	7.77
	0.30	4.50	5.18	5.79	6.29	6.71	7.11	7.48
	0.32	4.52	5.14	5.66	6.09	6.48	6.85	7.19
	0.34	4.50	5.05	5.49	5.89	6.26	6.60	6.92
	0.40	4.27	4.67	5.02	5.33	5.61	5.88	6.12
	0.60	3.19	3.32	3.44	3.55	3.64	3.73	3.81
	0.80	1.68	1.66	1.66	1.67	1.68	1.69	1.71

Tabla 3.17: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 3$ ksi, $b = [26 - 36]$ in, $h = [18 - 24]$ in y $s = 12$ in.

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
3	0.10	4.05	5.32	6.57	7.80	9.01	10.21	11.38
	0.12	4.22	5.48	6.71	7.92	9.10	10.27	11.41
	0.14	4.38	5.62	6.83	8.02	9.17	10.31	11.42
	0.16	4.53	5.75	6.93	8.09	9.22	10.32	11.38
	0.18	4.66	5.85	7.02	8.15	9.24	10.28	11.28
	0.20	4.77	5.94	7.08	8.16	9.20	10.19	11.14
	0.22	4.86	6.01	7.10	8.15	9.14	10.07	10.96
	0.24	4.94	6.05	7.10	8.10	9.03	9.90	10.55
	0.26	4.99	6.07	7.08	8.02	8.87	9.50	10.09
	0.28	5.03	6.06	7.02	7.89	8.52	9.11	9.65
	0.30	5.04	6.03	6.94	7.60	8.18	8.73	9.23
	0.32	5.04	5.99	6.71	7.31	7.86	8.36	8.83
	0.40	4.71	5.29	5.80	6.25	6.66	7.03	7.38
	0.60	3.35	3.59	3.79	3.97	4.13	4.27	4.40
	0.80	1.71	1.72	1.73	1.73	1.75	1.77	1.79

Tabla 3.18: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [26 - 36]$ in, $h = [18 - 24]$ in y $s = 12$ in.

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
4	0.10	3.99	5.11	6.21	7.29	8.36	9.41	10.44
	0.12	4.18	5.28	6.36	7.41	8.45	9.46	10.46
	0.14	4.35	5.43	6.48	7.51	8.51	9.50	10.46
	0.16	4.50	5.56	6.58	7.58	8.56	9.51	10.45
	0.18	4.64	5.66	6.66	7.64	8.59	9.50	10.38
	0.20	4.75	5.75	6.73	7.67	8.58	9.44	10.28
	0.22	4.85	5.82	6.76	7.67	8.53	9.35	10.14
	0.24	4.92	5.87	6.77	7.64	8.45	9.23	9.97
	0.26	4.98	5.89	6.76	7.58	8.35	9.08	9.73
	0.28	5.01	5.89	6.72	7.50	8.23	8.82	9.29
	0.30	5.03	5.87	6.66	7.39	7.96	8.44	8.88
	0.32	5.03	5.83	6.58	7.16	7.64	8.07	8.48
	0.34	5.01	5.78	6.39	6.88	7.32	7.73	8.10
	0.40	4.78	5.28	5.72	6.11	6.46	6.77	7.07
	0.60	3.41	3.60	3.76	3.90	4.02	4.14	4.24
	0.80	1.76	1.77	1.77	1.76	1.75	1.75	1.76

Tabla 3.19: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 3$ ksi, $b = [12 - 24]$ in, $h = [12 - 24]$ in y $s = 12$ in. (Columnas Confinadas en su dirección fuerte)

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
3	0.10	4.06	5.32	6.56	7.77	8.97	10.15	11.31
	0.12	4.25	5.49	6.70	7.90	9.07	10.22	11.35
	0.14	4.41	5.64	6.83	8.00	9.14	10.26	11.36
	0.16	4.56	5.77	6.94	8.08	9.20	10.28	11.30
	0.18	4.69	5.88	7.03	8.14	9.21	10.23	11.21
	0.20	4.81	5.97	7.09	8.15	9.17	10.14	11.08
	0.22	4.90	6.03	7.11	8.13	9.10	10.04	10.92
	0.24	4.98	6.07	7.11	8.08	9.02	9.88	10.53
	0.26	5.03	6.09	7.08	8.02	8.87	9.49	10.07
	0.28	5.06	6.08	7.03	7.90	8.51	9.07	9.59
	0.30	5.08	6.05	6.95	7.61	8.18	8.72	9.22
	0.32	5.08	6.01	6.73	7.32	7.86	8.36	8.84
	0.34	5.06	5.87	6.49	7.04	7.55	8.03	8.48
	0.40	4.75	5.31	5.79	6.22	6.60	6.94	7.26
	0.60	3.36	3.56	3.74	3.88	4.01	4.13	4.23
	0.80	1.79	2.00	2.19	2.37	2.54	2.70	2.84

Tabla 3.20: Valores promedio + 1 σ de L'/h para $f'_c = 4$ ksi, $b = [12 - 24]$ in, $h = [12 - 24]$ in y $s = 12$ in. (Columnas Confinadas en su dirección fuerte)

f'_c [Ksi]	P/ Po	L' / h						
		$\rho = 1\%$	$\rho = 1.5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 2.5\%$	$\rho = 3\%$	$\rho = 3.5\%$	$\rho = 4\%$
4	0.10	4.00	5.10	6.18	7.25	8.30	9.33	10.34
	0.12	4.19	5.28	6.33	7.37	8.39	9.39	10.37
	0.14	4.37	5.43	6.46	7.47	8.46	9.43	10.38
	0.16	4.53	5.56	6.57	7.55	8.51	9.45	10.36
	0.18	4.67	5.67	6.66	7.61	8.54	9.44	10.30
	0.20	4.78	5.77	6.72	7.64	8.53	9.38	10.19
	0.22	4.88	5.84	6.76	7.64	8.48	9.28	10.05
	0.24	4.96	5.88	6.76	7.61	8.40	9.17	9.91
	0.26	5.01	5.90	6.75	7.55	8.31	9.04	9.68
	0.28	5.04	5.90	6.71	7.47	8.19	8.78	9.24
	0.30	5.06	5.88	6.65	7.37	7.94	8.39	8.81
	0.32	5.06	5.84	6.57	7.14	7.60	8.02	8.41
	0.34	5.04	5.78	6.39	6.86	7.28	7.67	8.02
	0.40	4.81	5.29	5.71	6.08	6.40	6.70	6.97
	0.60	3.42	3.58	3.71	3.83	3.93	4.02	4.10
	0.80	1.73	1.88	2.02	2.16	2.29	2.41	2.53

A continuación se presentan los gráficos obtenidos de las tablas anteriores.

Se presentan además los gráficos correspondientes a una separación de aros de 6

in. El círculo representa la carga de balance promedio.

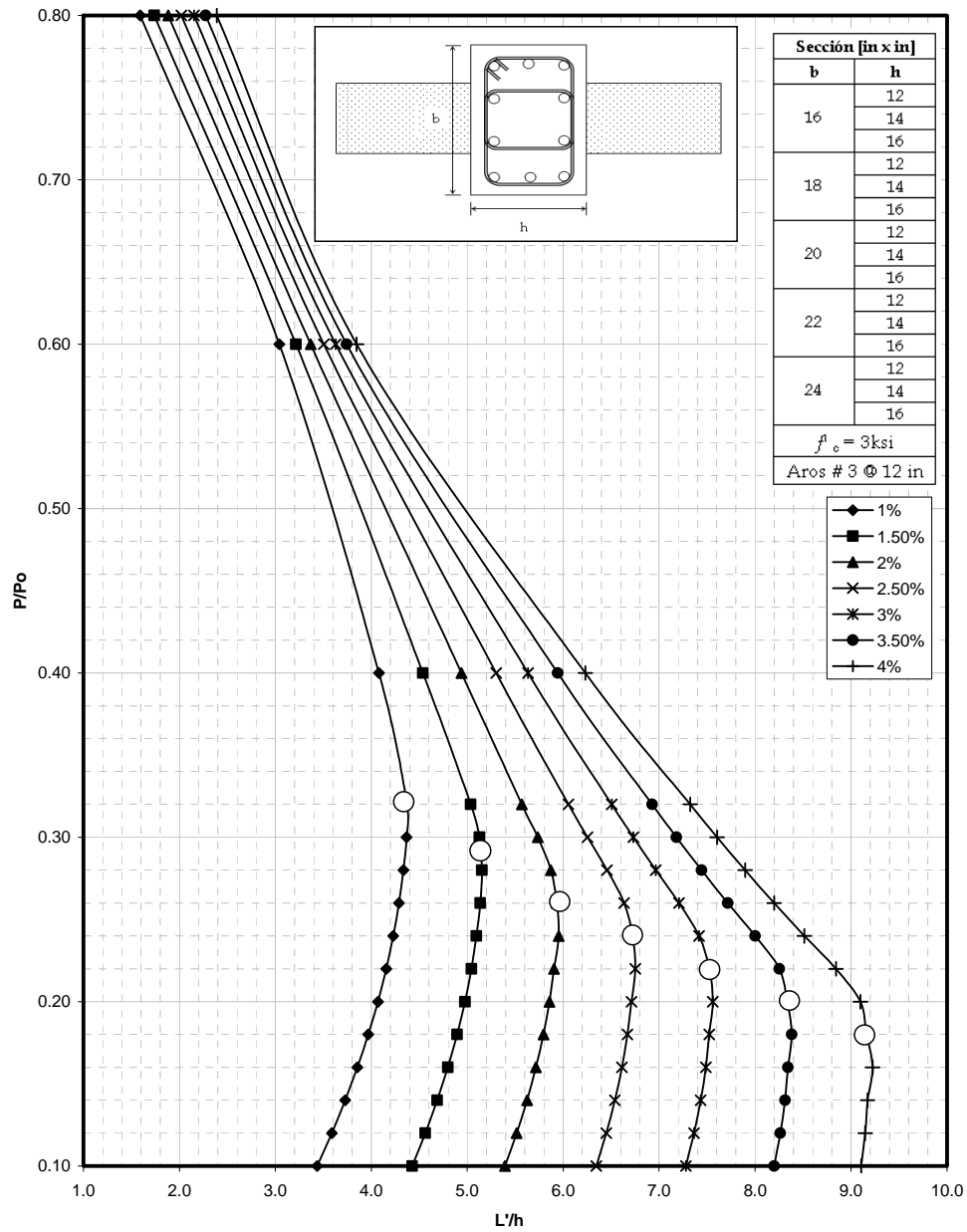


Figura 3.13: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $b = [16-24] \text{ in}$, $h = [12-16] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

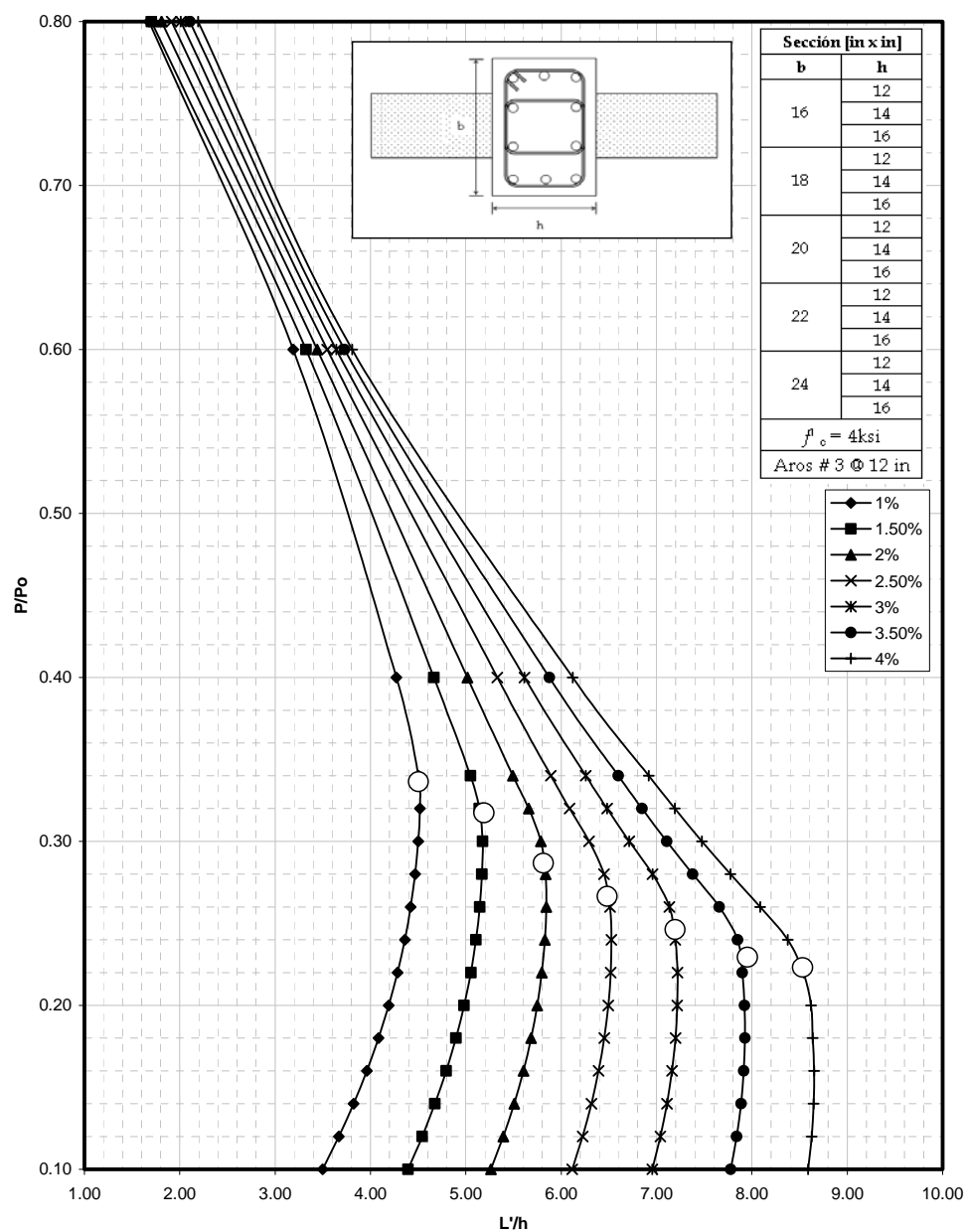


Figura 3.14: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [16-24] \text{ in}$, $h = [12-16] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

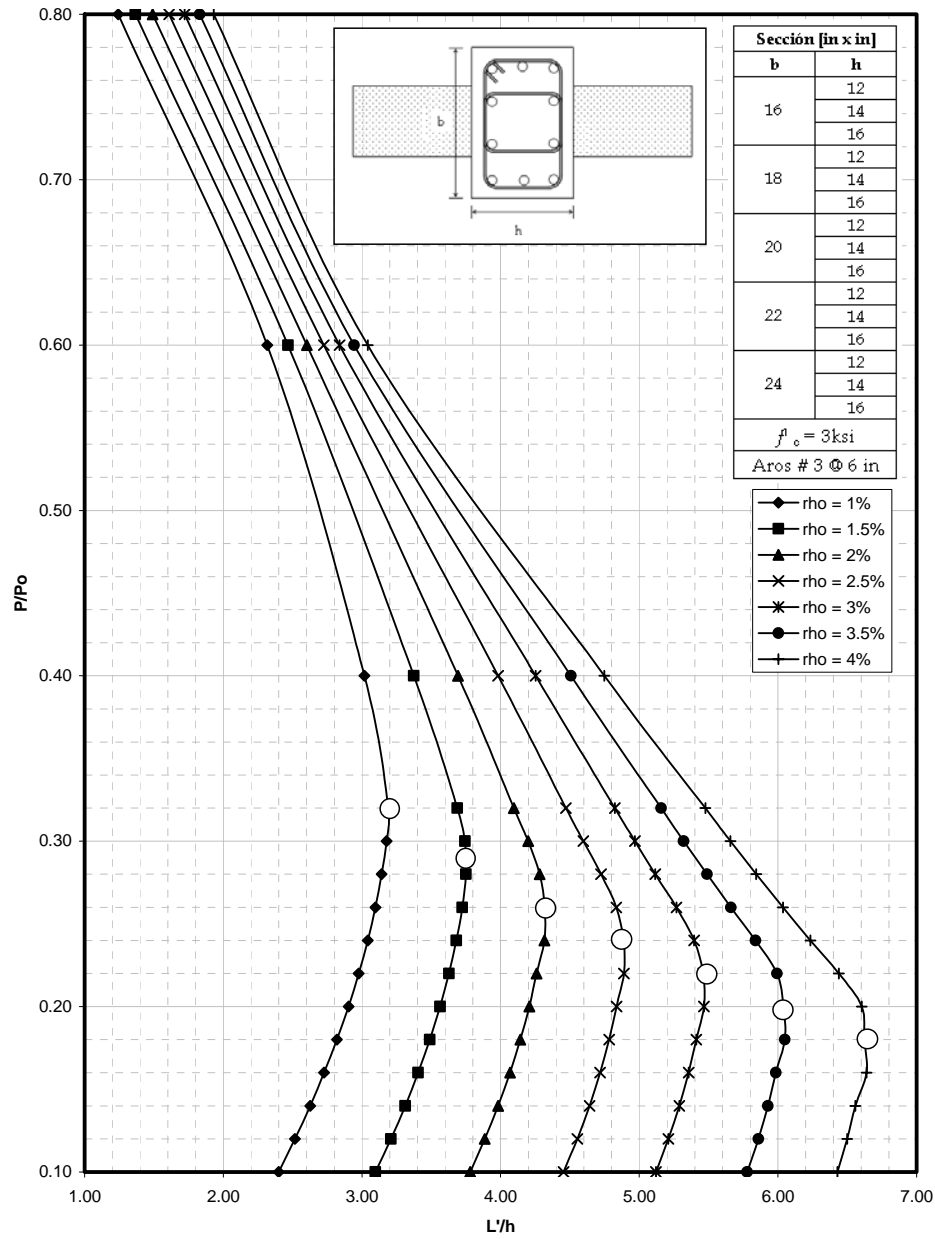


Figura 3.15: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [16-24]$ in $h = [12-16]$ in, $s = 6$ in.

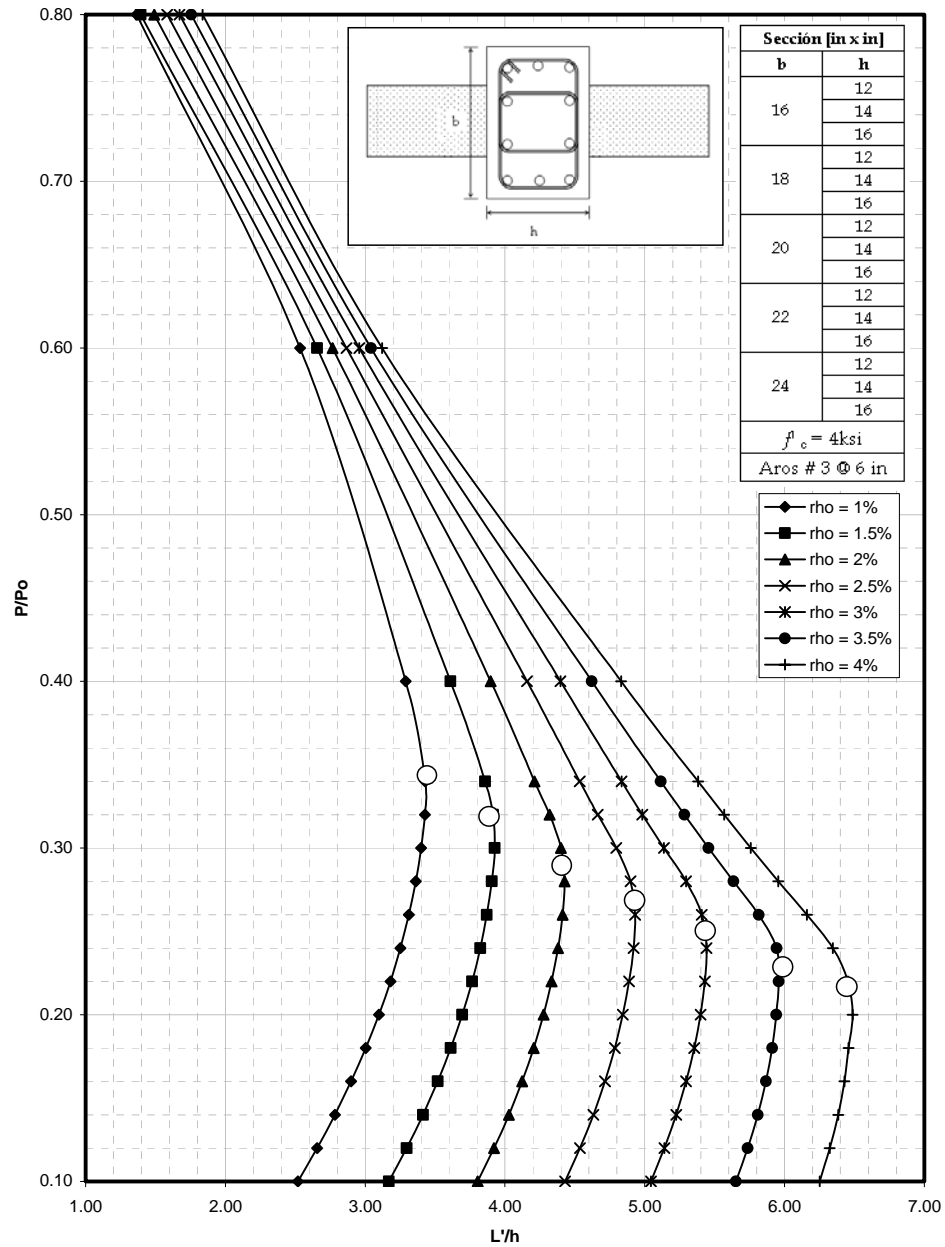


Figura 3.16: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [16-24] \text{ in}$, $h = [12-16] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

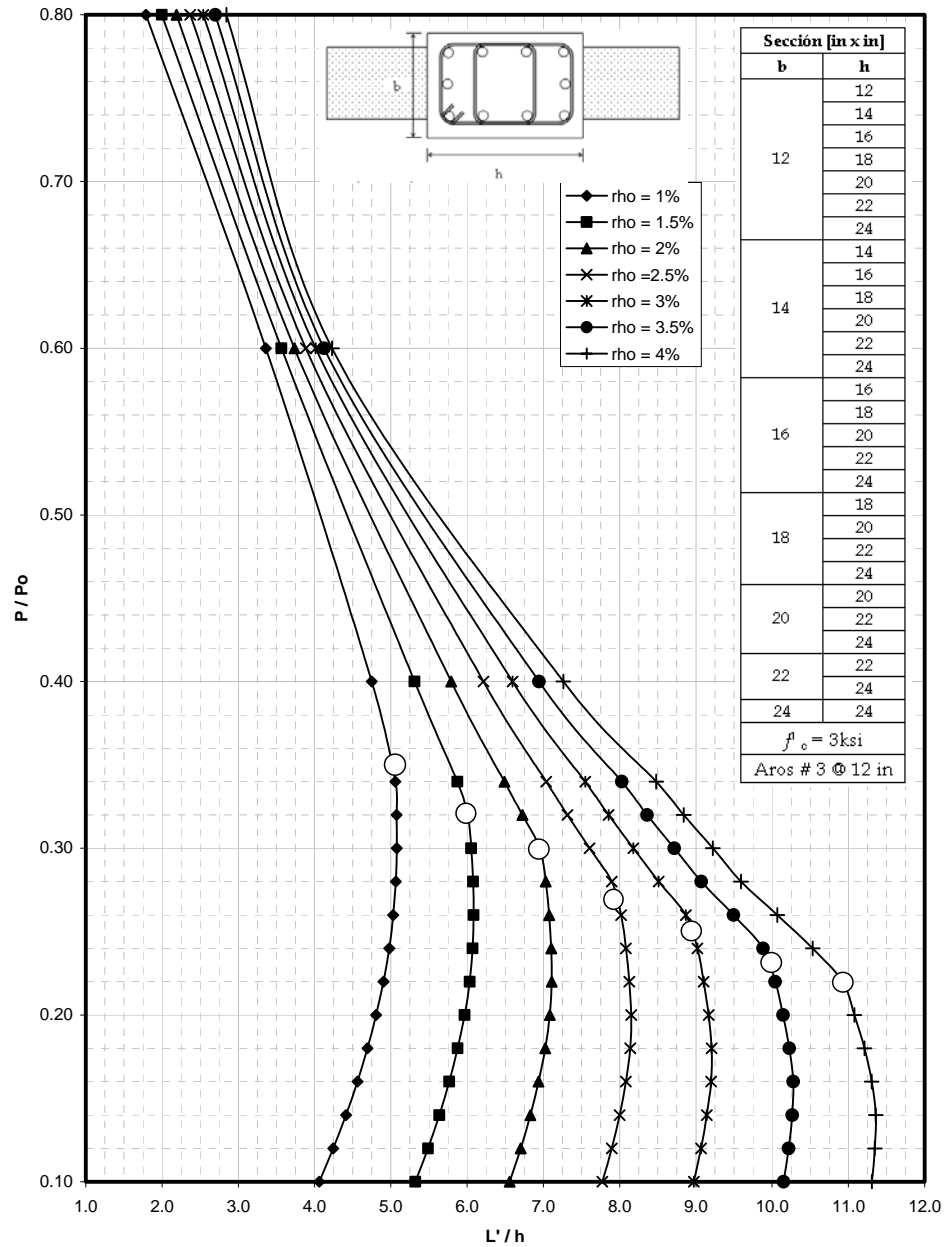


Figura 3.17: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $b = [12 - 24] \text{ in}$, $h = [12 - 24] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

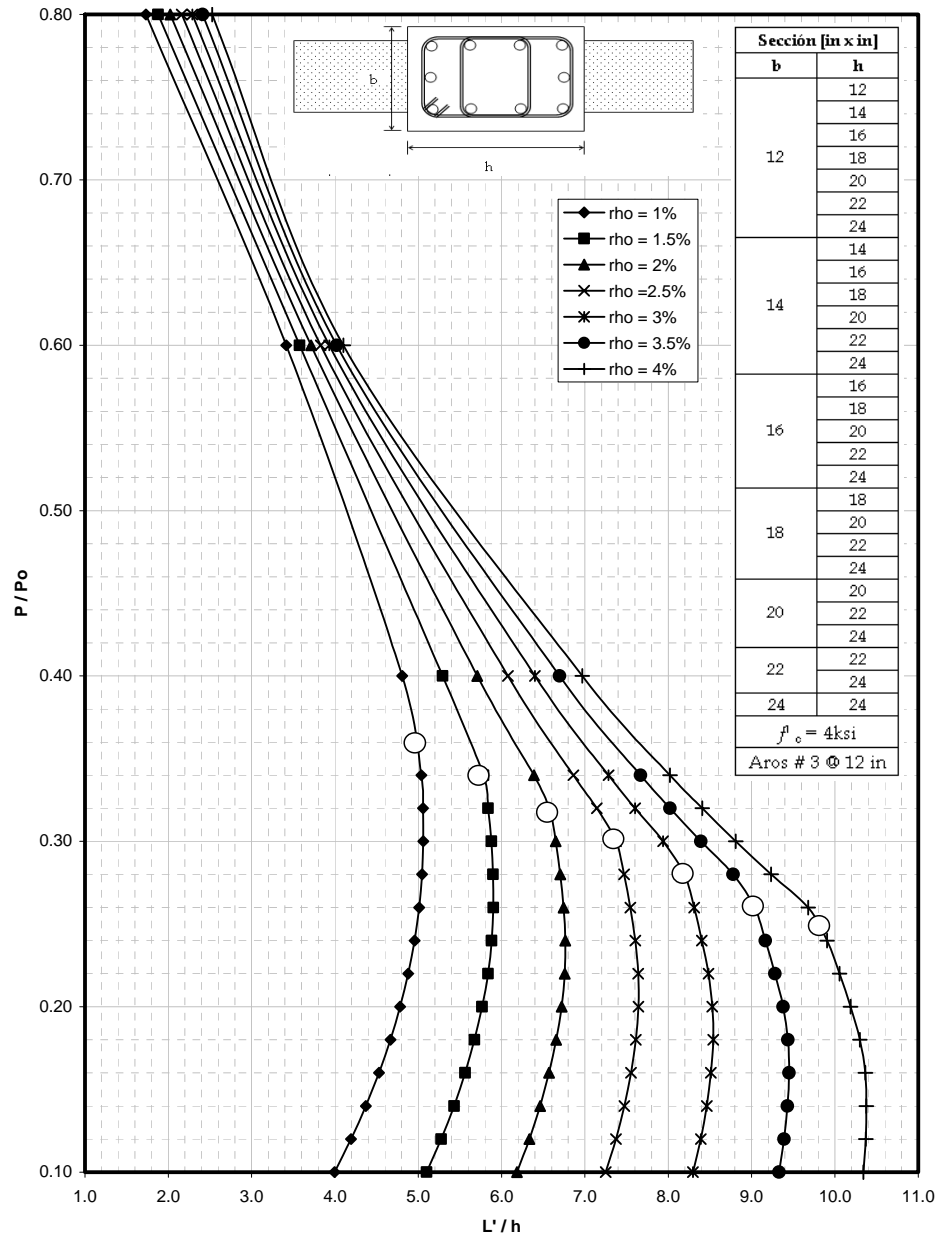


Figura 3.18: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4\text{ksi}$, $b = [12 - 24]$ in, $h = [12 - 24]$ in, $s = 12$ in.

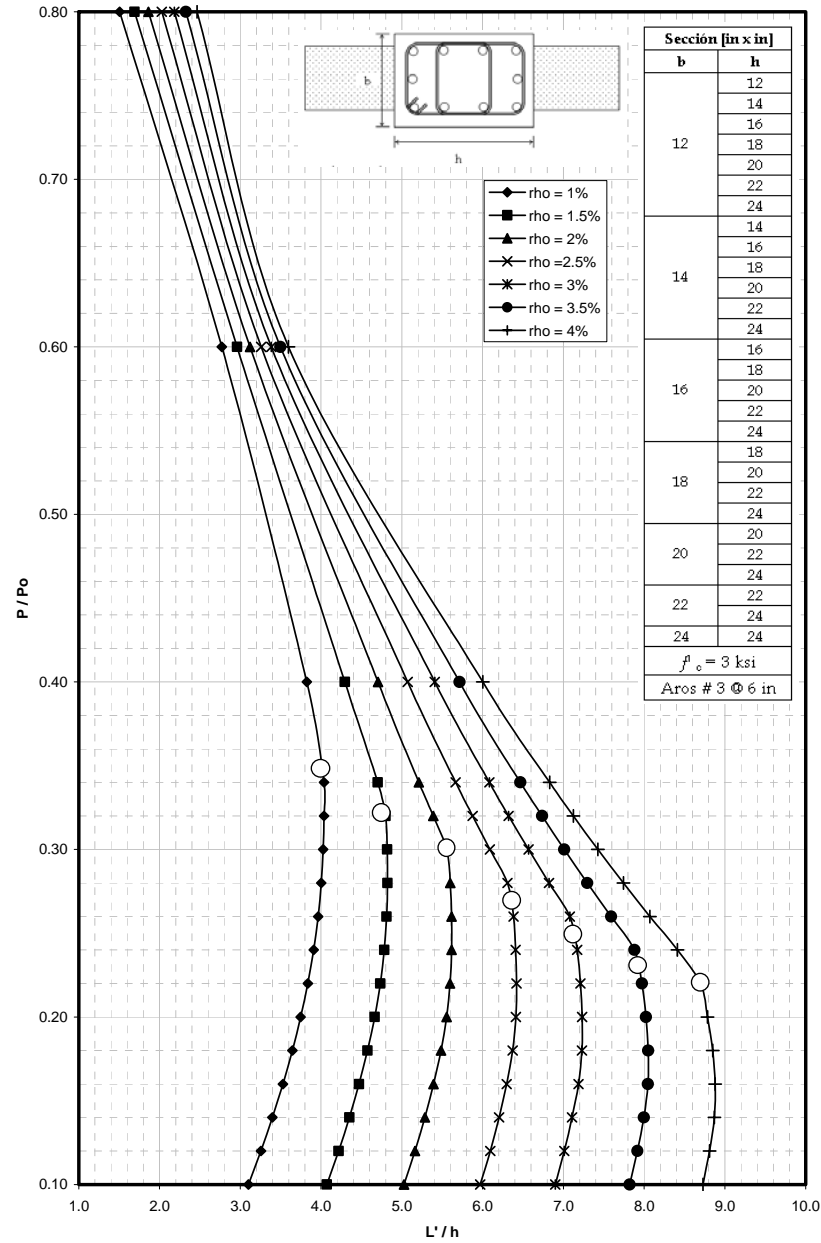


Figura 3.19: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [12 - 24] \text{ in}$, $h = [12 - 24] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

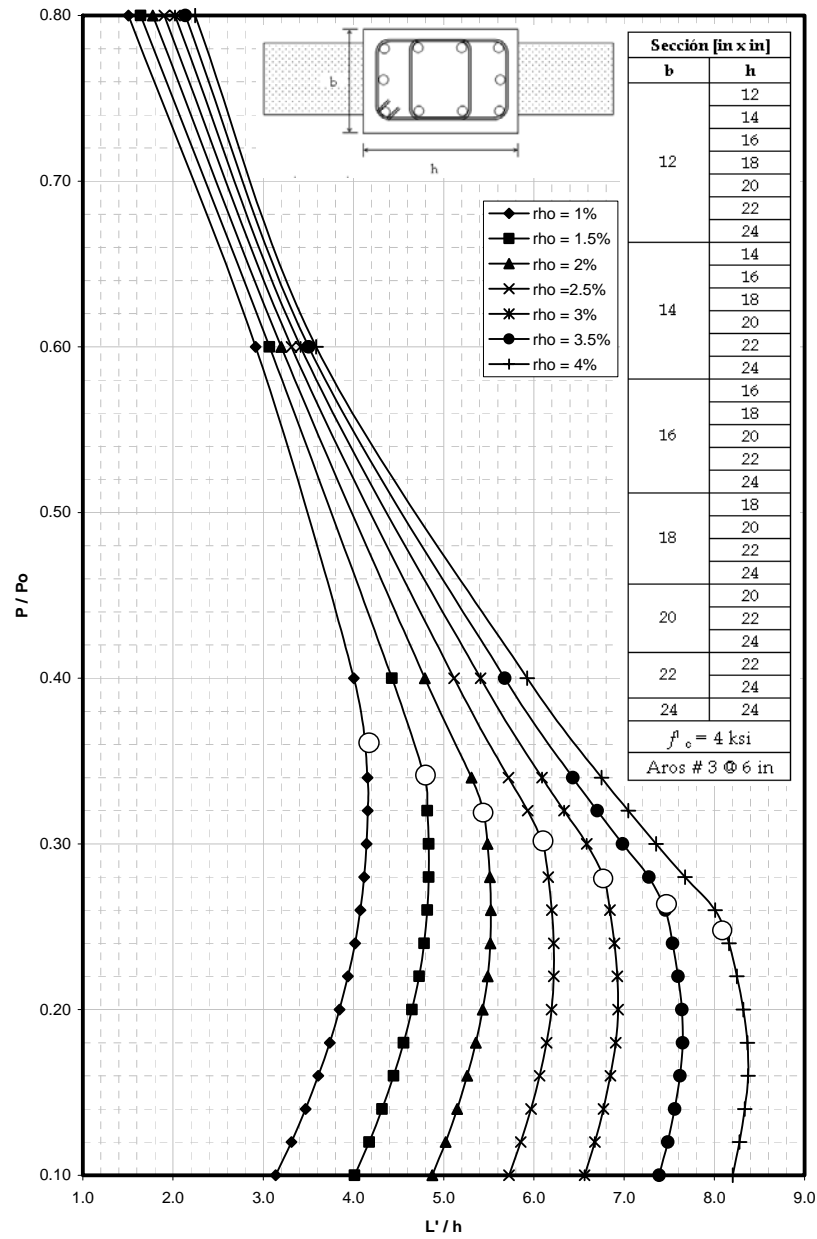


Figura 3.20: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [12 - 24] \text{ in}$, $h = [12 - 24] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

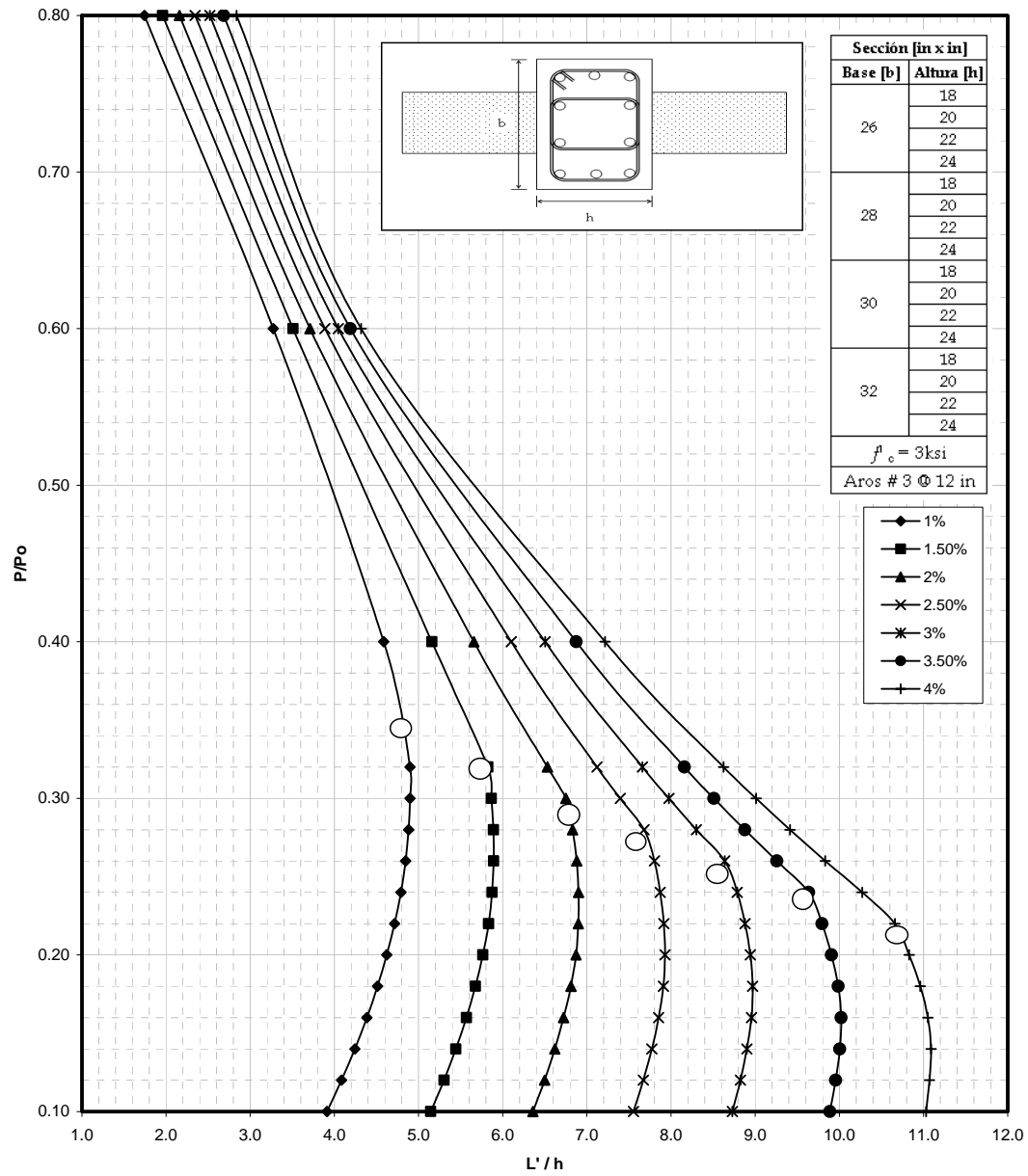


Figura 3.21: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3\text{ksi}$, $b = [26 - 32]\text{ in}$, $h = [26 - 32]\text{ in}$, $s = 12\text{ in}$.

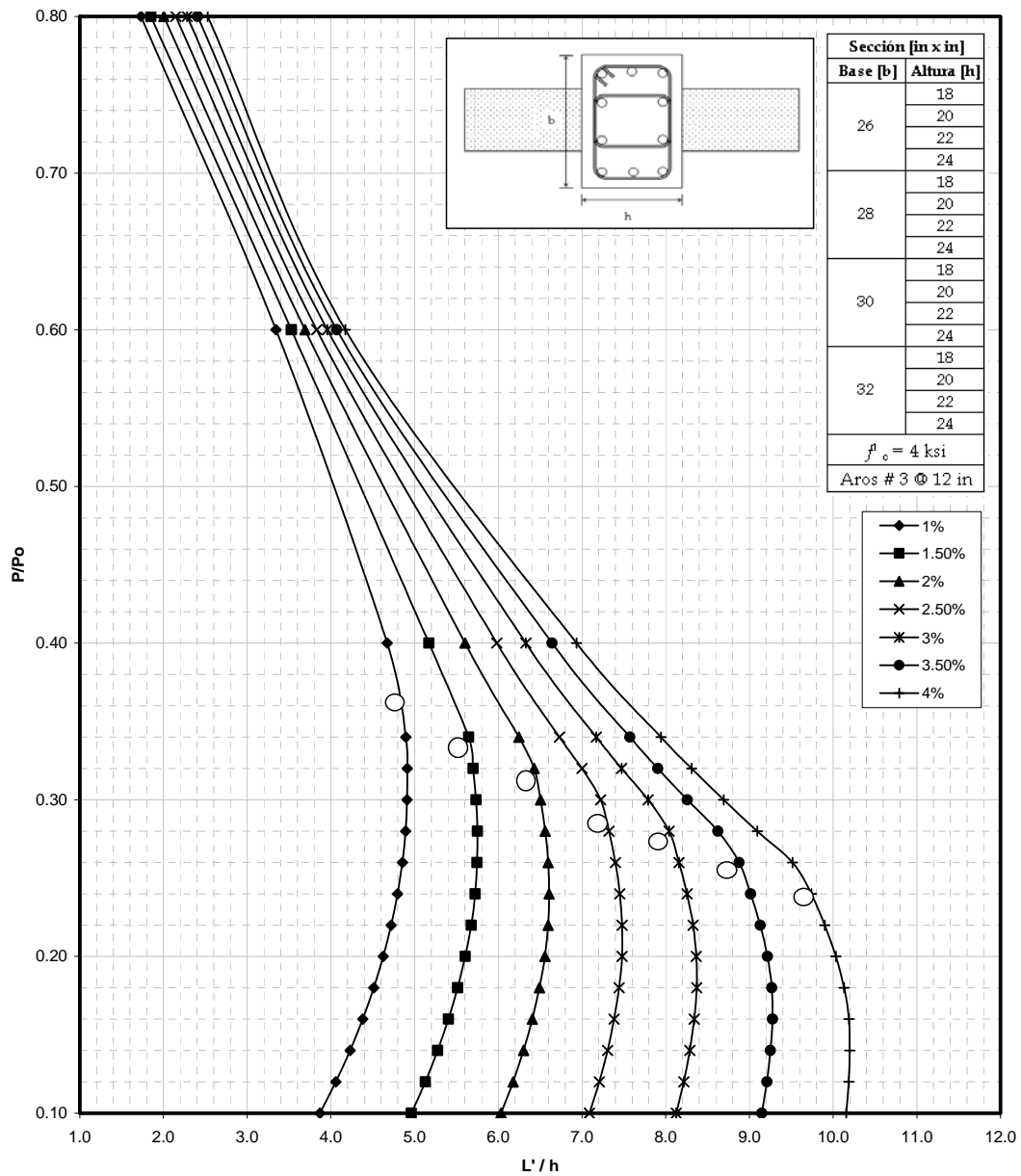


Figura 3.22: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [26 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

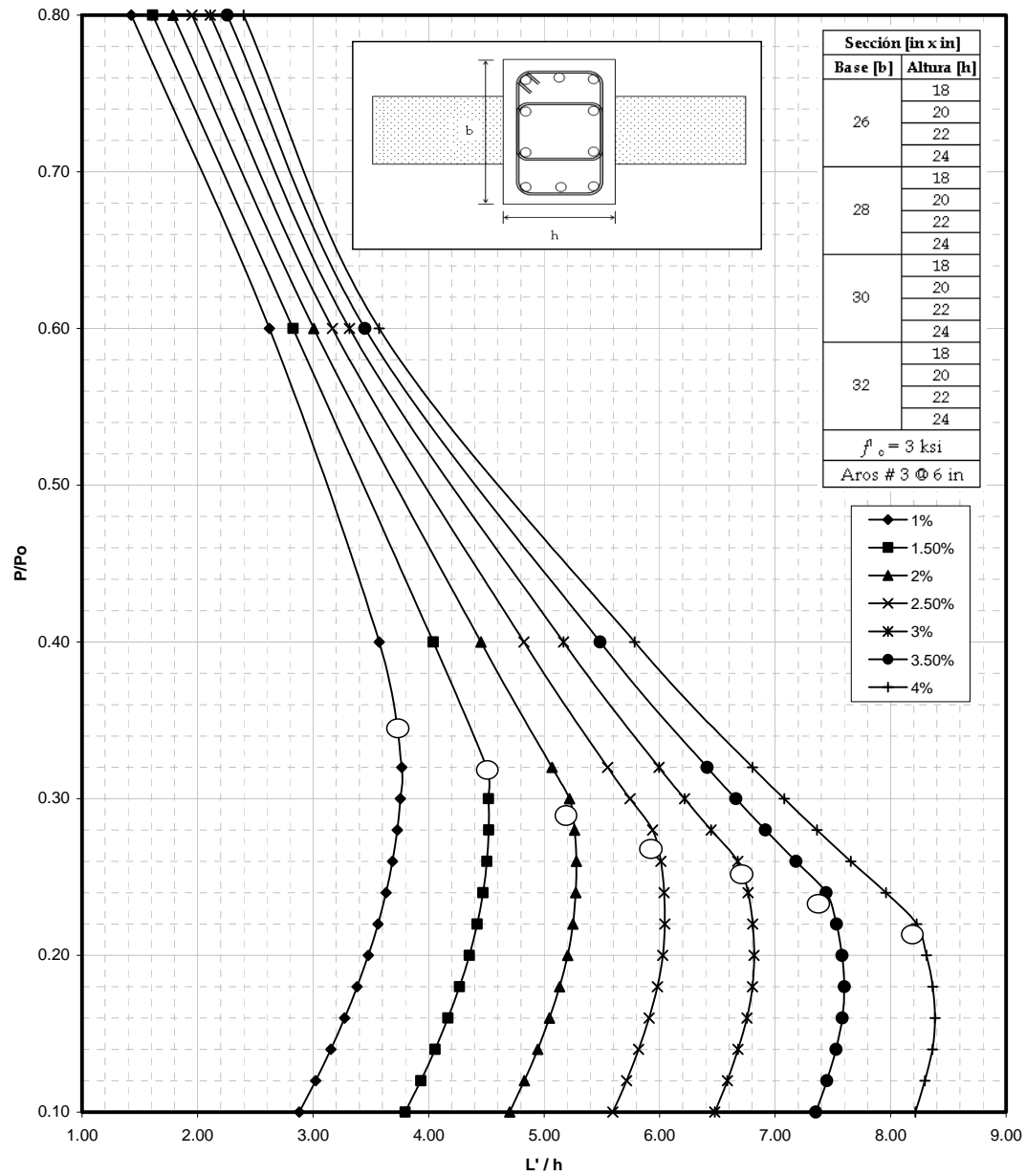


Figura 3.23: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $b = [26 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

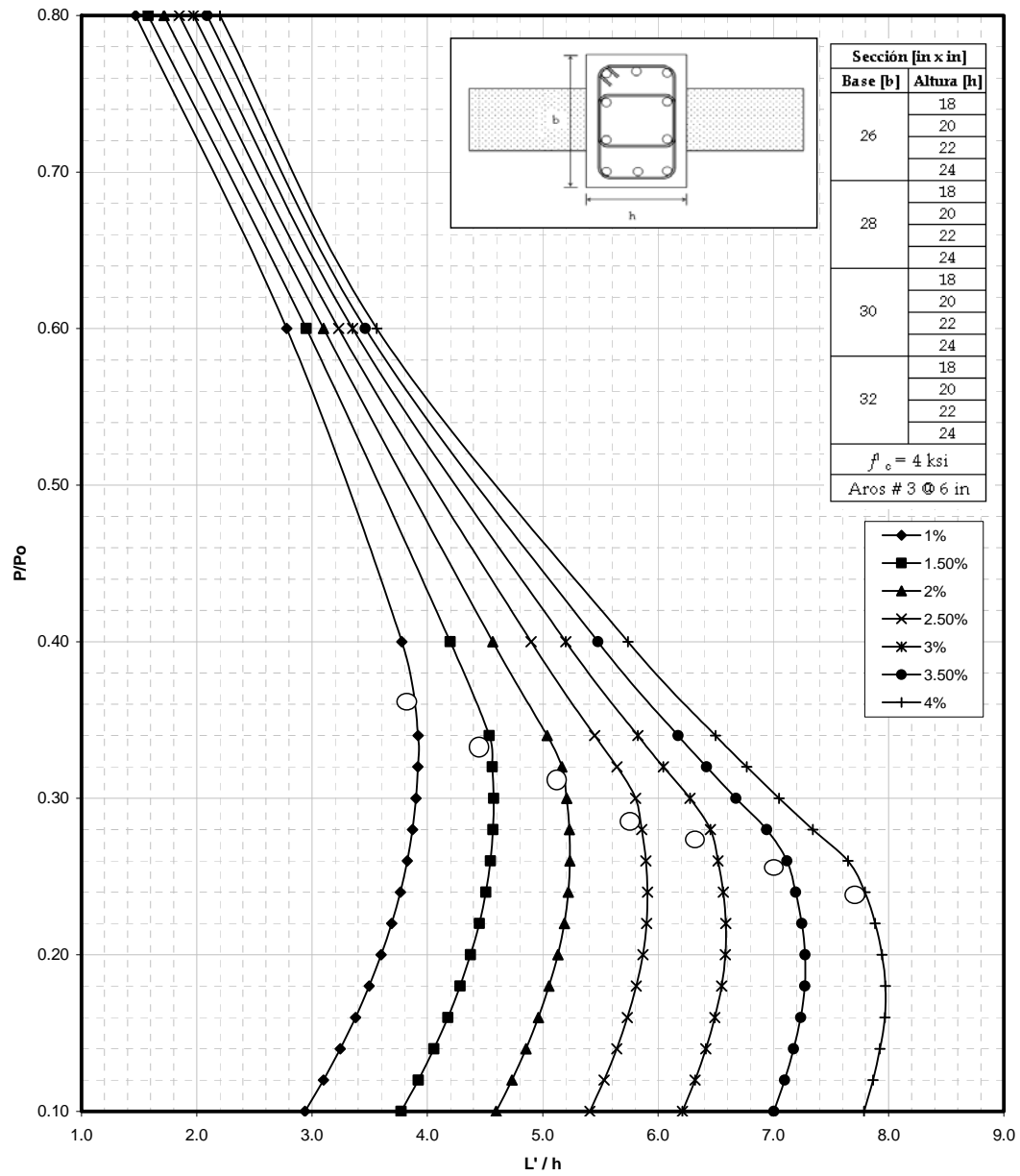


Figura 3.24: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [26 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

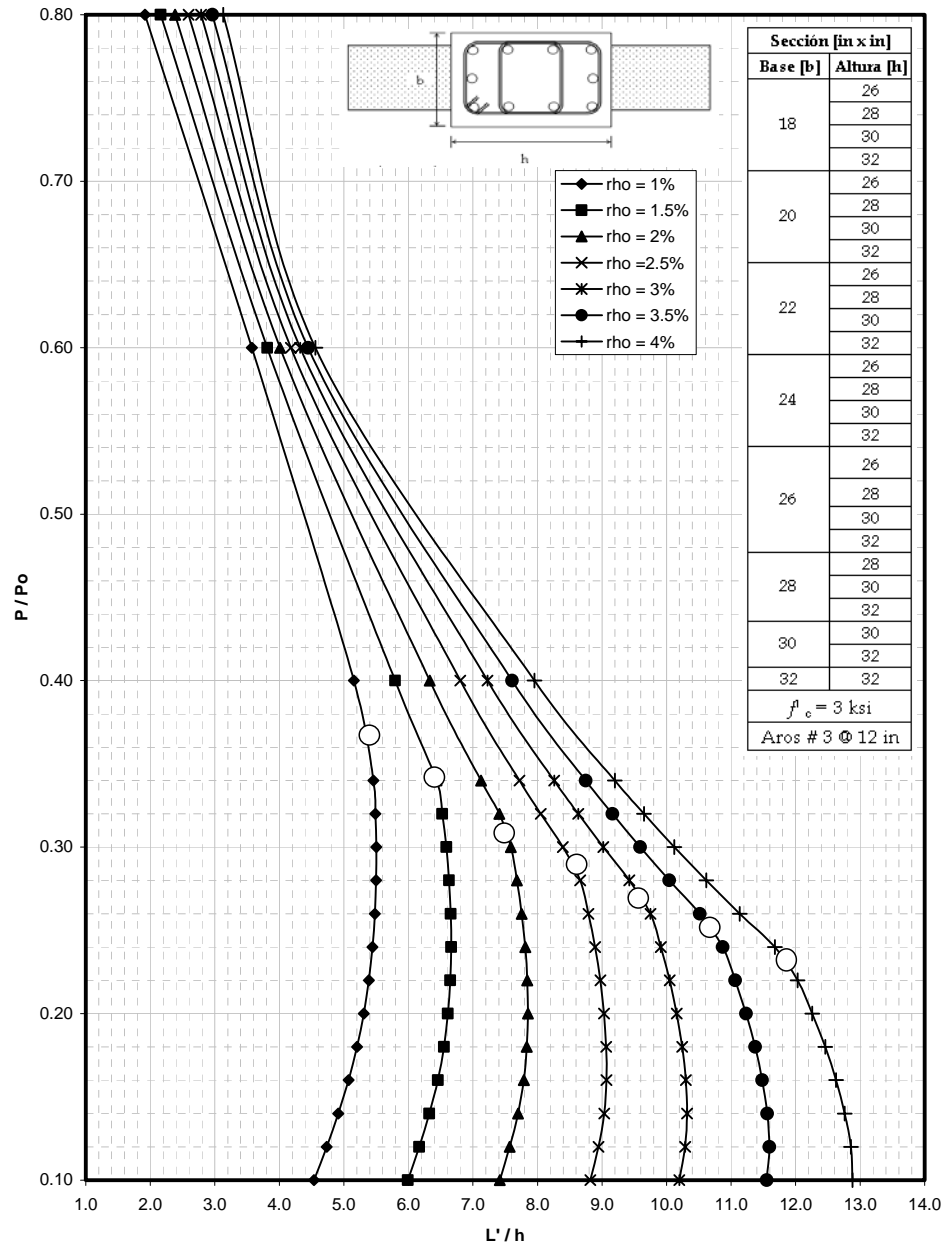


Figura 3.25: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $b = [18 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

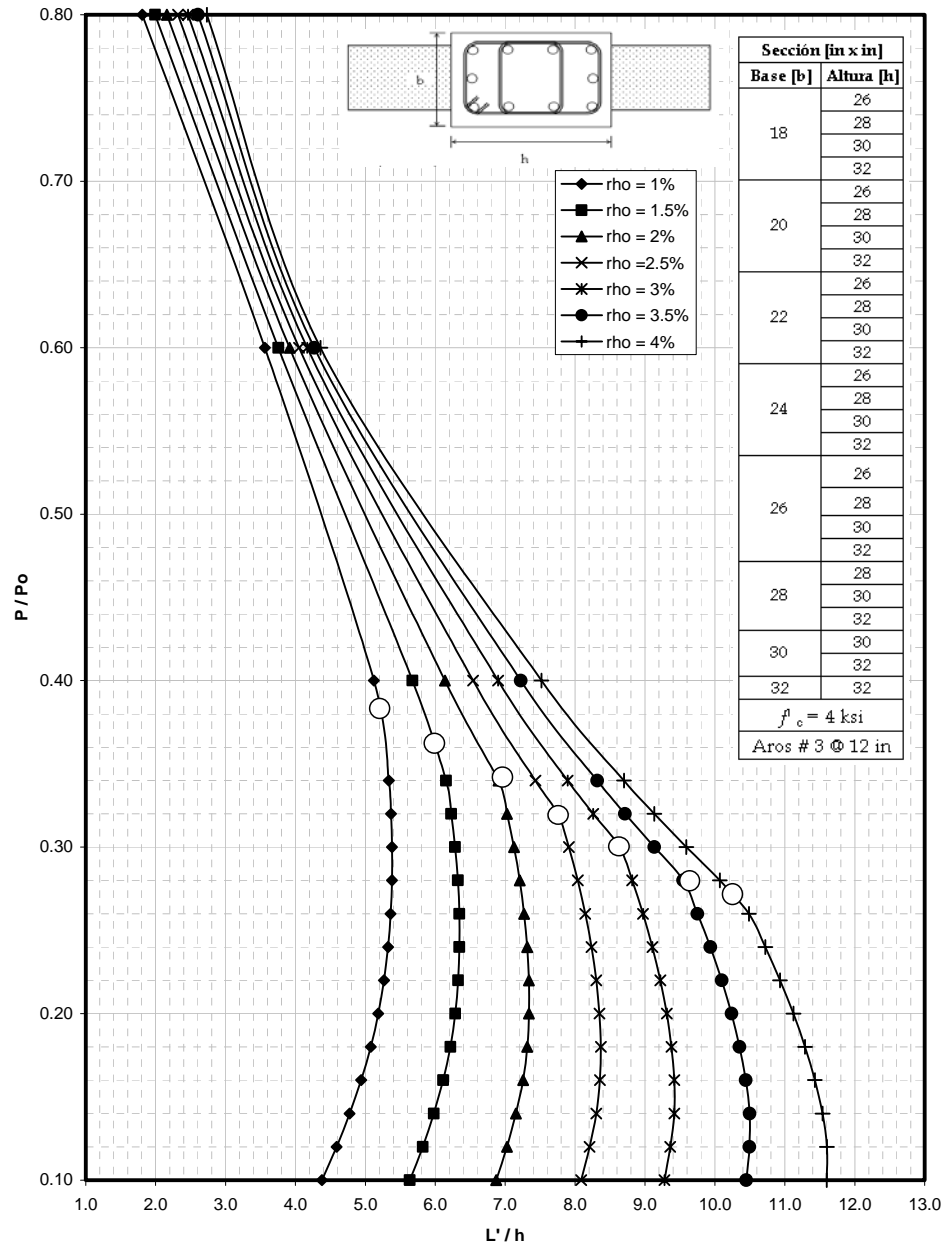


Figura 3.26: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [18 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 12 \text{ in}$.

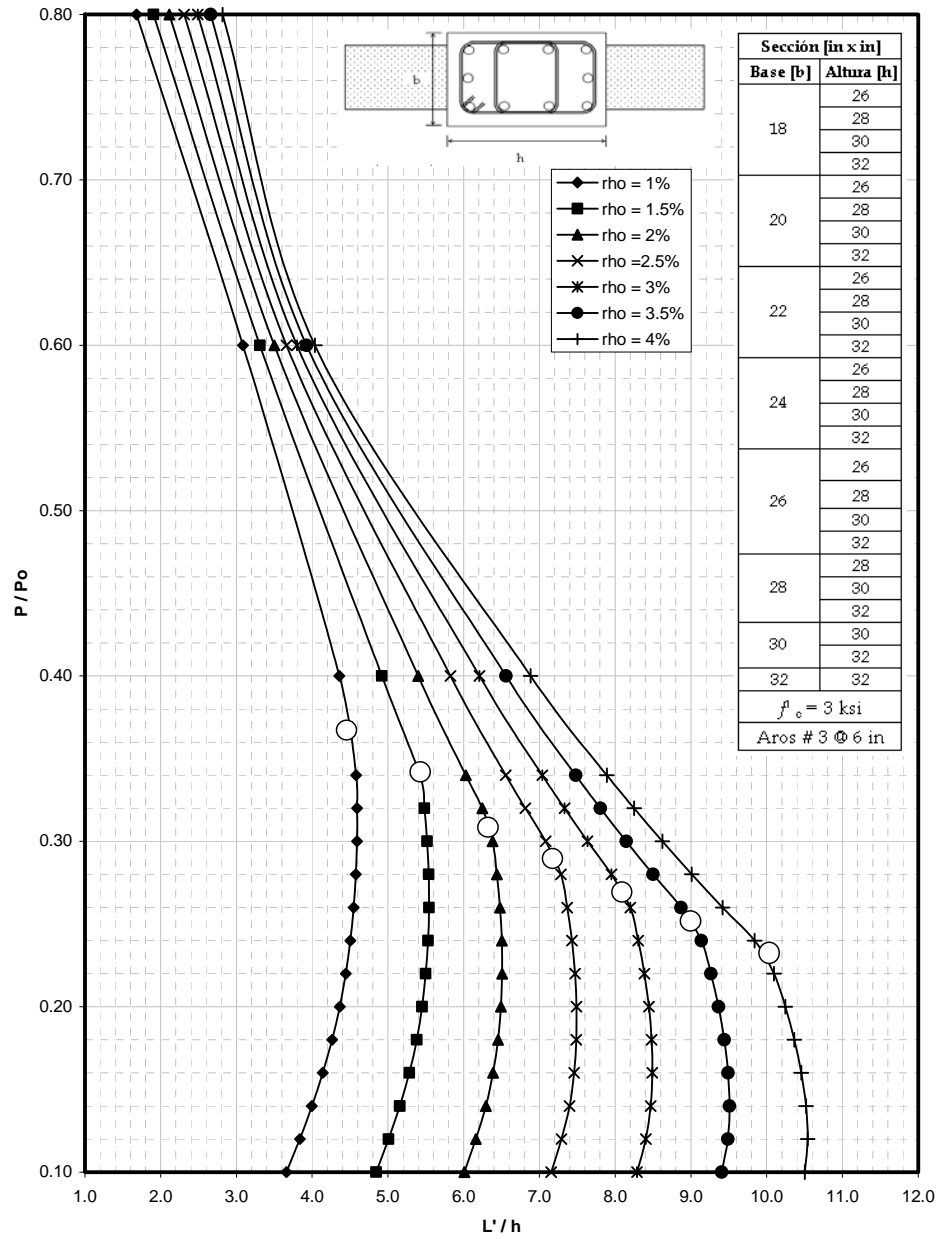


Figura 3.27: P/P_0 vs L'/h , $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $b = [18 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

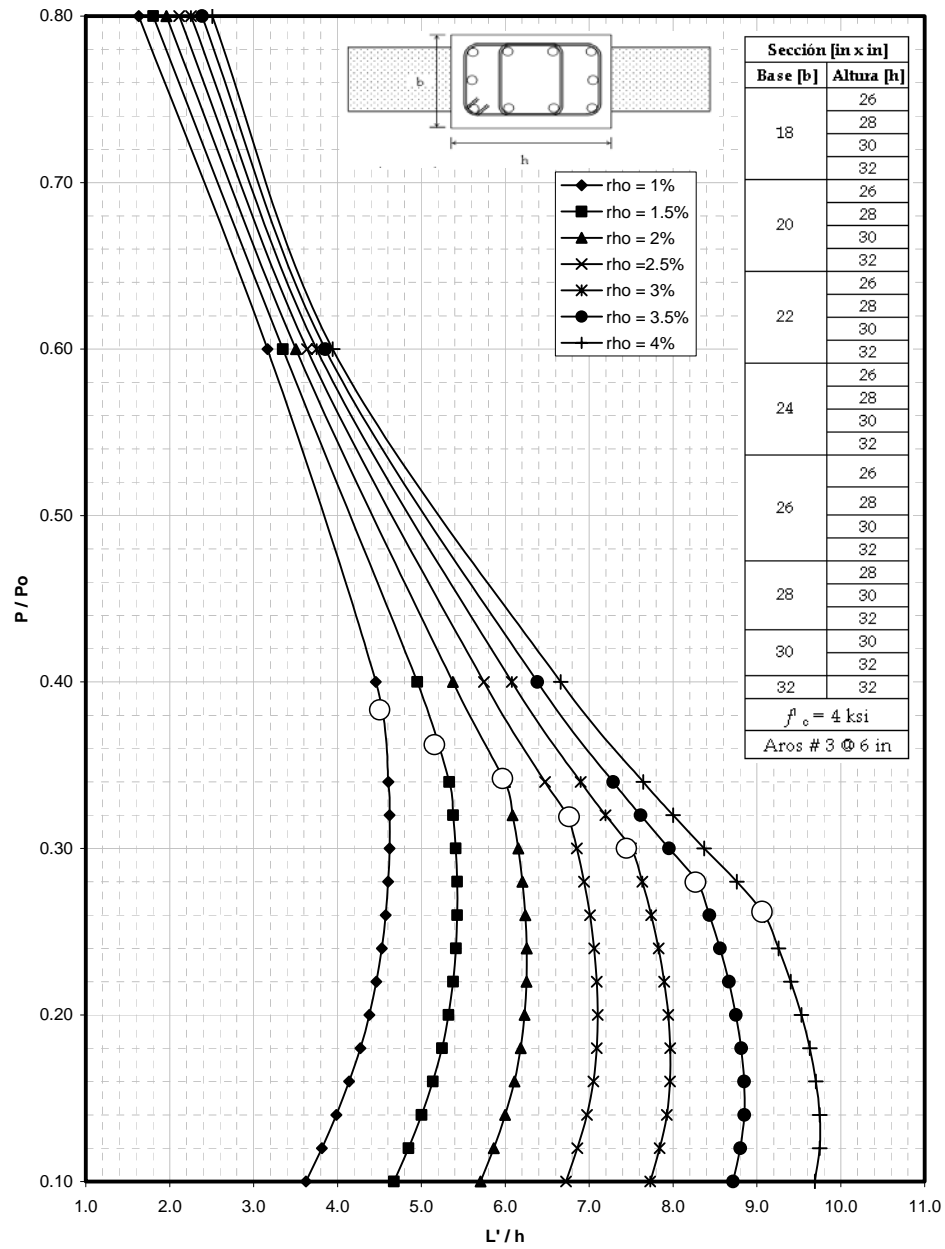


Figura 3.28: P/P_o vs L'/h , $f'_c = 4 \text{ ksi}$, $b = [18 - 32] \text{ in}$, $h = [26 - 32] \text{ in}$, $s = 6 \text{ in}$.

Para poder utilizar los gráficos anteriores se necesita conocer: 1) la carga axial sobre la columna (P), 2) tener en cuenta si la columna está confinada en su dirección débil o en su dirección fuerte, 3) conocer el f'_c de la columna, la separación de los aros, la cuantía de acero y por último 4) verificar que la columna a analizar se encuentre dentro de las secciones consideradas en cada gráfico. Anteriormente se comentó que las columnas generalmente se diseñan para cargas axiales que están por debajo de la carga balanceada P_b . Si no se conoce la carga axial, se propone utilizar de 0.45 a 0.50 de la carga balanceada para cada caso en particular (la misma se encuentra marcada con un círculo en cada gráfica). En el capítulo siguiente se muestra un ejemplo explícito de cómo utilizar los gráficos propuestos.

3.9 Estimación de daño debido a la presencia de columnas cortas

Después de haber observado los daños presentados debido al efecto de columna corta en varias estructuras en diferentes eventos sísmicos, se procedió a relacionar el porcentaje de columnas cortas existentes en las mismas con el daño ocasionado por medio de un gráfico. Puesto que la presencia de paredes de hormigón armado ha demostrado ser bien eficaz para resistir cargas laterales y a su vez, es un indicador del daño esperado en una estructura [16], se decidió colocar este parámetro en conjunto al porcentaje de columnas cortas. Algunos

puntos de este gráfico se estimaron en base a la información disponible en la literatura.

Un primer punto se obtuvo basado en el estudio realizado por Hassan y Sozen [16], en donde propusieron un método para la evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras tomando como referencia el terremoto de Erzincan, Turquía en 1992. En dicho estudio se evidenció que aquellas estructuras con 0.5% o más de paredes sufrieron daños despreciables o ningún daño. Estos puntos están marcados con el número (1) en la Figura 3.29.

Debido a la poca información disponible y la falta de planos de construcción y/o diseño de estructuras que han sufrido daños en eventos sísmicos, se decidió hacer una estimación de los puntos (2) y (3) a partir de la observación de fotografías de estructuras que sufrieron daños en terremotos ocurridos en Arequipa, Perú (1999) y Atenas, Grecia (1999), respectivamente. Por último, el punto (4) de la misma figura, se obtuvo en base a información disponible de los daños ocurridos en la escuela Los Domínguez, debido a un sismo ocurrido en el 2003 en Puerto Plata, República Dominicana. Los demás puntos del gráfico se estimaron usando el juicio ingenieril.

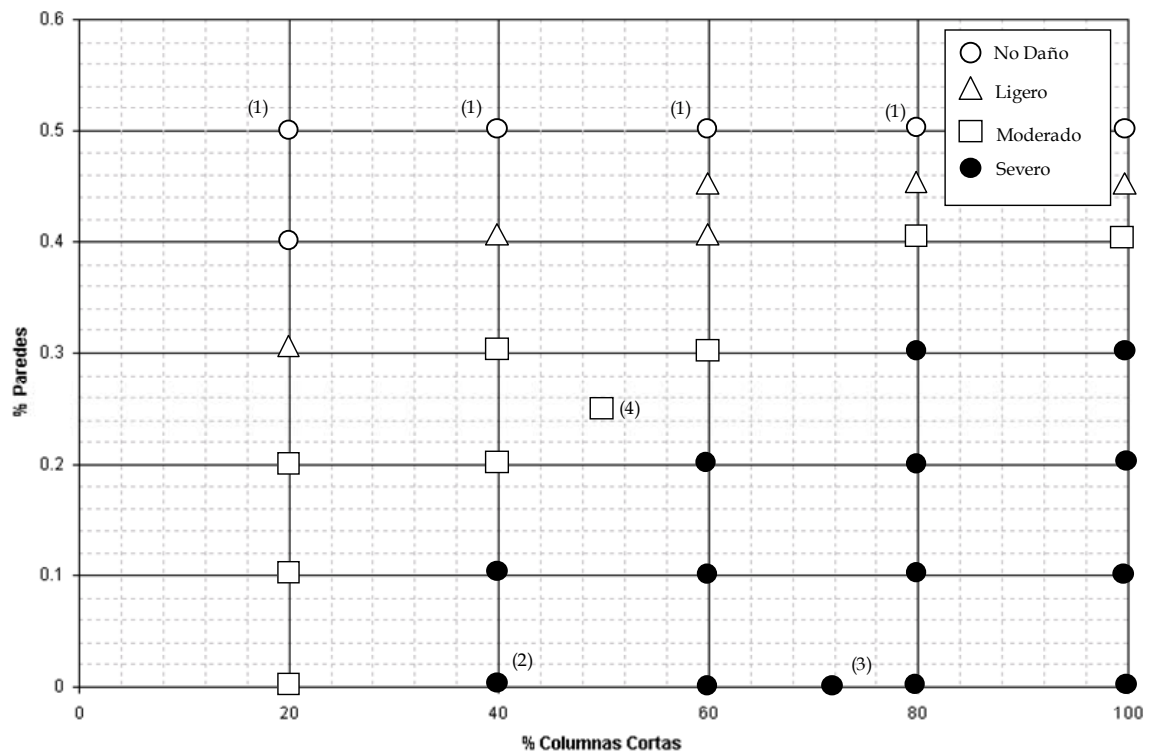


Figura 3.29: Escenarios de condición de daño.

A partir de este gráfico se delimitaron cuatro regiones para estimar la condición daño en la estructura. Estas regiones se muestran en la Figura 3.30 y en la Figura 3.31.

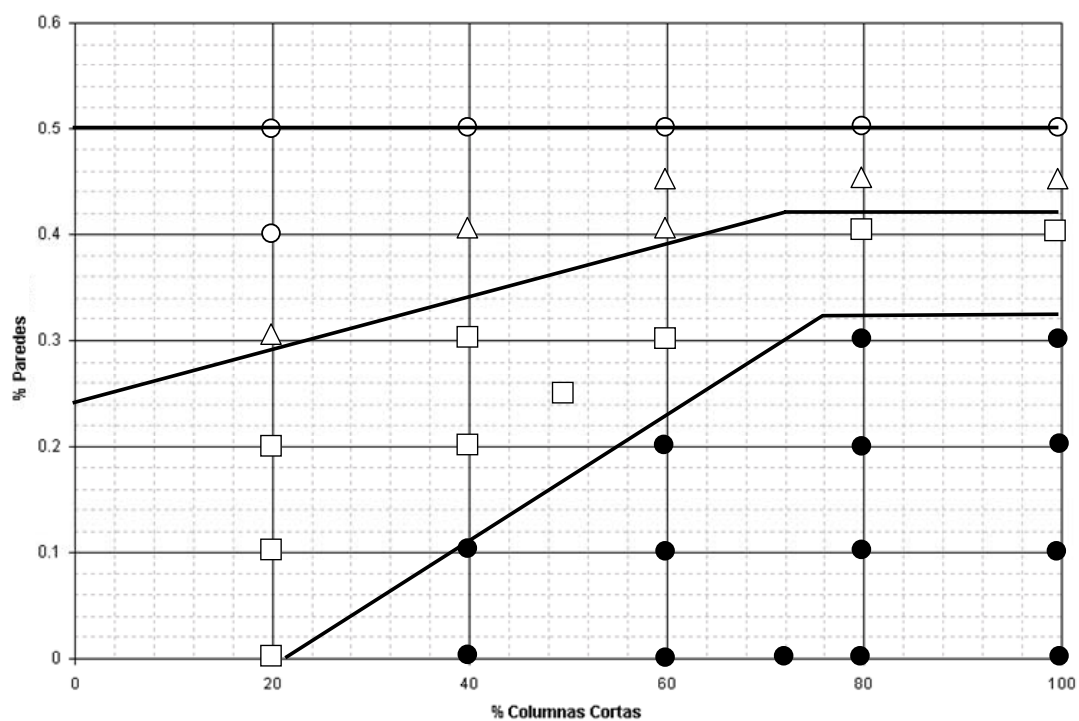


Figura 3.30: Delimitación de regiones de condición de daño.

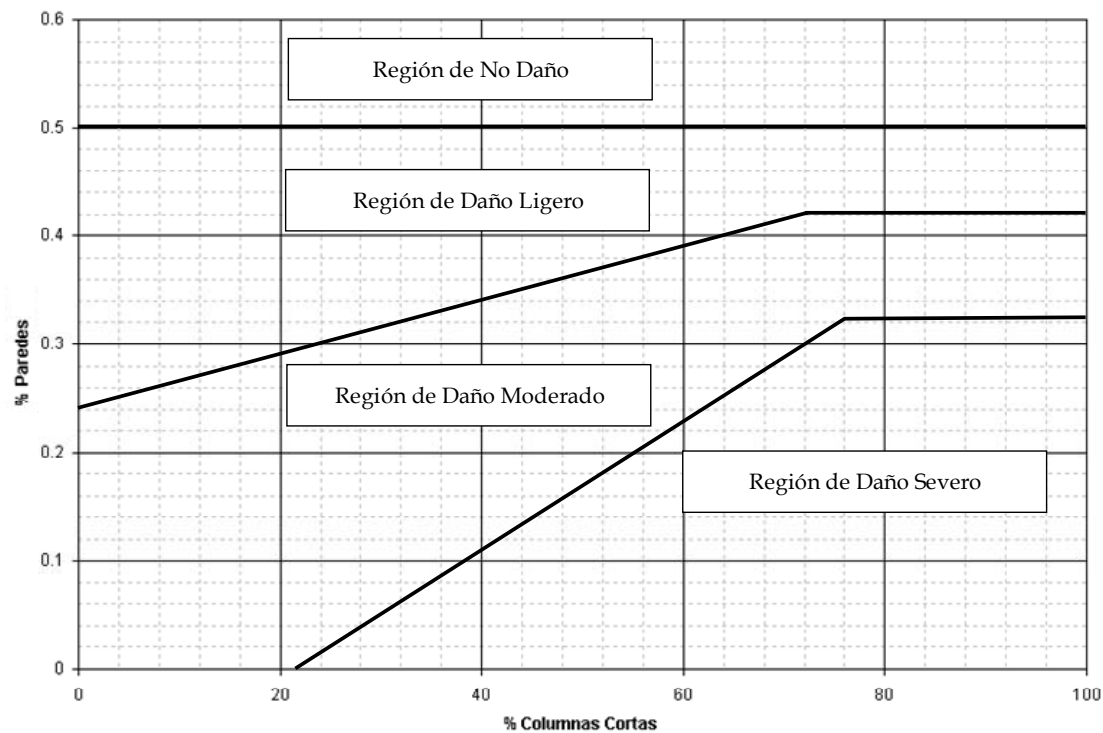


Figura 3.31: Regiones de condición de daño.

4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

4.1 Introducción

En este capítulo se presenta un ejemplo que muestra la aplicación de los gráficos propuestos. La estructura mostrada ha sido extraída de los planos de una de las escuelas típicas construidas en Puerto Rico. Inicialmente, se presenta una descripción de la estructura, luego se ilustra el procedimiento a seguir para utilizar las gráficas desarrolladas durante la presente investigación y a su vez, se estima el posible daño que sufriría dicha escuela. Finalmente se presenta la discusión de los resultados obtenidos siguiendo la metodología aquí utilizada.

4.2 Descripción de la estructura

Las Figura 4.1 y 4.2 muestran la fachada posterior y el pasillo interior, respectivamente, de una escuela típica de dos plantas en Puerto Rico. El edificio corresponde a un sistema de pórtico de dos pisos (30 columnas por piso) de hormigón armado, cuyas columnas tienen una longitud de 9'. En adición tiene muros divisorios entre los salones de clase y el pasillo consistentes en paredes de bloques en la dirección longitudinal del edificio que confinan las columnas en su dirección débil. La altura de estas paredes es de 4.5' para las columnas exteriores y de 7' para las columnas interiores.

La resistencia del concreto es $f'_c = 3$ ksi para todos los elementos estructurales y el esfuerzo de fluencia (f_y) del refuerzo es de 60 ksi.



Figura 4.1: Fachada posterior de la escuela del ejemplo.



Figura 4.2: Pasillo interior de la escuela del ejemplo.

No se encontró evidencia de paredes estructurales de hormigón armado en la dirección longitudinal y por tanto se tomará el porcentaje de paredes como 0%, para los fines de estimación de daño.

Las dimensiones de la sección transversal y el refuerzo principal de las columnas se indican en la Figura 4.3. La separación de los aros transversales en el centro de la columna es de 12 pulgadas.

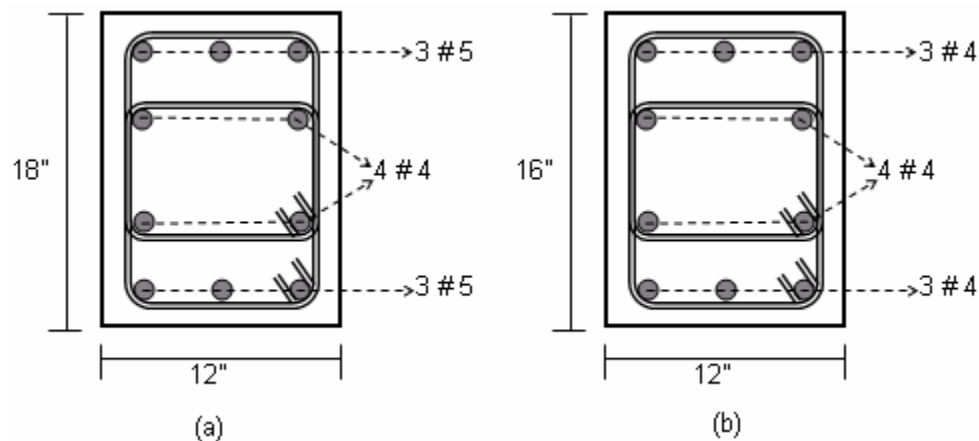


Figura 4.3: Sección transversal de la columna interior (a) y exterior (b).

Mediante un análisis de carga (ver Apéndice B) se obtuvo que la carga de servicio que se transmiten a las columnas es la siguiente:

Columnas Interiores:

$$W_s \text{ techo} = 43,488.75 + 9.38 bh = 43,488.75 + 9.38 (18 \times 12) = 45,177.15 \text{ lbs} = 45.2 \text{ kip}$$

$$W_s \text{ entrepiso} = 52,848.75 + 9.38 \text{ bh} = 52,848.75 + 9.38 (18 \times 12) = 54,874.83 \text{ lb} = 54.9 \text{ kip}$$

$$W_s \text{ total} = 100.1 \text{ kip}$$

Columnas Exteriores:

$$W_s \text{ techo} = 35,988.75 + 9.38 \text{ bh} = 35,988.75 + 9.38 (18 \times 12) = 38,014.83 \text{ lbs} = 38 \text{ kips.}$$

$$W_s \text{ entrepiso} = 39,588.75 + 9.38 \text{ bh} = 39,588.75 + 9.38 (18 \times 12) = 41,614.83 \text{ lbs} = 41.6 \text{ kip}$$

$$W_s \text{ total} = 79.6 \text{ kip}$$

En esta edificación se procederá a determinar si la relación de esbeltez L'/h actual que presentan las columnas las hace vulnerables o no a fallar por el efecto de columna corta tanto para las columnas interiores como para las exteriores del primer piso, respectivamente.

La relación de esbeltez actual es la siguiente:

$$\text{Columna Interior: } \frac{(9' - 7')}{12''} \frac{12''}{1'} = 2$$

$$\text{Columna Exterior: } \frac{(9' - 4.5')}{12''} \frac{12''}{1'} = 4.5$$

4.3 Resultados numéricos

Una vez recolectados todos los datos, primeramente se debe calcular el valor de la carga axial (P_o) de la columna, como

$$P_o = 0.85f'_c[(A_g) - A_{st}] + A_{st}f_y \quad (4.1)$$

A) Columna interior:

$$A_g = 18 \times 12 = 216 \text{ in}^2,$$

$$A_{st} = 6 \times 0.31 + 4 \times 0.20 = 2.66 \text{ in}^2.$$

Reemplazando en la ecuación 4.1 se tiene

$$P_o = 0.85 \times 3 [216 - 2.66] + 2.66 \times 60 = 703.6 \text{ kip}$$

B) Columna exterior:

$$A_g = 16 \times 12 = 192 \text{ in}^2,$$

$$A_{st} = 6 \times 0.20 + 4 \times 0.20 = 2 \text{ in}^2.$$

Reemplazando en la ecuación 4.1 se tiene

$$P_o = 0.85 \times 3 [192 - 2] + 2 \times 60 = 604.5 \text{ kip}$$

Una vez obtenido el valor de P_o se procede a calcular el valor de la relación P/P_o , la cual se requiere para entrar en las gráficas desarrolladas.

A) Columna interior:

$$P_s/P_o = 100.1/703.6 = 0.14$$

B) Columna exterior:

$$P_s/P_o = 83/604.5 = 0.14$$

De igual forma, es necesario saber la cuantía de acero (ρ) de las columnas:

A) Columna interior:

$$\rho = A_{st}/A_g = (2.66/216)*100 = 1.23 \%$$

B) Columna exterior:

$$\rho = (2/192)*100 = 1.04 \%$$

Con la información de las columnas se tiene que el gráfico correspondiente para las mismas es la Figura 3.13. Entrando con los resultados obtenidos de P/P_o y ρ , en la curva correspondiente para las secciones de columnas que aparecen en este ejemplo, se halla el valor de la relación L'/h , como se muestra en la Figura 4.4: Del mismo se obtiene que:

A) Columna interior:

$$L'/h = 4.00$$

B) Columna exterior:

$$L'/h = 3.70$$

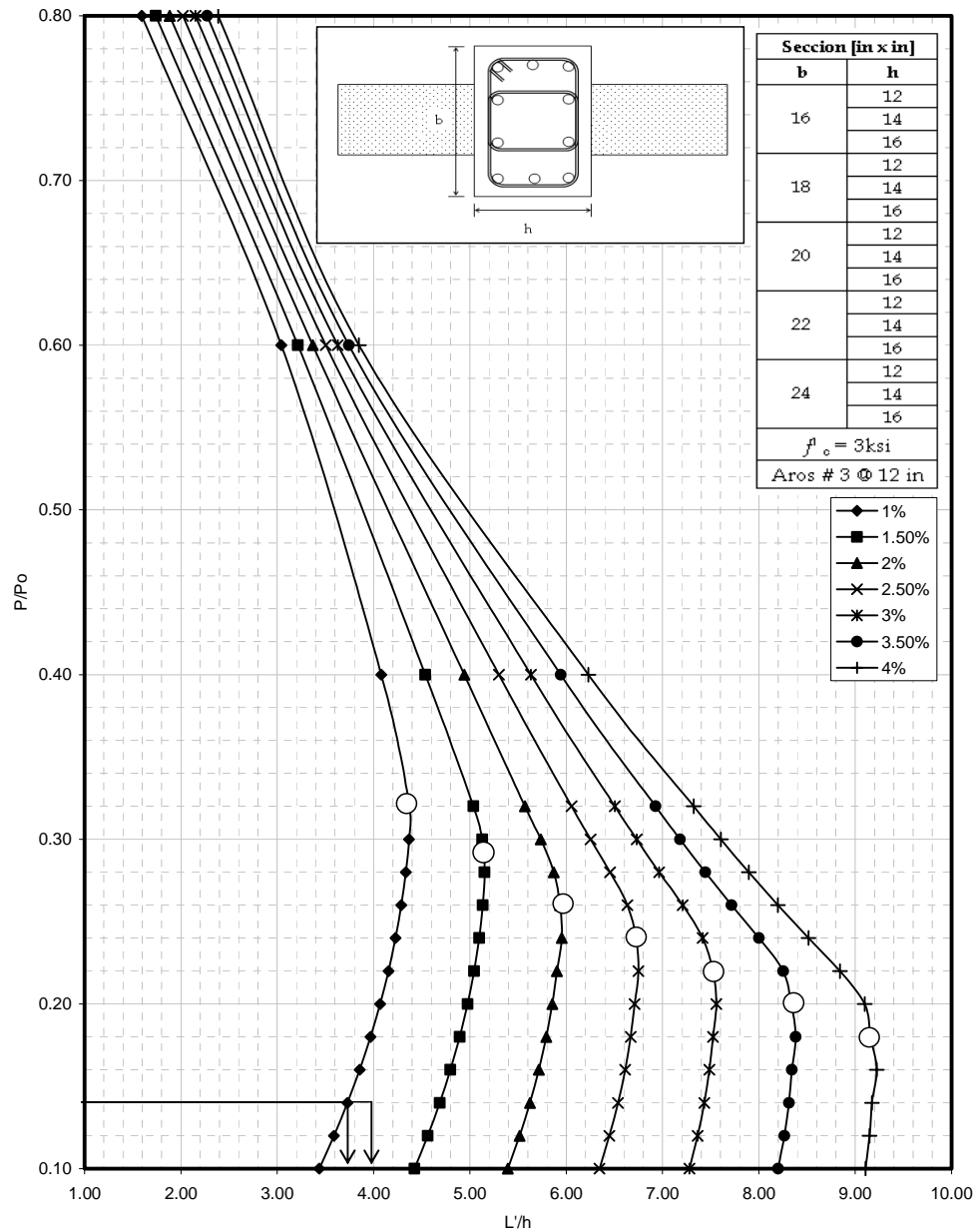


Figura 4.4: Solución del ejemplo.

4.4 Discusión de resultados

Del análisis realizado para la estructura descrita en el ejemplo se observa que la relación de esbeltez obtenida para las columnas de los ejes exteriores es de 3.70, lo cual quiere decir que todo valor por debajo de éste hace a la columna vulnerable a fallar por efecto de columna corta, o sea, por cortante. Como la relación de esbeltez actual de la columna es de 4.5, la cual es ligeramente mayor se concluye que la columna probablemente fallaría por flexión.

El otro análisis realizado fue con las columnas interiores para las cuales la relación de esbeltez obtenida fue de 4.00. Como la relación de esbeltez actual para estas columnas es de 2, valor que al ser comparado con el límite es mucho menor, razón por la cual en estas columnas probablemente se presentaría una falla por cortante.

Como la estructura consta de 30 columnas (15 exteriores y 15 interiores) y del análisis resultó que las columnas exteriores no fallarían en cortante, restaría conseguir el porcentaje de columnas cortas presente en la estructura. De la Figura 4.2 se puede apreciar que a excepción de las columnas externas del pasillo, todas las columnas son cortas, con lo cual se puede decir que de las 15 columnas interiores, 13 son cortas. En base a porcentaje es de $(13/30) * 100 = 43\%$.

Entrando en la Figura 3.31, con un % de paredes de 0% y un porcentaje de columnas cortas de 43%, esta escuela cae dentro de la región de daño severo.

La relación de esbeltez L'/h obtenida de los planos (la cual se muestra en la columna de la extrema derecha de la Tabla 3.1) muestra que estos valores se encuentran entre 1.47 y 2.57. Al observar las gráficas (Figuras 3.13 a la 3.16) para los casos en que la columna está siendo confinada en su dirección débil (que es lo típico en escuelas) se puede apreciar que el valor mínimo en la zona de tensión que se obtiene es de aproximadamente 3.2. Esto ocurre para el caso en que la carga sea de 0.10 P_o y que la cuantía de acero sea de 1%, que es la mínima permitida en columnas. A partir de este valor de carga, la relación L'/h se incrementa con la cuantía, por lo que obviamente estos valores serán mucho mayores que lo que hay actualmente en las escuelas. De esta comparación se llega a la conclusión que con los valores de L'/h actuales en columnas de escuelas en Puerto Rico existe una alta vulnerabilidad a fallas quebradizas, a menos que la estructura contenga un mínimo de 0.5% de área de pared sobre área de planta en la dirección longitudinal de la estructura.

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Resumen

En la parte inicial de esta tesis se presentó una breve descripción de la amenaza que enfrenta la isla de Puerto Rico a sufrir un evento telúrico de gran intensidad, razón que ha propulsado a la industria aseguradora local a investigar la vulnerabilidad de las propiedades ubicadas en la Isla y por tanto, saber el riesgo que afrontan. Dentro de las causas de falla más comunes observadas en terremotos ocurridos en diferentes lugares del mundo y que más han afectado las estructuras, se encuentra el llamado efecto de columna corta. El objetivo principal de esta investigación fue el desarrollar una metodología que pueda servir para identificar el efecto de columna corta, estimar el daño que sufriría la estructura que presentase dicho efecto y que fuera, a su vez, lo suficientemente sencilla en su aplicación. Teniendo en cuenta el objetivo trazado, se procedió primeramente a realizar una revisión de literatura (Capítulo 2) con el fin de saber si dentro de las contribuciones que han sido realizadas por diferentes investigadores se podría encontrar una metodología que pudiera ser implementada en el presente estudio. Al no ser factible este propósito, se procedió a desarrollar una metodología que sirviera para identificar dicho efecto (Capítulo 3). La metodología está basada en la relación de esbeltez L'/h , donde L' y h es la longitud y el ancho de la columna acortada, respectivamente. En la

metodología propuesta se establece la transición entre la falla a cortante y la falla a flexión, para la cual se compara la capacidad de momento de la sección con el momento que se genera en la columna corta al ser sometida a una carga lateral igual a su capacidad a cortante. A partir de esta comparación, se identificaron algunos parámetros como lo son: Las dimensiones de las secciones, características de los materiales, cuantía de acero longitudinal, carga axial, entre otros. Dichos parámetros son necesarios para poder desarrollar la metodología, los cuales son obtenidos de las estructuras existentes en Puerto Rico. Los parámetros se consiguieron mediante una revisión de los planos de escuelas típicas. Para poder aplicar la metodología en otras estructuras, se hicieron algunos ajustes, entre los que se encuentran ampliar el número de secciones de columnas y reducir el espaciado de los aros transversales. El resultado final de esta investigación se resume en unos gráficos (Figuras 3.13 hasta 3.29) que son de fácil aplicación para una persona que tenga los conocimientos básicos en ingeniería civil. En el mismo capítulo se propone un gráfico que relaciona el daño esperado en la estructura basado en el porcentaje de columnas cortas, con el porcentaje de paredes en la dirección de interés. Por último, en el capítulo 4 se presentó un ejemplo de aplicación de la metodología propuesta.

5.2 Conclusiones

- En esta investigación se han desarrollado unas gráficas de fácil aplicación que sirven para determinar la transición entre falla a cortante y falla a flexión en columnas típicas de escuelas de Puerto Rico, usando para ello la relación de carga P/P_o y la cuantía de acero. En el desarrollo de estas gráficas se consideraron los casos en los cuales las columnas estén siendo confinadas por paredes tanto en su dirección débil como en su dirección fuerte. De no tener disponible la carga axial sobre la columna, se puede entrar en la gráfica con un 45 o un 50% de la carga balanceada, la cual se identificó en cada gráfico.
- En el presente estudio, se propuso una gráfica de estimación de daño por la presencia del efecto de columna corta, que depende del porcentaje de paredes en la dirección de interés. En el mismo se aprecia que con un porcentaje de paredes mayor o igual a 0.45%, el daño esperado por efecto de columna corta es nulo o mínimo.
- Al aplicar la metodología a las escuelas halladas en la revisión de planos, se pudo apreciar que la mayoría presentan una configuración que las hace vulnerables a fallar por el efecto de columna corta. Adicionalmente se puede concluir que el poco porcentaje de paredes de hormigón armado en escuelas de Puerto Rico, incrementa la posibilidad de sufrir daños severos.

- Aunque el procedimiento empleado se enfatizó en columnas de escuelas típicas de Puerto Rico, se hicieron algunos ajustes en la metodología tales como el ampliar las dimensiones de las secciones transversales de las columnas, con la finalidad de que pueda aplicarse en otros tipos de estructuras.
- Las gráficas obtenidas están limitadas a ser aplicadas en estructuras cuyas secciones se encuentren dentro de las tomadas en consideración.
- En las gráficas propuestas se observa que:
 - A medida que se incrementa la cuantía de acero longitudinal, se incrementa el umbral entre un tipo de falla y otro.
 - El aumento del f'_c se traduce en una disminución en la relación de L'/h .
 - El disminuir la distancia entre aros de 12 a 6 pulgadas, redujo la relación L'/h .
 - El confinamiento de las columnas en la dirección fuerte, incrementó el umbral entre un tipo de falla y otro.

5.3 Recomendaciones para trabajos futuros

Se recomienda validar la metodología desarrollada en esta tesis con pruebas experimentales de los casos considerados, ya sea en lugares donde hayan ocurrido terremotos o en el laboratorio. En ese mismo orden, se recomienda realizar estudios que permitan definir más escenarios de daño para acotar las regiones propuestas en la Figura 3.30.

BIBLIOGRAFÍA

- 1 Red Sísmica de Puerto Rico, web site: <http://redsismica.uprm.edu>
- 2 Murty, C.V. R., "Indian Institute of Technology Kanpur - BMTPC Earthquake Tip 22", January 2004, http://www.nicee.org/EQTips/IITK_BMTPC.html
- 3 Dogan, M., (2000) "Short columns behavior under the effect of earthquakes". <http://www.ce.utexas.edu/em2000/papers/MizDogan.pdf>
- 4 Earthquake Engineering Research Institute Learning from Earthquakes (LFE) Program "The Izmit (Kocaeli), Turkey Earthquake of August 17, 1999" EERI Special Earthquake report - October 1999, http://www.eeri.org/lfe/turkey_kocaeli.html
- 5 Earthquake Engineering Research Institute Learning from Earthquakes (LFE) Program "The Chi-Chi Taiwan Earthquake of September 21, 1999" EERI Reconnaissance Report, http://www.eeri.org/lfe/taiwan_chi_chi.html
- 6.a Earthquake Engineering Research Institute Learning from Earthquakes (LFE) Program "Initial report on 23 june 2001 Arequipa, Peru Earthquake" EERI Special Earthquake report - July 2001, http://www.eeri.org/lfe/pdf/peru_arequipa_initial_reconnaissance_part1.pdf
- 6.b Earthquake Engineering Research Institute Learning from Earthquakes (LFE) Program "Initial report on 23 june 2001 Atico, Peru Earthquake" EERI Special Earthquake report - July 2001, http://www.eeri.org/lfe/pdf/peru_arequipa_initial_reconnaissance_part1.pdf
- 7 Minami, K., and Wakabayashi, M., "Rational analysis of shear in reinforced concrete columns", Proceedings, of the 7th World Conference on Earthquake Engineering (Istanbul, Sept. 1980), Kelaynak Printing Co., Ankara, V. 6, pp. 215-222.
- 8 Pauly, Thomas, and Bull, Ian N., "Shear effects on Plastic hinges of earthquake resisting reinforced concrete frames", Structural concrete under seismic actions, Bulletin d'information No. 132, Comité Euro-Internacional du Béton, Paris, Apr. 1979, pp. 165-172.

- 9 Tegos, A. and Penelis, G. G., "Seismic resistance of short columns and coupling beams reinforced with inclined bars", ACI Structural Journal, January-February 1988, pp. 82-88.
- 10 Ignatakis, C. E., Stavrakakis, E. J., and Penelis, G. G., "Parametric analysis of reinforced concrete columns under axial and shear loading using the finite element method" ACI Structural Journal, V. 86, No. 4, July-August 1989, pp. 413-418.
- 11 Papanikolaou, K.V., "Seismic performance of short members with mixed type main reinforcing arrangements", 1988 Tech. Chron. Sci. J. TCG, I, No. 2
- 12 IS 13920 (1993) "Indian Standard Code of Practice for Ductile Detailing of Reinforced Concrete Structures Subjected to Seismic Forces", Bureau of Indian Standards, New Delhi.
- 13 Martínez Cruzado, J.A. y López, R., "Experiencia telúrica en las escuelas de Puerto Plata, República Dominicana el 22 de septiembre del 2003", Reporte de reconocimiento. Diciembre 2003.
- 14 ACI committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-05) ". American Concrete Institute, Detroit, 2005.
- 15 Nilson, Arthur H., "Diseño de Estructuras de Concreto", Mc Graw Hill duodécima edición ,1997.
- 16 Hassan, Ahmed F. and Sozen, Mete A., "Seismic Vulnerability Assessment of Low-Rise Buildings in Regions with Infrequent Earthquakes" ACI Structural Journal, V. 94, No.1, January-February 1997, pp. 31 - 39
- 17 Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, ASCE 7-95, American Society of Civil Engineers, New York, 1995.

APÉNDICE A

A.1 Introducción

En este apéndice se presentan las derivaciones de las ecuaciones utilizadas para calcular la capacidad a flexión de secciones de columna. Las mismas fueron basadas en análisis de compatibilidad de deformaciones y utilizando el rectángulo de Whitney [15] para modelar el hormigón.

Tal como se mencionó en el capítulo 3, para poder resolver las ecuaciones, hay que partir de algunas presunciones sobre la carga axial a la que está sometida la sección ya que ésta va a definir el valor de los esfuerzos tanto en el acero a compresión f'_s y del acero a tensión f_s . Las presunciones consideradas serán las siguientes:

Si $P > P_b$

a) $f'_s \geq f_y ; f_s < f_y$

b) f'_s y $f_s < f_y$

Si $P < P_b$

$f_s \geq f_y$ y que $f'_s < f_y$

f'_s y f_s ambos sean $> f_y$

Todas las derivaciones serán basadas en la Figura 6.1, la cual muestra el diagrama de deformaciones unitarias y de fuerzas de una sección de columna.

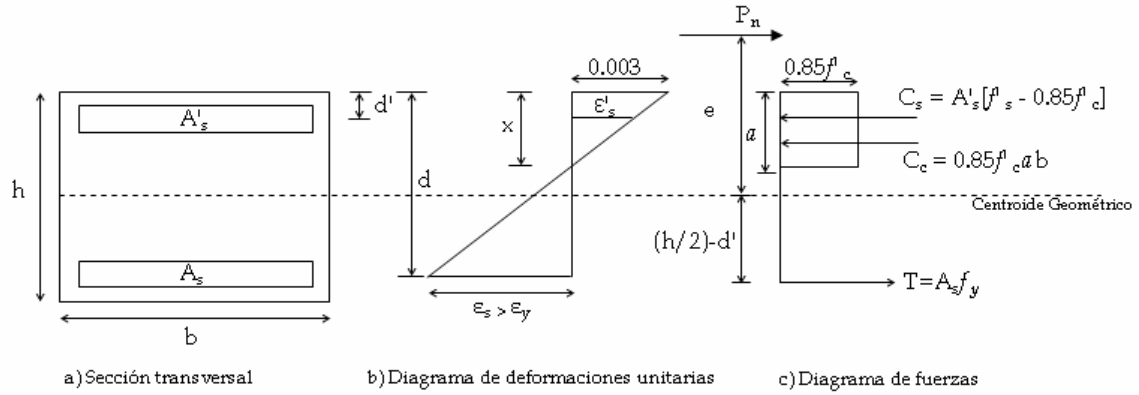


Figura A.1: Diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos de la sección transversal de columna.

A.2 Capacidad Nominal de la Sección

Tomando momento respecto al centroide plástico (CP) de la Figura A.1(c), se obtiene la expresión siguiente:

$$M_n = P_n * e = T \left(d - \frac{h}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + C_c \left(\frac{h - a}{2} \right) \quad (A.1)$$

Donde:

M_n = Capacidad a flexión de la sección.

$$P_n = C_c + C_s - T \quad (A.2)$$

$$T = A_s * f_s \quad (A.3)$$

$$C_s = A'_s [(f'_s - 0.85f'_c)] \quad (A.4)$$

$$C_c = 0.85f'_c b a \quad (A.5)$$

$a = \beta_1 x$ [profundidad de bloque a compresión Whitney]

$\beta_1 = 0.85$ para $f'_c \leq 4$ ksi.

$d' =$ distancia hasta el centroide del acero a compresión A's

$d = h - d'$

$$f_s = E \varepsilon_s \quad (A.6)$$

$$f'_s = E \varepsilon'_s \quad (A.7)$$

$E =$ Módulo elasticidad del acero = 29,000 ksi.

De la Figura A.1(b), por relación de triángulos se obtiene:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{x - d'}{x} \right) = 0.003 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) \quad (A.8)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d}{x} - 1 \right) = 0.003 \left(\frac{d}{x} - 1 \right) \quad (A.9)$$

Donde:

x es el valor del eje neutro y

ε_{cu} es la deformación límite del concreto la cual es igual a 0.003.

Sustituyendo (A.8) y (A.9) en (A.6) y (A.7) respectivamente:

$$f'_s = 87 \left(\frac{x - d'}{x} \right) \quad (A.10)$$

$$f_s = 87 \left(\frac{d - x}{x} \right) \quad (A.11)$$

A_s y A'_s representan el área de acero a tensión y a compresión, respectivamente. Como puede apreciarse, f_s , f'_s y a , dependen del valor del eje neutro x de la sección que a su vez depende de la carga aplicada. En las secciones siguientes, se presenta el cálculo del valor del eje neutro partiendo de las presunciones señaladas previamente.

A.2.1 Cálculo de la carga balanceada

Lo primero que haremos será calcular la carga correspondiente al punto balanceado de la sección. El punto balanceado es aquel que define el modo de falla balanceada en donde la carga P_b y el momento M_b actúan en combinación para producir una falla, en la cual el concreto alcanza su deformación límite ϵ_{cu} en el mismo instante en que el acero a tensión logra su deformación de fluencia ϵ_y . Este punto en el diagrama de interacción es el divisorio entre la falla a compresión y la falla a tensión. Haciendo sumatoria de fuerzas en la Figura A.1 (c) y sustituyendo a P_n por P_b :

$$P_b = C_s + C_c - T \quad (A.12)$$

Por definición del Punto balanceado el esfuerzo en el acero a tensión f_s debe estar en fluencia. Por tanto:

$$T = A_s * f_y \quad (A.13)$$

A.2.1.1 Cálculo de X_b

El valor del esfuerzo en el acero a compresión f'_s , va a estar definido por la ubicación del eje neutro X_b para la condición balanceada. De la Figura A.1(b) por relación de triángulos semejantes:

$$X_b = \frac{\epsilon_{cu} d}{\epsilon_y + \epsilon_{cu}}$$

Donde:

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E}$$

Si se sustituye X por X_b en (10) obtenemos el valor de f'_s para la condición balanceada, que con toda certeza es menor que f_y . Reemplazando (A.13), (A.4) y (A.5) en (A.12) se obtiene el valor de P_b .

A.2.2 Carga axial $P > P_b$

Cuando la carga axial P es mayor que la carga balanceada P_b sólo hay las dos posibilidades que se presentan a continuación.

A.2.2.1 Presumiendo $f'_s \geq f_y$ y $f_s < f_y$

Sustituyendo $f'_s = f_y$ en ecuación (4), tenemos:

$$C_s = A'_s[(f_y - 0.85f'_c)] \quad (A.14)$$

Reemplazando (A.3), (A.5) y (A.14) en (A.2):

$$P = 0.85f'_c ab + A'_s [(f_y - 0.85f'_c)] - A_s f_s \quad (A.15)$$

Sustituyendo f_s en (A.15):

$$P = 0.85f'_c (0.85x) b + A'_s [(f_y - 0.85f'_c)] - A_s \left[87 \left(\frac{d}{x} - 1 \right) \right]$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s x [(f_y - 0.85f'_c)] - A_s [87(d-x)]$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s x [(f_y - 0.85f'_c)] - A_s 87d + A_s 87x$$

Agrupando términos semejantes, nos queda la ecuación cuadrática siguiente:

$$0 = [(0.85)^2 f'_c b] x^2 + [A'_s [(f_y - 0.85f'_c)] + A_s 87 - P] x - A_s 87d \quad (A.16)$$

Resolviendo la ecuación A.16, obtenemos el valor del eje neutro x . Lo siguiente es comprobar que lo que hemos presumido se cumple. De seguro f_s va a ser menor que f_y , por lo que hay que comprobar es que f'_s sea $\geq f_y$. Sustituyendo x en (A.10):

$$f'_s = 87 \left(\frac{x - d'}{x} \right) \geq f_y.$$

En caso de no cumplirse, quiere decir que f'_s en realidad se encuentra por debajo de f_y , por lo cual hay que recalcular x con una nueva presunción, o sea que f'_s y f_s sean $< f_y$ y calcular un nuevo x . De lo contrario, si la presunción es correcta, pues se sustituye f'_s en C_s y se calcula M_n con la fórmula (A.1).

A.2.2.2 Presumiendo f'_s y $f_s < f_y$

Sustituyendo (A.10) y (A.11) en ecuaciones (A.4) y (A.3) respectivamente:

$$T = A_s * 87 \left(\frac{d}{x} - 1 \right) \quad (A.17)$$

$$C_s = A'_s \left[\left(87 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) - 0.85 f'_c \right) \right] \quad (A.18)$$

Sustituyendo (A.17), (A.18) y (A.5) en (A.2):

$$P = 0.85 f'_c (0.85x)b + A'_s \left[\left(87 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) - 0.85 f'_c \right) \right] - A_s * 87 \left(\frac{d}{x} - 1 \right)$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s [87(x - d') - 0.85 f'_c x] - A_s 87(d - x)$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s [87x - 87d' - 0.85 f'_c x] - A_s 87d + A_s 87x$$

Agrupando términos semejantes nos queda la siguiente ecuación cuadrática:

$$0 = [(0.85)^2 f'_c b]x^2 + [A'_s(87 - 0.85 f'_c) + (A_s 87) - P]x - [A'_s 87d' + A_s 87d] \quad (A.19)$$

Resolviendo la ecuación anterior, encontramos el valor del eje neutro x. Lo siguiente es comprobar las presunciones y sustituir en la ecuación (A.1).

A.2.3 Carga axial $P < P_b$

A.2.3.1 Presumiendo $f_s \geq f_y$ y que $f'_s < f_y$

Sustituyendo $f_s = f_y$ en (3):

$$T = A_s * f_y \quad (A.20)$$

Sustituyendo (20), (18) y (5):

$$P = 0.85 f'_c (0.85x)b + A'_s \left[\left(87 \left(1 - \frac{d'}{x} \right) \right) - 0.85 f'_c \right] - A_s f_y$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s [87(x - d') - 0.85 f'_c x] - A_s x f_y$$

$$Px = (0.85)^2 f'_c x^2 b + A'_s [87x - 87d' - 0.85 f'_c x] - A_s x f_y$$

Agrupando términos semejantes nos queda la siguiente ecuación cuadrática:

$$0 = [(0.85)^2 f'_c b]x^2 + [A'_s(87 - 0.85 f'_c) - (A_s f_y) - P]x - A'_s 87d'$$

Resolviendo la ecuación anterior, encontramos el valor del eje neutro x . Por estar la carga axial por debajo de la carga balanceada el esfuerzo en el acero a tensión f_s con toda seguridad será $\geq f_y$, por lo que sólo restaría chequear el esfuerzo del acero en compresión f'_s .

Sustituyendo x en (A.10), se debe verificar que $f'_s < f_y$. De no cumplirse, pues hay que hacer la presunción de que $f'_s \geq f_y$. En caso contrario, pues se sustituye f_y y f'_s hallados en la ecuación de M_n (A.1).

A.2.3.2 Presumiendo que f'_s y $f_s \geq f_y$

Sustituyendo f'_s y $f_s = f_y$ en ecuaciones de T y C_s respectivamente:

$$P = 0.85 f'_c b a + A'_s [f_y - (0.85 f'_c)] - A_s f_y$$

$$P = 0.85 f'_c (0.85x)b + A'_s [f_y - (0.85 f'_c)] - A_s f_y$$

Despejando a x :

$$x = \frac{P - A'_s [f_y - 0.85 f'_c] + A_s f_y}{0.85^2 f'_c b}$$

Luego, se sustituye x en f'_s y f_s y se comprueba lo presumido. Lo próximo es calcular la capacidad a momento M_n .

APÉNDICE B

B.1 Introducción

En este apéndice se presenta un análisis de carga para columnas interiores y exteriores de un salón de clase típico. El mismo se muestra en la Figura B.1.

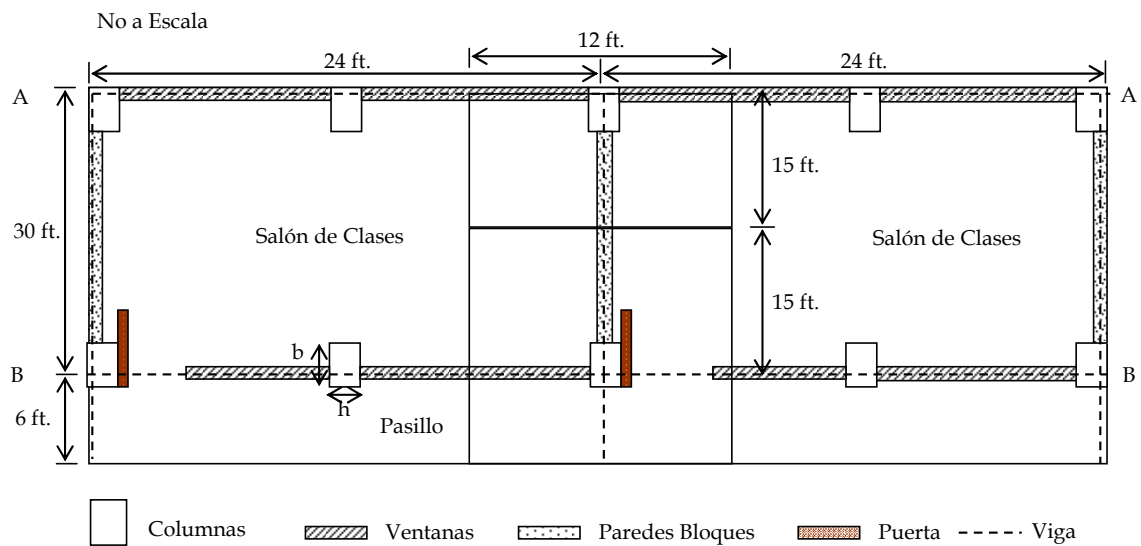


Figura B.1: Salón de clase típico en Puerto Rico.

Las dimensiones de las vigas son $b = 12$ pulgadas y $h = 16$ pulgadas; la losa de techo y entrepiso tiene un espesor de 5 pulgadas. Las columnas tienen una distancia clara de 9 pies. Los muros divisorios son de paredes de bloques de 6 pulgadas de ancho. El análisis se hará tomando en cuenta el área tributaria de cada columna.

B.2 Análisis de carga muerta

Losa:

- Acabado de pisos:

Espesor loseta + mezlote = 2 in.

W acabado = espesor x peso específico

$$W_{\text{acabado}} = \frac{2 \text{ in}}{12 \text{ in/pie}} * 150 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 25 \text{ lb/pie}^2$$

- Peso propio de la losa:

$$P_p = \frac{5 \text{ in}}{12 \text{ in/pie}} * 150 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 62.5 \text{ lb/pie}^2$$

$$W_t = 87.5 \text{ lb/pie}^2$$

Vigas:

$$W_v = \text{área} \times \text{peso específico H.A.} = \frac{(12 * 16) \text{ in}^2}{144 \text{ in}^2/\text{pie}^2} * 150 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}$$

$$W_v = 200 \text{ lb/pie}$$

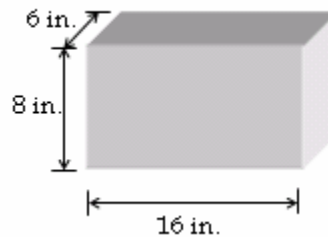
Columnas:

$$W_c = \text{volumen} \times \text{peso específico H.A.} = \frac{(b * h) \text{ in}^2}{144 \text{ in}^2 / \text{pie}^2} * 9 \text{ pies} * 150 \text{ lb} / \text{pie}^3$$

$$W_c = 9.38 (bh) \text{ lb}$$

Paredes Bloques:

La figura siguiente muestra las dimensiones de un bloque de 6 pulgadas de ancho.



Un bloque como éste, pesa 30 lb/bloque. Para obtener el peso en unidades de área, se multiplica el peso por la altura y la profundidad, de la manera siguiente:

$$W_{\text{bloque}} = \frac{30 \text{ lb}}{(8 \times 16) \text{ in}^2} = 33.75 \text{ lb} / \text{pie}^2$$

$$\frac{144 \text{ in}^2}{\text{pie}^3}$$

Empañete sobre bloque:

$$\text{Espesor} = 0.5 \text{ in.}$$

$$W_{\text{empañete}} = (2 * \text{espesor}) * \text{peso específico}$$

$$W \text{ empañete} = \left(\frac{2 * 0.5 \text{ in}}{12 \text{ in/in}} \right) * 150 \text{ lb/pie}^3 = 12.5 \text{ lb/pie}^2$$

Peso Bloque + Pañete:

$$W \text{ bloque + pañete} = 46.25 \text{ lb/pie}^2$$

B.3 Análisis de carga viva

La carga viva para escuelas se tomó de la referencia [17], la cual establece que para salones de escuelas debe utilizarse una carga de 40 lb/pie², para el techo 40 lb/pie² y para pasillos de escuelas 80 lb/pie². Por lo tanto, la carga viva tanto para columnas exteriores e interiores se calcula como sigue:

Columnas Interiores:

a) Salones de Clase:

$$W \text{ techo} = \text{Carga Viva} \times \text{Área tributaria} = 20 \text{ lb/pie}^2 \times (12 \times 15) \text{ pie}^2 = 3,600 \text{ lb}$$

$$W \text{ entrepiso} = \text{Carga Viva} \times \text{Área tributaria} = 40 \text{ lb/pie}^2 \times (12 \times 15) \text{ pie}^2 = 7,200 \text{ lb}$$

b) Pasillo:

$$W_{\text{viva}} = 80 \text{ lb/pie}^2 \times (12 \times 6) \text{ pie}^2 = 5,760 \text{ lb}$$

$$W_{\text{viva total techo}} = 3,600 \text{ lb}$$

$$W_{\text{viva total entrepiso}} = 12,960 \text{ lb}$$

Columnas Exteriores:

$$W_{\text{viva techo}} = \text{Carga Viva} \times \text{Área tributaria} = 20 \text{ lb/pie}^2 \times (12 \times 15) \text{ pie}^2 = 3,600 \text{ lb}$$

$$W_{\text{entrepiso}} = \text{Carga Viva} \times \text{Área tributaria} = 40 \text{ lb/pie}^2 \times (12 \times 15) \text{ pie}^2 = 7,200 \text{ lb}$$

B.4 Carga de servicio por piso

La carga de servicio típica será la suma de la carga muerta y la carga viva.

Columnas Interiores:

$$W_{\text{servicio}} = W_{\text{muerta}} + W_{\text{viva}}$$

$$\text{Longitud de vigas} = 12 + 21 = 33 \text{ pies.}$$

$$W_{\text{muerta vigas}} = 200 \text{ lb/pie} \times 33 \text{ pies} = \underline{6,600 \text{ lb.}}$$

$$W_{\text{muerta bloques}}:$$

$$\text{Altura pared} = 9 \text{ pies}$$

$$\text{Longitud pared} = 15 + 12 = 27 \text{ pies}$$

$$W_{\text{muerta bloques}} = 46.25 \text{ lb/pie}^2 \times 27 \text{ pies} \times 9 \text{ pies} = \underline{11,238.75 \text{ lb}}$$

$$W_{\text{muerta losa}} = (21 \times 12) \text{ pie}^2 \times 87.5 \text{ lb/pie}^2 = \underline{22,050 \text{ lb}}$$

$$W_{\text{columnas}} = \underline{9.38 \text{ bh lb}}$$

$$W_{\text{muerta total}} = 39,888.75 + 9.38 \text{ bh}$$

$$\underline{W_{\text{servicio}} \text{ techo}} = 39,888.75 + 9.38 \text{ bh} + 3,600 \text{ lb} = \underline{43,488.75 + 9.38 \text{ bh}}$$

$$\underline{W \text{ servicio}} \text{ entrepiso} = 39,888.75 + 9.38 \text{ bh} + 12,960 \text{ lb} = \underline{52,848.75 + 9.38 \text{ bh}}$$

Columnas Exteriores:

$$W_{\text{servicio}} = W_{\text{muerta}} + W_{\text{viva}}$$

$$\text{Longitud de vigas} = 12 + 15 = 27 \text{ pies.}$$

$$W_{\text{muerta vigas}} = 200 \text{ lb/pie} * 27 \text{ pies} = \underline{5,400 \text{ lb}}$$

$$W_{\text{muerta bloques}}:$$

$$\text{Altura pared} = 9 \text{ pies}$$

$$\text{Longitud pared} = 12 + 15 = 27 \text{ pies}$$

$$W_{\text{muerta bloques}} = 46.25 \text{ lb/pie}^2 * 27 \text{ pies} * 9 \text{ pies} = \underline{11,238.75 \text{ lb}}$$

$$W_{\text{muerta losa}} = (15*12) \text{ pie}^2 * 87.5 \text{ lb/pie}^2 = \underline{15,750 \text{ lb}}$$

$$W_{\text{columnas}} = \underline{9.38 \text{ bh lb}}$$

$$W_{\text{muerta total}} = 32,388.75 + 9.38 \text{ bh}$$

$$\underline{W \text{ servicio}} \text{ techo} = 32,388.75 + 9.38 \text{ bh} + 3,600 \text{ lb} = \underline{35,988.75 + 9.38 \text{ bh}}$$

$$\underline{W \text{ servicio}} \text{ entrepiso} = 32,388.75 + 9.38 \text{ bh} + 7,200 \text{ lb} = \underline{39,538.75 + 9.38 \text{ bh}}$$