ESTUDIO SOBRE EL USO DE MEDIDAS DE COMPLEJIDAD PARA LA ESTIMACIÓN DEL PORCENTAJE DE CLASIFICACIÓN CORRECTA EN IMÁGENES HIPERESPECTRALES

Por

Osmarh Ali Martínez Sinisterra

Tesis sometida en cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado de

MAESTRÍA EN CIENCIAS

en

INGENIERÍA ELÉCTRICA

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ

2009

Aprobada por:

Miguel Vélez Reyes, Ph.D Miembro, Comité Graduado	Fecha
Nayda G. Santiago Santiago, Ph.D Miembro, Comité Graduado	Fecha
Shawn Hunt, Ph.D Presidente, Comité Graduado	Fecha
Paul Castillo, Ph.D Representante de Estudios Graduados	Fecha
Ramón Vásquez, Ph.D Decano-Director de Departamento	Fecha

Resumen de Disertación Presentado a Escuela Graduada
de la Universidad de Puerto Rico como requisito parcial de los
Requerimientos para el grado de Maestría en Ciencias

ESTUDIO SOBRE EL USO DE MEDIDAS DE COMPLEJIDAD PARA LA ESTIMACIÓN DEL PORCENTAJE DE CLASIFICACIÓN CORRECTA EN IMÁGENES HIPERESPECTRALES

Por

Osmarh Ali Martínez Sinisterra

2009

Consejero: Shawn Hunt, Ph.D
Departamento: Ingeniería Eléctrica y Computadoras

Este documento presenta métricas de complejidad de imagen aplicadas a imágenes hiperespectrales. Se realiza el estudio de la relación entre estas metrícas y el porcentaje de clasificación correcta (PCC) para los clasificadores de Máxima Probabilidad y Detección de Ángulo. Este estudio mostró que existe alta probabilidad de que las métricas de Entropía de Ángulo e Incertidumbre tengan una relación inversamente proporcional con el PCC de los clasificadores mencionados. Se diseñaron estimadores para el PCC usando modelos de regresión simple y múltiple basados en las métricas de Entropía de Ángulo e Incertidumbre como variables regresoras. Los modelos fueron diseñados utilizando datos obtenidos desde imágenes sintéticas e imágenes reales. Los modelos fueron probados con datos reales. En el caso de los modelos diseñados con datos reales, se obtuvieron resultados donde para la mayoría de los casos los intervalos de predicción dados por el estimador contenían los PCC's de las imágenes de prueba.

Abstract of Dissertation Presented to the Graduate School
of the University of Puerto Rico in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science

STUDY ABOUT THE USE OF COMPLEXITY MEASURES FOR THE ESTIMATION OF CORRECT CLASSIFICATION PERCENTAGE IN HYPERSPECTRAL IMAGES

By

Osmarh Ali Martínez Sinisterra

2009

Chair: Shawn Hunt, Ph.D
Major Department: Electrical and Computer Engineering

This work introduce image complexity metrics applied to hyperspectral images. It makes the study of the relationship between these metrics and the correct classification percentage (PCC) for Maximum Likelihood and Angle Detection classifiers. This study showed high probability that the Angle Entropy and Uncertainty metrics have an inverse relationship with the PCC of the classifiers mentioned. Estimators were designed for the PCC using simple and multiple regression models based on Angle Entropy and Uncertainty metrics. The models were designed using data obtained from synthetic and real images. The models were tested with real data. For models designed with real data, most cases prediction intervals given by the estimator, include the PCC's of the real test images.

A mi hijo Jorge Ali.....

AGRADECIMIENTOS

Gracias al Dr. Shawn Hunt por ser mi mentor, compartir sus conocimientos conmigo y por asesorarme en todo momento durante mis estudios en la UPRM.

Gracias al Dr. Miguel Vélez y a la Dra. Nayda Santiago por sus valiosas asesorías durante el desarrollo de este trabajo. Al igual quiero agradecer al Dr. Paul Castillo por la revisión y los comentarios acerca de este documento.

Quiero agradecer a todos los profesores con los que tuve el gusto y placer de tomar clases a través de mis estudios de maestría, en especial a: Dr. Miguel Vélez, Dr. Shawn Hunt, Dr Domingo Rodriguez y Dra Damaris Santana.

De manera muy especial quiero agradecer a Sandy por brindarme su amistad, apoyo y cariño durante mi paso por el colegio. Gracias a todos los compañeros de maestría, a los compañeros de la casa estudio, al personal administrativo de CenSSIS, a los compañeros del laboratorio de DSP y de LARSIP. Gracias al grupo de investigación CenSSIS, el cual respaldo parcialmente este trabajo.

Finalmente y no menos importante, quiero dar las gracias a mi familia por su apoyo que trascendió fronteras y me mantuvo fuerte en todo momento. Gracias Oscar, Rosaura, Rossih, Elena, Paola y Jorge. Los quiero.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 1
INTRODUCCIÓN

El reconocimiento de patrones se ocupa de los procesos sobre ingeniería, computación y matemáticos, relacionados con objetos físicos o abstractos, con el propósito de extraer información que permita establecer propiedades de o entre conjuntos de dichos objetos. Esta disciplina ha generado un gran desarrollo en diversas áreas tales como la medicina, la industria y la investigación científica. Los algoritmos que logran que una máquina distinga entre escenas, objetos, señales y materiales del entorno real a partir de información extraída desde dicho entorno son conocidos como clasificadores.

El estado del arte en reconocimiento de patrones brinda un amplio conjunto de técnicas de clasificación. Cada una de estas técnicas presenta ventajas y desventajas de acuerdo al tipo de datos, los requerimientos computacionales y los tiempos de proceso. La información que se extrae desde el mundo real para realizar tareas de reconocimiento de patrones puede ser capturada por medio de diferentes sensores dependiendo del tipo de información que se quiera obtener. Sensores hiperespectrales son utilizados para capturar imágenes que contienen información a través de cientos de bandas en el espectro electromagnético.

Dada la importancia de los sistemas de clasificación para el reconocimiento de patrones es de interés evaluar el rendimiento de una o varias técnicas de clasificación dado un conjunto de datos. En el caso de las imágenes hiperespectrales factores como

características del sensor, geometría del mismo, contaminación o agentes externos que se encuentran entre el sensor y la superficie, resolución espectral, resolución espacial, características de la escena, entre otros, afectan el rendimiento de los sistemas de clasificación aplicados a éste tipo de imágenes. Otro factor importante que tiene que ver con el rendimiento de los sistemas de clasificación de imágenes es el tipo de información que éste extrae y su método de extraerla. Una imagen que es bien clasificada por un clasificador puede no ser bien clasificada por otro. De esta manera, dado el gran número de variables que envuelve un sistema de clasificación de imágenes hiperespectrales y la variedad de técnicas de clasificación existentes, es prácticamente imposible modelar el proceso de manera general, de tal forma que se pueda estimar con alto grado de certeza el rendimiento de cualquier clasificador dada una imagen.

Generalmente, cuando se va a evaluar el rendimiento de un sistema de clasificación de imágenes, se agrupa un conjunto de imágenes con las cuales se logre abarcar una variedad de escenas y materiales con el objetivo de conocer el comportamiento del clasificador bajo diferentes tipos de imágenes. Para esto, se debe contar con el mapa de clasificación de las imágenes. Técnicas como entrenamiento y prueba ("Training and Testing"), validación cruzada ("Cross-Validation") y el procedimiento "Bootstrap" son utilizadas para evaluar sistemas de clasificación. Se toma un conjunto de datos desde el mapa de clasificación y se divide en muestras para diseñar el clasificador y muestras para probarlo. Basados en la clasificación aportada por el clasificador en evaluación y el conocimiento previo que se tiene acerca de los datos, se estima el Porcentaje de Clasificación Correcta (PCC), es decir, cuántos pixeles fueron clasificados correctamente en el grupo de datos. Este estimado da información acerca del rendimiento del clasificador sobre una imagen

en particular.

Una vez un clasificador ha sido diseñado, se aplica a imágenes que no tienen mapa de clasificación. Entonces surge el problema, saber qué tan confiable es dicha clasificación. Además, seria de gran utilidad tener idea acerca del comportamiento de los clasificadores de acuerdo a características que puedan ser calculadas o medidas en la imagen antes de realizar la clasificación. Esto brinda un estándar de referencia que permite tener un criterio adecuado a la hora de elegir que técnica de clasificación es mas apropiada para determinada imagen hiperespectral.

En este trabajo se estudian técnicas para estimar el PCC para los clasificadores Máxima Probabilidad (Maximum Likelihood) y Detección de Ángulo (Angle Detection), basándose en características estadísticas de la imagen relacionadas con su variabilidad, contraste, número de objetos en la escena, entre otras. Varios autores [1] [2] [3] [4] [5] han considerado dichas características como métricas que expresan o miden la complejidad de la imagen. Cuando se habla de la complejidad de un objeto, se refiere a la dificultad de las tareas asociadas con dicho objeto [6]. En el caso de imágenes, se ha dado varias definiciones al termino complejidad de imagen, cada una de estas asociada a la tarea que se realiza sobre la imagen, por ejemplo remoción de ruido, detección de objetos, clasificación o compresión [2] [5] [7]. Bajo el contexto de aplicaciones de detección de objetos, la complejidad de imagen ha sido definida como una medida de la dificultad inherente de hallar el o los objetos verdaderos en una imagen dada [1] [8].

Este trabajo orienta la definición de la complejidad de imagen con base en el problema de clasificación de imágenes hiperespectrales. Por tanto se definió la complejidad de una imagen como el grado de dificultad para identificar correctamente

la clase a la cual pertenece cada pixel en la imagen. Dicha dificultad se asocia a características como la variabilidad de los pixeles, nivel de mezclado de los pixeles, numero de objetos en la imagen, entre otras.

En particular se busca determinar como varía el PCC con la complejidad de la imagen para los dos clasificadores bajo estudio. Esta estimación se basa en la relación estadística entre el nivel de complejidad de la imagen y el PCC de los clasificadores. La figura 1–1 muestra el sistema desarrollado en este trabajo, en él se aprecia que la medida de complejidad es función de la imagen a clasificar e independiente del tipo de clasificador.

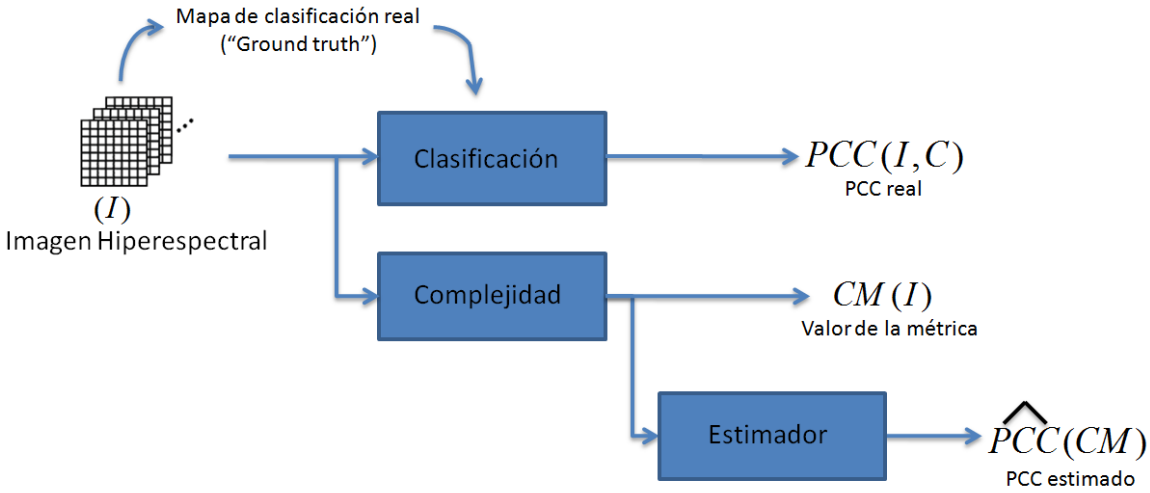

Figura 1–1: Bosquejo del sistema de estimación del PCC basado en métricas de complejidad de imagen

El estado del arte en el campo de complejidad de imagen nos brinda métricas que sólo se aplican a imágenes de una sóla banda (escala de grises). En el caso de imágenes con múltiples bandas se hace un análisis de complejidad banda por banda y luego se promedia para obtener la métrica global.

Este trabajo presenta dos nuevas métricas de complejidad de imagen, una basada en entropía y la otra, en clasificación suave. Ambas métricas miden la complejidad utilizando la información de todas las bandas de la imagen de manera conjunta de tal forma que se tenga en cuenta información vectorial que contenga la imagen. La métrica de Entropía de Ángulo se diseñó basada en el funcionamiento del clasificador por Detección de Ángulo, mientras que el diseño de la métrica de Incertidumbre se baso en el funcionamiento del clasificador de máxima probabilidad.

Los experimentos realizados en este trabajo mostraron que las métricas Entropía de Ángulo e Incertidumbre tienen una relación inversamente proporcional con el PCC de los clasificadores Máxima Probabilidad y Detección de Ángulo bajo ciertas consideraciones relacionadas con el número de clases en la imagen y la separación de éstas en el espacio de los datos. Además se hizo una comparación del comportamiento de los clasificadores bajo estudio dada la variación de cada una de las métricas, llegando a concluir cual es el clasificador más apropiado a utilizar de acuerdo al nivel de las métricas.

Basado en la relación entre las métricas y el PCC, se utilizaron datos sintéticos y reales con el fin de diseñar modelos de regresión para estimar el PCC de los clasificadores bajo estudio. Se diseñaron modelos utilizando las métricas individualmente y en conjunto para definir que modelos se ajustan mejor a los datos.

1.1 Objetivos

- Estudiar métodos para estimar el porcentaje de clasificación correcta en imágenes hiperespectrales para dos tipos de clasificadores a partir de métricas basadas en los mismos datos y el tipo de clasificador usado.
- Estudiar maneras de obtener métricas de complejidad desde imágenes hiperespectrales.

- Realizar una búsqueda de las mejores métricas de complejidad a usar para el diseño de los estimadores.
- Recolectar un conjunto de imágenes para realizar el estudio en cuestión.

1.2 Resumen de la Tesis

Este documento consta de cinco capítulos, apéndices y las referencias citadas en él. El capítulo uno da una breve descripción del trabajo realizado. El capítulo dos muestra los antecedentes teóricos y la revisión de literatura que dieron base al trabajo de investigación desarrollado. Este explica la teoría de imágenes hiperespectrales y las técnicas de clasificación en estudio. Además, trata sobre la complejidad de imagen y las diferentes métricas ofrecidas por la literatura. Finalmente, brinda una sección sobre inferencia estadística. El capítulo tres contiene el marco teórico de la investigación, describe las métricas de complejidad propuestas, el estudio de la relación entre las métricas y el PCC y finalmente se describe la técnica de regresión múltiple utilizada para el diseño de los estimadores. El capítulo cuatro presenta la metodología y los resultados experimentales. Finalmente, en el capítulo quinto se dan las conclusiones y se proponen trabajos futuros.

CAPITULO 2
FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y REVISIÓN LITERARIA

Este capítulo presenta un resumen de los fundamentos sobre Imágenes Hiperespectrales y su procesamiento, haciendo énfasis en la clasificación de dichas imágenes. Se describen los clasificadores basados en Máxima Probabilidad y Detección de Ángulo. Además se presenta el concepto de la medida de complejidad de una imagen y se describen las métricas de complejidad más usadas en la literatura. Se presenta una revisión literaria de trabajos previos acerca de complejidad de imagen con el fin de tener una clara idea del trabajo de punta en este campo. Finalmente trata el tema de inferencia estadística centrándose en la estimación por intervalos.

2.1 Imágenes Hiperespectrales

Las imágenes Hiperespectrales son obtenidas desde sensores híperespectrales ubicados en satélites, aviones o plataformas terrestres. Estos capturan la radiación que emiten los cuerpos terrestres al reflejar parte de la energía que reciben desde el sol o cualquier otro cuerpo luminoso [9]. Una imagen Hiperespectral está conformada por cientos de imágenes de la misma escena. Cada una de estas imágenes corresponde a una estrecha longitud de onda que normalmente comprende desde el rango visible hasta el infrarrojo en el espectro electromagnético. Las imágenes se pueden arreglar en lo que se conoce como un datacubo, ya que es un arreglo tridimensional donde dos de las dimensiones nos dan información de ubicación espacial y la tercera nos da información espectral.

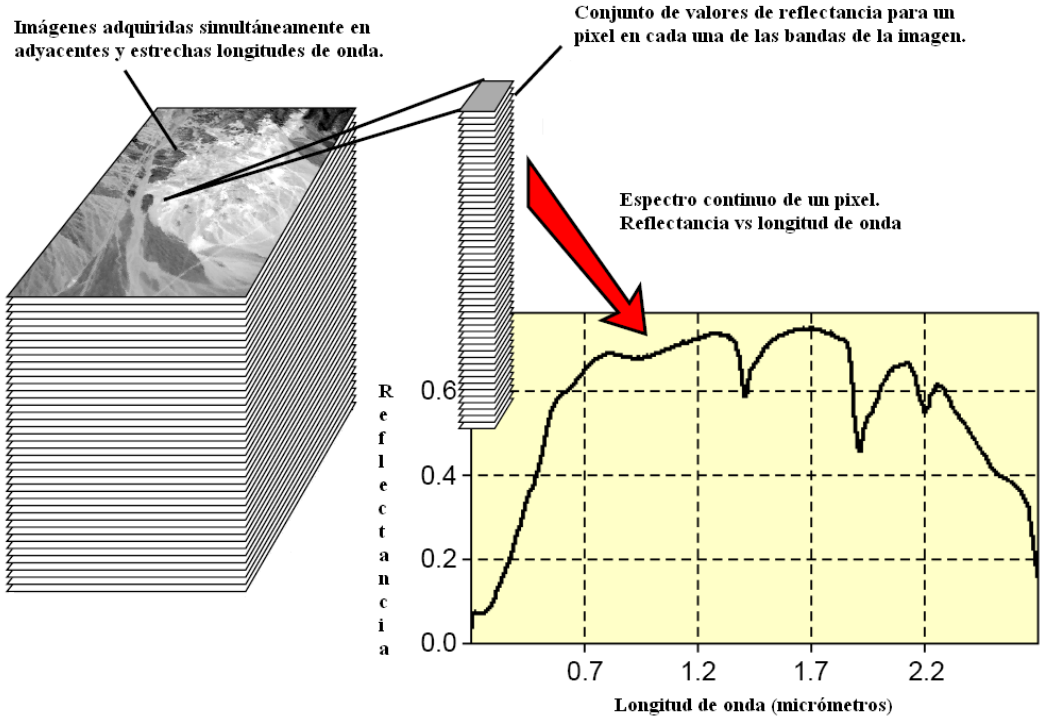

Figura 2–1: Imagen Hiperespectral [10]

Las Imágenes Hiperespectrales son usadas en aplicaciones de percepción remota como detección de objetos, clasificación de superficie terrestre, clasificación de elementos en ecosistemas marinos de poca profundidad y en aplicaciones médicas como la detección de células cancerígenas. El procesamiento de estas imágenes incluye tareas de adecuación de las mismas a través de algoritmos de remoción de ruido tales como filtrado, análisis de componentes principales y sobremuestreo entre otros.

En la mayoría de los casos, no todas las bandas de una imagen hiperespectral aportan información relevante o discriminante. Además, cuando se pretende clasificar imágenes con alta dimensionalidad, se debe tener un numero considerable de muestras de entrenamiento [11]. Dado el alto requerimiento computacional de su procesamiento, es necesario para algunos algoritmos de clasificación reducir la dimensionalidad removiendo algunas bandas innecesarias. Las tareas de remoción de ruido y reducción de dimensionalidad son importantes ya que se necesita una adecuada relación señal a ruido y un conjunto de bandas discriminantes para garantizar que

los procesos de clasificación y desmezclado den los mejores resultados.

2.2 Clasificación de Imágenes Hiperespectrales

Clasificar una imagen es el proceso de asignar cada píxel a una clase en la cual van a estar todos los pixeles de la imagen que tengan características similares. Cada clase forman grupos de pixeles que comparten características estadísticas y constituyen diferentes clases dentro de la imagen. Las clase puede ser asociada a materiales, objetos o el fondo de la escena capturada en la imagen [12].

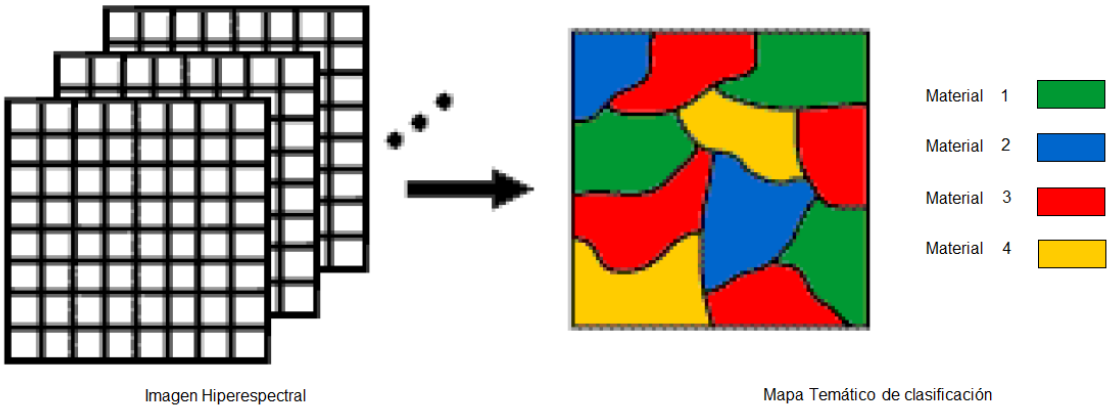

Figura 2–2: Clasificación de una Imagen Hiperespectral [9]

Existen dos tipos de clasificación, supervisada y no supervisada. Para la clasificación supervisada se tiene conocimiento del número de clases existentes para los datos. Además, se cuenta con un conjunto de pixeles muestras debidamente marcados para cada una de las clases, con las cuales se realiza un proceso de entrenamiento del clasificador para generar los parámetros estadísticos que definen cada clase. Algunos de los clasificadores supervisados más comúnmente usados son: distancia mínima basado en distancia Euclídea o distancia Mahalanobis, Máxima Probabilidad y Redes Neuronales.

En la clasificación no supervisada, no se tiene conocimiento alguno de las características de cada clase. Se realiza una agrupación de pixeles en un número de

grupos (clusters) generalmente definido por el usuario o por un algoritmo de detección de centroides y agrupación. Generalmente los pixeles son asignados al grupo cuyo centroide esté más cercano. Este trabajo se centra en dos clasificadores supervisados, el clasificador de Máxima Probabilidad y el clasificador por Detección de Ángulo.

2.2.1 Clasificador de Máxima Probabilidad

Este clasificador es comúnmente usado en la clasificación de imágenes hiperespectrales y se basa en la regla de decisión de máxima probabilidad descrita acontinuación.

Sea w_i la representación de la i-ésima clase espectral en una imagen hiperespectral que contiene M clases. Sea el pixel $\mathbf{x}$ representado por un vector cuyos componentes son los valores de reflectancia o radianza en cada una de las bandas de la imagen, es decir que $\mathbf{x}$ representa la posición del pixel en el espacio N-dimensional de los datos. A través de la toma de muestras de entrenamiento se obtiene un conjunto de pixeles para cada una de las clases. Con estas se puede estimar la distribución de probabilidad $p(\mathbf{x}|w_i)$, la cual describe la probabilidad del pixel $\mathbf{x}$ dada la clase w_i. Habrá una distribución para cada clase, es decir, para un pixel $\mathbf{x}$ en el espacio multiespectral se podrán computar las probabilidades de este, dada cada una de las clases.

Para determinar la clase a la cual pertenece el pixel $\mathbf{x}$, se utilizan las probabilidades condicionales $p(\mathbf{x}|w_i)$, $i = 1, 2, 3, 4...M$. Entonces la clasificación se realiza pixel por pixel de acuerdo a la siguiente regla de decisión

$$\mathbf{x} \text{ pertenece a la clase } w_i \text{ si } \; p(\mathbf{x}|w_i) > p(\mathbf{x}|w_j) \; \text{ para todo } \; i \neq j. \tag{2.1}$$

el pixel $\mathbf{x}$ pertenece a la clase o categoría w_i si la probabilidad $p(\mathbf{x}|w_i)$ es la mayor [13] [14].

Ya se tiene una regla basada en las muestras de entrenamiento, ahora se asume que la distribución de probabilidad de las clases es normal multivariada ya que simplifica los cálculos matemáticos y las propiedades para esta distribución son ampliamente conocidas. Basado en lo anterior, la distribución de probabilidad $p(\mathbf{x}|w_i)$ para un espacio multiespectral de dimensión N es:

$$p(\mathbf{x}|w_i) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}}|\mathbf{\Sigma}_i|^{-\frac{1}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i})^t\mathbf{\Sigma}_i^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i})\right\}, \tag{2.2}$$

donde $\boldsymbol{\mu_i}$ es el vector de medias y $\mathbf{\Sigma_i}$ la matriz de covarianza de la clase w_i. Ahora se define una función discriminante $g_i(\mathbf{x})$ para la clase w_i como:

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln\{p(\mathbf{x}|w_i)\}, \tag{2.3}$$

sustituyendo el valor de $p(\mathbf{x}|w_i)$ según (2.2) y aplicando el logaritmo natural tenemos

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{N}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln|\mathbf{\Sigma}_i| - \frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i})^t\mathbf{\Sigma}_i^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i}). \tag{2.4}$$

El primer termino de esta función será igual para cada una de las clases, esto permite que este término sea eliminado de la función discriminante. De esta forma se tiene la función discriminante final para el clasificador de Máxima Probabilidad

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln|\mathbf{\Sigma}_i| + (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i})^t\mathbf{\Sigma}_i^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu_i}). \tag{2.5}$$

Finalmente, la regla de decisión para el clasificador de Máxima Probabilidad esta dada por:

$$\mathbf{x} \text{ pertenece a la clase } w_i \text{ si } \; g_i(\mathbf{x}) > g_j(\mathbf{x}) \; \text{ para todo } \; i \neq j, \tag{2.6}$$

la cual asigna un píxel $\mathbf{x}$ a la clase w_i si la función discriminante g_i es la mayor entre todas las funciones discriminantes para las clases de la imagen.

2.2.2 Clasificador por Detección de Ángulo

El clasificador por Detección de Ángulo mide la similitud o cercanía de cada pixel a una referencia espectral a través del ángulo entre el pixel y dicha referencia. Este método es conocido como Spectral Angle Mapping (SAM) y determina la cercanía espectral entre dos espectros calculando el ángulo entre estos sin considerar su magnitud relativa [15]. Los espectros son vistos como vectores en un espacio de dimensión igual al número de bandas en la imagen. El operador puede ser expresado como un producto escalar,

$$cos(\theta) = \left(\frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{d}||\mathbf{x}|} \right), \tag{2.7}$$

donde $\mathbf{d}$ es la firma espectral de referencia, $\mathbf{x}$ es un píxel y θ es el ángulo entre ellos. El SAM también puede ser expresado de forma matricial de la siguiente manera:

$$T_{SAM} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{x}}{(\mathbf{d}^T \mathbf{d})^{\frac{1}{2}} (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{\frac{1}{2}}}, \tag{2.8}$$

donde T_{SAM} al igual que $cos(\theta)$ siempre serán positivos con un rango de cero a uno ya que tanto las firmas espectrales de referencia como los pixeles a clasificar tienen componentes positivos [16]. La cercanía del espectro del pixel al espectro referencia será máxima cuando T_{SAM} tenga un valor de uno y será minima cuando su valor sea cero.

Si se toma como referencia los vectores medias de cada clase y se calcula la cercanía entre el pixel y cada una de las referencias, entonces se puede realizar la clasificación de la imagen asignando cada pixel a la clase cuya media este mas cercano. Sea $\boldsymbol{\mu_i}$ el vector de medias de la clase w_i, $i = 1, ..., M$, sea $\mathbf{x}$ el vector espectral de un pixel en la imagen a clasificar y sea T_{SAMi} la cercanía o similitud de $\mathbf{x}$ con el vector media de la i-ésima clase, entonces se tiene:

$$T_{SAMi} = \frac{\boldsymbol{\mu_i}^T \mathbf{x}}{(\boldsymbol{\mu_i}^T \boldsymbol{\mu_i})^{\frac{1}{2}} (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{\frac{1}{2}}}. \tag{2.9}$$

Finalmente, la regla de clasificación para el clasificador por detección de ángulo es:

$$\mathbf{x} \text{ pertenece a la clase } w_i \text{ si } \; T_{SAMi} > T_{SAMj} \; \text{ para todo } \; i \neq j. \tag{2.10}$$

2.3 Complejidad de Imagen

O. Fadiran y L. Kaplan [8] definen la complejidad de una imagen como el nivel de dificultad para detectar un objeto en una escena. Esta definición no es única ya que podría variar de acuerdo al análisis o proceso que se realiza sobre la imagen. Esta definición es apropiada cuando se habla de un sistema de detección automática de objetos, pero no sucede lo mismo si la aplicamos a un sistema de clasificación de imágenes o a uno de remoción de ruido. Definir cuan compleja es una imagen depende de la meta a lograr con ella. En este estudio se trabajó con clasificación de imágenes hiperespectrales y debido a esto se definió la complejidad de una imagen como el grado de dificultad para identificar correctamente la clase a la cual pertenece cada pixel en la imagen.

La complejidad de imagen ha sido usada para evaluar el desempeño de sistemas de detección de objetos. Ahora, un problema de detección de objetos es un caso particular de clasificación donde solo existen dos clases. La primera clase es conformada por los pixeles que representan el objeto y la segunda por todos los pixeles que no hacen parte del objeto. En ese orden de ideas se puede pensar en aplicar la complejidad para evaluar el rendimiento de clasificadores con más de dos clases.

Para medir la complejidad de una imagen se utilizan diferentes métricas basadas en análisis estadísticos globales y locales de la imagen [1]. Un análisis global es el que se realiza sobre todo el conjunto de pixeles de la imagen, mientras que el análisis local se hace en cada región de la imagen segmentada. Variables como el nivel de gris, el contraste local o el ángulo espectral que pueden ser medidas en cada píxel,

son tratadas como una variable aleatoria. Entonces una distribución de frecuencia de cualquiera de estas variables sobre la imagen puede ser tratada como una distribución de probabilidad [1]. Las características que describen estas distribuciones son las que se analizan para obtener las métricas de complejidad de la imagen.
Diversos autores [8] [17] [18] han utilizado combinaciones algebraicas de métricas que brinda mejor correlación con el rendimiento de sistemas de detección. Además se han establecido categorías de complejidad que pueden ser grupos discretos o una métrica continua.

2.3.1 Métricas basadas en análisis local

A partir de una imagen segmentada se realiza un análisis estadístico en cada una de sus regiones. En un sistema de detección, algunas de las regiones podrán ser consideradas inicialmente como objetivos, si características como su forma o tamaño son cercanas a la forma y tamaño del objeto a detectar. Estas métricas resultan ser función de métricas basadas en los pixeles de cada región. Algunas métricas locales basadas en nivel de gris y en bordes se muestran en la tabla 2–1.

Tabla 2–1: Métricas basadas en análisis local [1]

Basada en Niveles de gris	Basada en Bordes
Uniformidad de la región	Contraste de línea
Contraste local	Contraste de línea regional
Contraste regional	
Contraste global	
Entropía estructural	

2.3.2 Métricas basadas en análisis global

Generalmente estas métricas son funciones que resultan de análisis estadísticos realizados sobre todos los pixeles de la imagen, pero también pueden depender únicamente de los pixeles considerados como bordes. Algunas métricas globales basadas en nivel de gris y en bordes son mostradas en la tabla 2–2.

Tabla 2–2: Métricas basadas en análisis global [1]

Basada en Niveles de gris	Basada en Bordes
Desviación estándar del nivel de gris	Pixeles borde por unidad de área
Entropía basada en nivel de gris	Variación de la imagen basada en bordes
Uniformidad del nivel de gris	
Relación señal a ruido de la entrada	
Conspicuousness 1	
Conspicuousness 2	

Métricas basadas en el nivel de gris como *Entropía, Desviación estándar del nivel de gris, Uniformidad del nivel de gris* y métricas basadas en bordes como *Porcentaje de pixeles borde por unidad de Area y Variación de la imagen basada en bordes*, son de las métricas más usadas en análisis de rendimiento para sistemas de detección. Para obtener cada una de estas se han planteado diversas técnicas basadas en imágenes de una sola banda. A continuación las definiciones de cada una de estas métricas:

Entropía. *Es una medida estadística de aleatoriedad o incertidumbre utilizada ampliamente en teoría de la información y en comunicaciones [19]. Su definición formal se hace en términos del comportamiento probabilístico de una fuente de información [19]. Observando la salida de una fuente de información discreta durante cada unidad de tiempo se puede modelar dicha salida como una variable aleatoria, S*

$$S = (s_0, s_1, ..., s_{K-1}),$$

con probabilidades

$$P(S = s_k) = p_k \quad para\ k = 0, 1, 2, ..., K-1.$$

Asumiendo que los símbolos emitidos por la fuente son estadísticamente independientes, es decir, el símbolo emitido en cualquier momento es independiente de los emitidos previamente, se define la cantidad de informción adquirida después

de observar el evento $S = s_k$, el cual ocurre con probabilidad p_k, como la función logarítmica,

$$I(s_k) = log\left(\frac{1}{p_k}\right) = -log(p_k) \quad para\ k = 0, 1, ..., K-1. \tag{2.11}$$

La cantidad de información $I(s_k)$ producida por la fuente durante un intervalo arbitrario de la señal depende del símbolo s_k emitido por la fuente en ese instante. $I(s_k)$ es una variable aleatoria discreta con valores posibles $I(s_0), I(s_1), ..., I(s_{k-1})$ y probabilidades $p_0, p_1, ..., p_{k-1}$ respectivamente. La media de $I(s_k)$ sobre la fuente S esta dada por:

$$H(S) = E[I(s_k)]$$
$$H(S) = \sum_{k=0}^{K-1} p_k I(s_k),$$

reemplazando el valor de la ecuación (2.11) en la expresión anterior se obtiene:

$$H(S) = -\sum_{k=0}^{K-1} p_k log(p_k). \tag{2.12}$$

$H(S)$ es conocida como la entropía de una fuente de información discreta S.

Este concepto de entropía ha sido extendido al estudio de la aleatoriedad del nivel de gris en imágenes de una sola banda, donde se toma como variable aleatoria el nivel de gris y su distribución de probabilidad es representada por el histograma normalizado de la imagen. En este ámbito, la entropía esta dada por:

$$Ent = -\sum_{i=1}^{N} p(i)\ log\ p(i), \tag{2.13}$$

donde N es el número de niveles de gris en la imagen y $p(i)$ es la probabilidad del i-ésimo nivel de gris basada en el histograma de la imagen.

Desviación estándar del nivel de gris. *La Desviación estándar es un parámetro estadístico que da información acerca de la dispersión de un conjunto de datos con*

respecto a su promedio. Este parámetro ha sido usado para obtener información relacionada con el contraste de una imagen en escala de grises [1]. Matemáticamente la desviación estándar del nivel de gris de una imagen se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(x(i,j)-\mu_x)^2}{N \times M}}, \tag{2.14}$$

donde N y M son el número de filas y columnas de la imagen, $x(i,j)$ es el nivel de gris del pixel ubicado en la i-ésima fila j-ésima columna y μ_x es el promedio del nivel de gris de la imagen, definido como $\mu_x = \frac{1}{N\times M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x(i,j)$.

Uniformidad del nivel de gris. *[4] define la uniformidad del nivel de gris, U, como una medida de la consistencia de un pixel con respecto a sus vecinos y revela la homogeneidad de esa región. La Uniformidad total de una imagen en escala de gris esta definida como:*

$$U = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}[f(i,j)-\bar{f}(i,j)]^2, \tag{2.15}$$

donde N y M son el número de filas y columnas de la imagen, $f(i,j)$ es el nivel de gris en un pixel y $\bar{f}(i,j)$ es el nivel de gris promedio de una ventana de 3×3 centrada en el pixel (i,j).

Porcentaje de pixeles borde por unidad de área. *Los pixeles bordes normalmente se caracterizan por presentar un alto contraste con respecto a sus vecinos. Esto implica que dichos pixeles limitan regiones correspondientes a diferentes materiales en la escena de la imagen, obteniendo así una idea de la cantidad de objetos o las diferentes regiones por unidad de área en la imagen. Una imagen que presenta un alto porcentaje de estos pixeles tiene un alto contraste o muchos materiales distintos en la escena. De esta manera, el porcentaje de pixeles borde en una*

imagen tendría relación con el comportamiento de sistemas de detección o de clasificación. Una buena cantidad de diferentes técnicas para detectar bordes en imágenes de una banda están disponibles en la literatura, mientras que para detectar bordes en imágenes multiespectrales el numero es limitado. La mayoría de estos algoritmos realizan un filtrado sobre la imagen para realzar el contraste de los pixeles que limitan regiones. Esta métrica de complejidad basada en bordes puede ser expresada como sigue:

$$B = \frac{1}{N \times M} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} I(i,j), \tag{2.16}$$

donde N y M son el número de filas y columnas de la imagen e I es la matriz que da como resultado el proceso de detección de bordes. Esta matriz es del mismo tamaño de la imagen y sus pixeles solo toman valores de 1 y 0. Los pixeles que fueron interpretados como bordes por el algoritmo tienen valor 1 y el resto tienen valor 0.

En este trabajo se estudiaron varias de estas métricas de complejidad con el fin de adaptarlas al ámbito de las imágenes hiperespectrales y encontrar una o una combinación de estas que maximice la relación entre la medida de complejidad de la imagen y el porcentaje de clasificación correcta. Se interesó trabajar con métricas globales, ya que aunque estas y las métricas locales existentes fueron diseñadas para medir complejidad de imagen orientado a sistemas de detección de objetos, las métricas globales son mas afines con consideraciones como aleatoriedad de la imagen y dispersión de los pixeles, las cuales afectan el comportamiento de sistemas de clasificación de imágenes.

2.4 Revisión Literaria

R.A. Peters y R.N. Strickland [1] presentan el análisis de complejidad para detección de objetos basados en dos grupos de métricas: métricas dependientes del objeto y métricas independientes del objeto. Las métricas dependientes del objeto

son resultado de análisis locales de la imagen y algunos dependen de factores como el tamaño o forma de la región. Las métricas independientes del objeto pueden ser resultado de análisis globales o locales y no dependen de la forma de las regiones. Las métricas mas relevantes de su estudio se presentaron en las tablas 2–1 y 2–2.

Chacón y Corral [5] analizan la complejidad de imágenes basándose en el nivel de porcentaje de bordes en la imagen. Los bordes son los pixeles que representan el límite entre un objeto y otro ó entre una región y otra en la imagen. Utilizan un método de agrupamiento ("clustering") difuso para obtener los umbrales de división para las regiones dentro de la imagen. De esta manera logran clasificar las imágenes como poco complejas, medianamente complejas y de alta complejidad de acuerdo a la cantidad de bordes encontrados.

Otro método de evaluar el funcionamiento de sistemas de detección de objetos consiste en analizar que tan complicado es diferenciar el objeto, de otros objetos similares que hacen parte del fondo de la escena. Este método es llamado "Clutter Complexity Análisis". En [2], K. Namuduri, K. Bouyoucef y L. Kaplan usaron este método. Ellos calcularon las 8 métricas estadísticas de imagen presentadas en la tabla 2–3 con las cuales crearon una nueva métrica a partir de una suma ponderada de estas. Los pesos de dicha suma fueron seleccionados de tal forma que maximizaran la correlación entre la métrica y el rendimiento de un sistema de detección de objetos.

Tabla 2–3: Lista de métricas usadas en [2] para diseñar la métrica de clutter complexity

Métrica	Descripción
Parámetro de Hurst	Rugosidad de Textura
Desviación estándar	Desviación estándar global
Schmieder Weathersby	Desviación estándar promedio
Homogeneidad	Promedio de variaciones de píxel
Energía	Promedio de la entropía del histograma
Entropía	Promedio de la entropía del histograma
Relación de interferencia del objeto	Contraste promedio
Outlier Ratio	Porcentaje promedio de outliers

Namuduri y Bouyoucef usaron las bases de datos TRIM2 y COMANCHE. TRIM2 brinda un conjunto de imágenes artificiales similares a las que se obtienen con un sensor FLIR ("Forward looking Infra-Red"), mientras que COMANCHE brinda imágenes reales del mismo sensor. En estas bases de datos se tienen imágenes con tres tipos de fondo ("background") distintos, los cuales se diferencian por la cantidad y el nivel de similitud de objetos o materiales que pueden ser detectados como objetivo pero no lo son. Basados en esto lograron particionar la base de datos en varios niveles de complejidad relacionados con la métrica propuesta. Para validar esta métrica lo que hacen es aplicar el sistema de detección de objetos (ARL Federated Laboratory baseline FLIR detector) a un conjunto de imágenes de las bases de datos mencionadas, para luego contar el número de falsas alarmas para cada imagen. Posteriormente, por medio de matrices de confusión y scatter plots, visualizan la métrica de complejidad y la medida de rendimiento del detector, finalmente calcular el coeficiente de correlación entre estas dos variables.

O. Fadiran y L. Kaplan [8] muestran una combinación algebraica de métricas como el parámetro de Hurst, Desviación estándar global, promedio de la Energía del Histograma y Entropía para selección de bandas en un sistema de detección de objetos sobre imágenes hiperespectrales. Estos autores utilizan su métrica como criterio de selección de bandas previo el proceso de detección, seleccionando las bandas con menor grado de complejidad. El rendimiento del sistema de detección utilizando este criterio de selección resulto ser comparable a sistemas que utilizan selección uniforme de bandas por largo de onda optimizado, tal como "Benchmark". Este análisis muestra que el nivel de complejidad de las bandas basado en la métrica propuesta por Fadiran y Kaplan esta fuertemente relacionado con el comportamiento del detector.

J. Rigau, M. Feixas, y M. Sbert [17] presentan un análisis de complejidad donde se tienen en cuenta información acerca de la distribución espacial de los pixeles por

regiones. La imagen es segmentada en regiones con nivel de gris uniforme, de tamaño tal que no exceda el del objeto. Luego estiman la similaridad al objeto de cada región. La distribución de esta similaridad es tomada como base para la métrica de complejidad. Por ejemplo, si hay muchas regiones con similaridad cercana al máximo, la imagen es relativamente compleja. Entonces definen la complejidad usando dos medidas, una es el número de particiones necesarias para extraer una relación de información dada desde la imagen. La otra es la complejidad composicional dada por la divergencia Jensen Shannon de la imagen.

C. Rivera [18] define complejidad de imagen como la dificultad cuantificada para identificar los materiales que componen una imagen y su ubicación en la misma, viéndolo así como un problema de clasificación. Rivera utiliza Entropía, Hurst y detección de bordes para medir complejidad en imágenes hiperespectrales. Rivera realizó un arreglo algebraico similar al presentado en [8] para obtener una métrica que combina las tres mencionadas anteriormente. Rivera trabajo con las siguientes definiciones y técnicas para extraer dichas métricas.

Entropía. *Rivera calcula la Entropía para cada banda según la ecuación* (2.13) *y luego toma el promedio de estas como la métrica global de la imagen:*

$$Ent = -\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p(i,j,b)\ log\ p(i,j,b) \tag{2.17}$$

donde B es el número de bandas de la imagen, N y M el número de filas y columnas respectivamente y $p(i,j)$ es la función de distribución de probabilidad del nivel de gris basada en el histograma de la imagen.

Parámetro Hurst. *Es una versión de la dimensión fractal, la cual describe la propiedad de correlación de término largo o la dependencia de largo rango. La dimensión fractal y el parámetro Hurst dan información acerca de la rugosidad de la*

textura de una imagen. La relación entre el parámetro Hurst y la dimensión fractal es la siguiente:

$$D = 2 - H \tag{2.18}$$

donde D es la dimensión fractal y H el parámetro Hurst. El parámetro Hurst se define como:

$$H = -log_2 w \tag{2.19}$$

donde w es un parámetro obtenido desde la ecuación generalizada para la curva fractal Takagi.

Porcentaje de pixeles borde por unidad de área. *La métrica de complejidad basada en bordes para una imagen hiperespectral fue calculada como sigue:*

$$MB = -\frac{1}{NB}\sum_{b=1}^{B}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} I(i,j,b), \tag{2.20}$$

donde N es el número de pixeles en la imagen, B es el número de bandas e I es la matriz que da como resultado el proceso de detección de bordes. Esta matriz es del mismo tamaño de la imagen y sus pixeles solo toman valores de uno y cero. Los pixeles que fueron interpretados como bordes por el algoritmo tienen valor uno y el resto tienen valor cero.

2.5 Estimación de Variables Aleatorias

En muchos casos cuando se desea tener un conocimiento acerca del comportamiento de una variable la cual no es fácilmente observable, se requiere hacer la estimación de ésta a partir de otras variables con las que tiene relación estadística y que pueden ser medidas de manera mas sencilla. En el caso particular de este

estudio, se requiere estimar el PCC de clasificadores aplicados a imámenes hiperespectrales a partir de métricas (CM) obtenidas desde dichas imágenes. Por tanto, se puede usar la formulación básica acerca de la estimación de variables aleatorias presentada en [20]:

Si se quiere estimar la variable aleatoria X a través de observaciones de la variable aleatoria Z con la cual tiene relación estadística, se define el estimador $\widehat{X}$ como alguna función, $g(.)$, de la variable observable Z. Su representación es la siguiente:

$$\widehat{X} = g(Z). \tag{2.21}$$

Así, $\widehat{X}$ es también una variable aleatoria. La función $g(Z)$ puede ser una función lineal ó no lineal.

Cuando se realiza la estimación de una variable aleatoria, se busca obtener un estimador con el cual sea minima alguna función de costo definida para la estimación. Generalmente es usada como función de costo alguna función basada en el error de estimación, el cual esta definido como la diferencia entre el valor real de X y el valor estimado.

$$error \triangleq \varepsilon = X - \widehat{X}. \tag{2.22}$$

Una función de costo muy utilizada [20] es el valor esperado del cuadrado del error $E[\varepsilon^2]$. En este caso, la medida de rendimiento para el estimador es llamada *error cuadrático medio.*

2.5.1 Estimación lineal de una variable aleatoria a partir de otra

Se desea estimar la variable Y a partir de la variable X, la cual tiene alguna relación con Y. Asumiendo que se cuenta con la media y la varianza de ambas variables aleatorias, y además se conoce la correlación entre estas, se define $\widehat{Y}$ como

una aproximación de X a través de la función lineal

$$\widehat{Y} = aX + b, \tag{2.23}$$

entonces se desea valores para a y b tal que se minimice el error cuadrático medio e_{ms} dado por:

$$e_{ms} = E[(Y - \widehat{Y})^2] = E[(Y - (aX + b))^2]. \tag{2.24}$$

Para lograr esto, debe cumplirse que

$$\frac{\partial e_{ms}}{\partial a} = E[2(Y - (aX + b))(-X)] = 2(aE[X^2] + bE[X] - E[XY]) = 0 \tag{2.25}$$

y

$$\frac{\partial e_{ms}}{\partial b} = E[2(Y - (aX + b))(-1)] = -2(E[Y] - aE[X] - b) = 0 \tag{2.26}$$

de donde se obtiene:

$$E[XY] = aE[X^2] + bE[X] \tag{2.27}$$

y

$$E[Y] = aE[X] + b. \tag{2.28}$$

Resolviendo estas ecuaciones para a y b se llega a:

$$\begin{aligned} a &= \frac{E[XY] - E[X]E[Y]}{E[X^2] - E[X]^2} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} \\ b &= E[Y] - \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}E[X] = \mu_Y - \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}\mu_X, \end{aligned} \tag{2.29}$$

donde μ_X,μ_Y,σ_X^2 y σ_{XY} son la media de X, la media de Y, la varianza de X y la covarianza entre X y Y, respectivamente. Ya que se puede demostrar que la matrix de segundas derivadas es positiva definida [20], estos valores para a y b garantizan el mínimo error cuadrático medio. Reemplazando los valores para a y b en la ecuación (2.24), el error cuadrático medio mínimo será:

$$e_{mms} = \sigma_Y^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^2}. \tag{2.30}$$

De esta manera se obtiene un estimador lineal óptimo para Y en el sentido del mímimo error cuadrático medio, que solo utiliza los momentos de primer y segundo orden de X y Y.

Nótese que si la covarianza es cero, entonces $a = 0$ y no se obtendría información acerca de Y desde X usando una función lineal.

Se puede obtener un estimador con menor error cuadrático medio que el que se obtiene con el estimador lineal. Esto se logra a través de un estimador no lineal, pero se necesita mas que los momentos de primer y segundo orden para llegar a este. La función de densidad conjunta $f_{X,Y}(x, y)$ de las variables X y Y brinda una caracterización completa de estas, lo cual es necesaria para obtener un estimador para cualquiera de estas basado en la otra.

En el caso particular de este estudio, no se cuenta con la función de densidad conjunta $f_{PCC,CM}(pcc, cm)$ del PCC y las métricas de complejidad. Tampoco se cuenta con los parámetros estadísticos que permiten obtener el estimador basado en el error cuadrático medio mínimo. Por tanto, se opto por utilizar estimadores basados en modelos de regresión, los cuales son descritos en el siguiente capitulo.

CAPITULO 3
MARCO TEÓRICO

Este capítulo describe el marco teórico de este trabajo de investigación. Se presentan las métricas de complejidad de imágenes propuestas en este trabajo y las técnicas estadísticas utilizadas para realizar el estudio entre las métricas de complejidad y el porcentaje de clasificación correcta. Finalmente se presenta una descripción de los modelos de regresión multiple utilizados para estimar el Porcentaje de Clasificación correcta.

3.1 Métricas de Complejidad de Imagen Propuestas

Las métricas de complejidad de imagen existentes han sido creadas para ser utilizadas en aplicaciones relacionadas con teoría de la información, compresión de imágenes [7] y evalución de sistemas de detección de objetos en imágenes de una sola banda [5]. Por tanto, no se cuenta con métricas de complejidad de imagen que hayan sido creadas para aplicaciones de clasificación de imágenes y menos aun si estas son hiperespectrales. Las métricas estudiadas en este trabajo son Entropía Angular, Incertidumbre y Porcentaje de Pixeles borde. Estas están siendo orientadas a clasificación de imágenes hiperespectrales.

3.1.1 Entropía Angular o de Ángulo

Esta métrica se basa en el concepto de Mapeo de ángulo (Angle mapping), ya que para el cálculo de la Entropía se utiliza como variable aleatoria el ángulo de cada pixel con respecto a una referencia común. De esta forma tomamos en cuenta

todas las bandas de la imagen en conjunto para calcular la métrica y así se incluye información vectorial que contiene la imagen. El cálculo del ángulo θ entre un pixel y el vector referencia se realiza tomando el arco coseno en la ecuación (2.7),

$$\theta = acos\left(\frac{\mathbf{d}\cdot\mathbf{x}}{|\mathbf{d}||\mathbf{x}|}\right), \tag{3.1}$$

donde $\mathbf{x}$ es el pixel y $\mathbf{d}$ es el vector referencia, el cual se ha definido con magnitud 1 en el primer componente y 0 en los componentes restantes. De esta forma se tiene una variable aleatoria que tomará valores entre 0 y 2π. El cálculo de Entropía solo se aplica a variables aleatorias discretas. Por tanto se tiene en cuenta el número de bits de la imagen para calcular el ángulo mínimo que puede haber entre dos pixeles y de esta manera se llega a una variable aleatoria con valores discretos en el intervalo 0 a 2π. Una vez se tiene la variable discreta, se puede estimar su distribución de probabilidad $P(\theta)$. Ejemplos de imágenes hiperespectrales con sus distribuciones se muestran en la figura 3–1. Finalmente se calcula la Entropía como en la ecuación

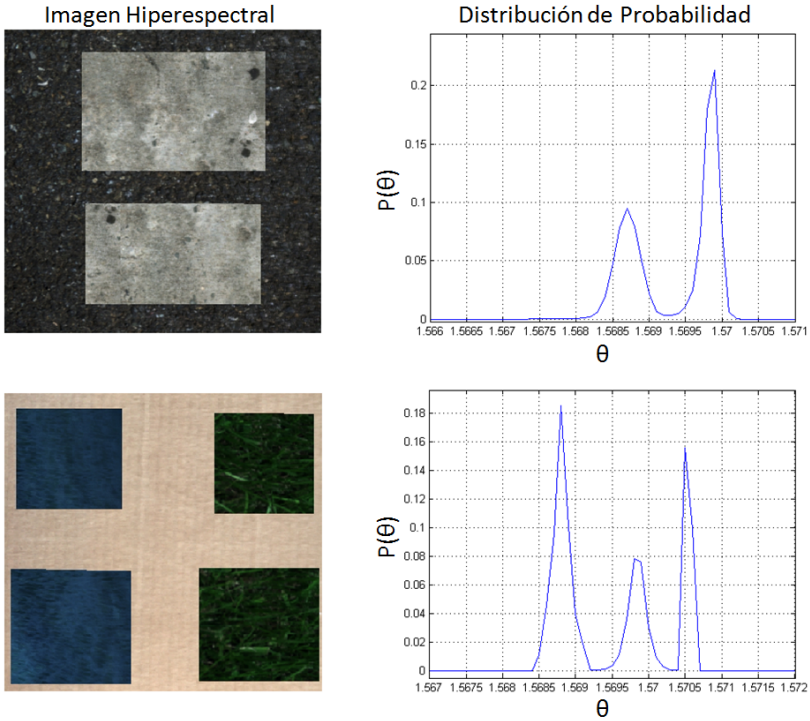

Figura 3–1: Images Hiperespectrales y sus respectivas distribuciones de ángulo.

(2.13) pero utilizando la distribución $P(\theta)$,

$$Ent = -\sum_{i=1}^{N} P(\theta_i) \log P(\theta_i). \tag{3.2}$$

En este caso, N es el número de ángulos posibles en la imagen y θ_i es el i-ésimo ángulo. Imágenes que presenten una alta Entropía angular serán consideradas como imágenes con alto grado de complejidad, mientras aquellas imágenes que presenten baja Entropía tendrán baja complejidad.

Como se puede apreciar, esta métrica utiliza el mismo principio que utiliza el clasificador por Detección de Ángulo para el cálculo de los ángulos de los pixeles en una imagen hiperespectral. De esta manera la Entropía de Ángulo como una medida de la variabilidad del ángulo en pixeles se relaciona directamente con la dificultad que presenta una imagen para obtener un alto porcentaje de clasificación correcta utilizando el clasificador por Detección de ángulo.

3.1.2 Incertidumbre

En el capitulo anterior se describió el algoritmo para el clasificador de Máxima Probabilidad. Este se basa en la probabilidad $p(w_i|\mathbf{x})$, $i = 1, 2, 3, 4...M$, la cual es la probabilidad para la clases w_i dado el pixel $\mathbf{x}$. El clasificador asigna cada pixel a la clase con mayor probabilidad y dicha probabilidad es estimada a través de la técnica descrita en el capitulo anterior. Si se tiene una idea de cual es el aporte de cada clase en la imagen a un pixel, entonces también se tendría una idea acerca de la probabilidad de cada clase dado ese pixel. La métrica de Incertidumbre propuesta en este trabajo utiliza un sistema de clasificación difusa supervisada (FSCS según sus iniciales en inglés) para estimar el grado de pertenencia de cada pixel a cada clase en la imagen y así tener una idea acerca de las probabilidades para cada clase dado un pixel.

FSCS es un tipo de clasificación suave que no asigna el pixel a una sola clase, sino que puede ser asignado a varias clases con cierto porcentaje de pertenencia para cada una. El objetivo de este tipo de clasificación es dar una representación mas apropiada a las imágenes tomadas remotamente debido a que estas presentan pixeles mezclados, como es el caso de las imágenes terrestres tomadas con sensores hiperespectrales ubicados en satélites [21]. La clasificación suave estima la contribución de cada clase en el pixel. Esto lo hace a través de funciones de pertenencia, las cuales se obtienen calculando valores estadísticos desde las muestras de entrenamiento de cada clase o por medio de indices característicos de algunas clases. Un clasificador suave brinda como resultado un mapa de pertenencia para cada una de las clases. En este mapa, el valor de cada pixel representa el porcentaje de asignación o el nivel de pertenencia del pixel a la clase del mapa en cuestión.

Se considera un pixel clasificado correctamente por un clasificador duro, el cual asigna el pixel a una sola clase, aquel que ha sido asignado a la clase que mas aporte tenga en dicho pixel. Un pixel que tenga un alto porcentaje de asignación a una clase y bajos porcentajes a las clases restantes es un pixel que no esta muy mezclado y tiene alta probabilidad de ser clasificado correctamente por un clasificador duro. Pero un pixel cuyos porcentajes de asignación mas altos son similares para varias clases, es un pixel que esta considerablemente mezclado y tendrá menor probabilidad de ser clasificado correctamente. En ese orden de ideas, se puede definir que una imagen con un bajo porcentaje de pixeles considerablemente mezclados es una imagen poco compleja, mientras que si se tiene un gran porcentaje de pixeles considerablemente mezclados, la imagen tendrá un alto nivel de complejidad.

Los algoritmos de clasificación suave se basan en modelos de mezclado lineal, algoritmos de lógica difusa supervisados, Redes Neuronales o en Redes neuronales

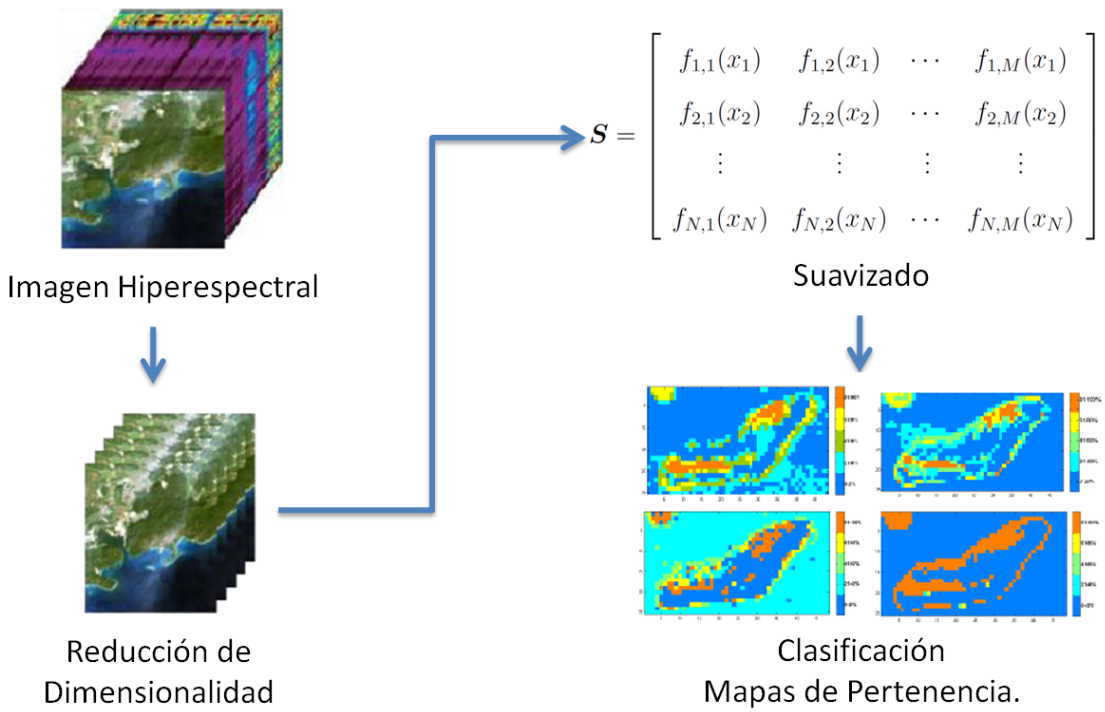

Figura 3–2: Esquema de un sistema de Clasificación Suave [21]

difusas.

FCSC esta basado en algoritmos de lógica difusa supervisados. La lógica difusa incluye los conceptos de la lógica booleana, donde existe verdad o pertenencia absoluta y falsedad o no pertenencia absoluta representados por uno y cero respectivamente. Pero además, se hace una extension al introducir el concepto de verdad parcial o pertenencia parcial, lo cual corresponde a cualquier valor en el intervalo de cero a uno. De esta manera, un elemento E puede pertenecer a varios conjuntos con cierto grado o nivel de pertenencia en cada uno. Funciones de pertenencia comúnmente usadas son descritas a continuación:

Gaussiana: Esta función de pertenencia es ampliamente usada en aplicaciones de clasificación y se puede escribir de la siguiente manera:

$$G(x) = exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \tag{3.3}$$

donde μ y σ corresponden a la media y desviación estándar respectivamente.

Signoide: Es muy parecida a la función ideal utilizada en el caso booleano, pero esta presenta una transición mas suave:

$$S(x) = \frac{1}{1 + e^{(-x+1)}}. \tag{3.4}$$

Triangular: La función de pertenencia triangular con puntos extremos $(a, 0)$, $(c, 0)$ y altura máxima en $(b, 1)$ esta definida así:

$$T(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } b \leq x \leq c, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{3.5}$$

Trapezoidal: La función de pertenencia trapezoidal con puntos extremos en $(a, 0)$, $(d, 0)$ y máxima altura entre los puntos $(b, 1)$ y $(c, 1)$ se representa de la siguiente manera:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b, \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } b \leq x \leq c, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{3.6}$$

El proceso de un clasificador FCSC incluye tareas típicas aplicadas al procesamiento de imágenes hiperespectrales, tales como remoción de ruido y reducción de dimensionalidad. Además dos pasos más que se describen a continuación:

1. ***Suavizado***:

Partiendo de las muestras de entrenamiento se realiza el cálculo de la función de pertenencia de cada clase en cada banda, es decir, para la banda i se podrá calcular el porcentaje de pertenencia de cada pixel a cada clase en esa banda. Las bandas y las clases son representadas por conjuntos y subconjuntos difusos respectivamente. Cada subconjunto difuso (clase j), en un conjunto dado (banda i), esta definido por

una función Gaussiana $f_{i,j}(x_i)$. El pixel $\boldsymbol{Y}$ en el espacio N-dimensional esta definido como

$$\boldsymbol{Y} = [x_1, x_2, x_3, ..., x_N]^T. \tag{3.7}$$

La función de pertenencia de la clase j en la banda i esta definida por

$$f_{i,j}(x_i) = exp\left\{-\frac{(x_i - \mu_{i,j})^2}{2\sigma_{i,j}^2}\right\}, \tag{3.8}$$

donde $\mu_{i,j}$ y $\sigma_{i,j}$ son la media y la desviación estándar de la clase j en la banda i respectivamente.

Con las funciones de pertenencia para cada una de las M clases a través de las N bandas se construye una matriz $\boldsymbol{S}_{N\times M}$ que seria la entrada al sistema de clasificación.

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} f_{1,1}(x_1) & f_{1,2}(x_1) & \cdots & f_{1,M}(x_1) \\ f_{2,1}(x_2) & f_{2,2}(x_2) & \cdots & f_{2,M}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{N,1}(x_N) & f_{N,2}(x_N) & \cdots & f_{N,M}(x_N) \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

2. ***Clasificación***: En esta etapa se analiza la matriz S por medio de una regla de razonamiento de mínimos, la cual halla el mínimo grado de pertenencia dado por diferentes conjuntos difusos para cada subconjunto difuso por pixel. Se obtiene entonces un vector difuso preliminar definido como:

$$\boldsymbol{F'} = [F'_1(Y), F'_2(Y), ..., F'_j(Y), ...F'_M(Y)]^T, \tag{3.10}$$

donde M es el número de subconjuntos difusos y $F'_j(Y) = Min(f_{i,j}(x_i))$ para $i = 1, 2, ..., N$.

Finalmente se realiza una operación de reescalamiento para normalizar la proporción de cada clase por pixel deducida desde los diferentes conjuntos difusos. Llegando

entonces al vector de salida difuso

$$\boldsymbol{F} = [F_1(Y), F_2(Y), ..., F_j(Y), ...F_M(Y)]^T, \tag{3.11}$$

donde

$$F_j(Y) = \frac{F'_j(Y)}{\sum_{k=1}^{M} F'_k(Y)}. \tag{3.12}$$

A partir de este resultado se construyen los mapas de pertenencia para cada clase. Finalmente, la métrica de Incertidumbre se calcula tomando el porcentaje de pixeles que están considerablemente mezclados. Dicho porcentaje se halla sumando el número de pixeles cuyo vector de pertenencias $\boldsymbol{F}$ no posea un único componente dominante cuyo valor este por encima de 0.6.

3.1.3 Porcentaje de Pixeles Borde

A diferencia de las técnicas de detección de bordes en imágenes a escala de grises utilizadas por [5] y [18] como base para sus métricas de bordes, la métrica propuesta en este trabajo utiliza una técnica de detección de bordes para imágenes multiespectrales usando un mapa auto organizado (SOM, según sus siglas en inglés). Esta métrica utiliza la técnica propuesta en [22] para identificar los pixeles que están en el límite entre diferentes regiones, materiales u objetos en la imagen. El porcentaje de dichos pixeles en la imagen da una idea de la cantidad de areas donde los pixeles son mayormente afectados por la radiación de varios clases a la vez. Estas areas presentan una alta complejidad para los sistemas de clasificación. Una imagen con alto porcentaje de pixeles borde es considerada una imagen de alta complejidad y una que posea un bajo porcentaje de estos pixeles tendrá menor grado de complejidad. En [22] se presentan dos métodos basados en el uso de SOM para detectar bordes en imágenes multiespectrales. Ambos métodos llevan los pixeles desde el espacio p-dimensional de las bandas espectrales a un espacio mucho menor donde fácilmente

se puede aplicar un detector de bordes para imágenes en escala de grises. La diferencia entre estos métodos radica en que el primero utiliza un SOM de una dimensión, mientras que el segundo utiliza un SOM de dos dimensiones. En este trabajo se utilizó el método que realiza el ordenamiento de los pixeles usando un SOM de una dimensión. El proceso de entrenamiento del SOM consiste en una secuencia de vectores de entrada $\mathbf{x}\,(j)\,,\ j = 1, 2...., n$, donde n es el número de vectores. Estos vectores son los pixeles de dimensión p de la imagen $g(x, y)$. Sea $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, ..., \mathbf{m}_k]$ el SOM unidimensional, donde cada $\mathbf{m}_i$ es el vector de pesos asociado a la i-ésima neurona y k es el número de neuronas del SOM. Estos pesos son inicializados con valores escogidos de manera aleatoria. Se mide la distancia euclidiana entre el vector de entrada actual y cada uno de los vectores de pesos asociado a las neuronas. Se identifica la neurona cuyos pesos estén mas cercanos a el vector de entrada y se actualizan los pesos de acuerdo a las ecuaciones (3.13) y (3.14),

$$\mathbf{m}_i(j+1) = \mathbf{m}_i(j) + \alpha(j)[\mathbf{x}(j) - \mathbf{m}_i(j)] \ \ \textit{para todo } i \in N_c, \tag{3.13}$$

$$\mathbf{m}_i(j+1) = \mathbf{m}_i(j) \ \ \textit{para todo } i \notin N_c. \tag{3.14}$$

$\alpha(j)$ es un parámetro escalar que decrece durante el entrenamiento y toma valores en el intervalo [0 1]. N_c representa el vecindario en el espacio de las neuronas, cuyo centro es la neurona con vector de pesos mas similar al pixel de entrada $\mathbf{x}(j)$.

$$N_c = \{max(1, c - l), c, min(k, c + l)\}, \tag{3.15}$$

donde l es un número entero positivo. Durante el proceso de entrenamiento l decrece monotonamente, lo cual implica que el vecindario N_c también lo hará. Este ciclo se repite un número determinado de veces para todos los vectores de entrada. Una vez se ha terminado el proceso de entrenamiento, un pixel de la imagen $g(x, y)$ se presenta al SOM para hallar la neurona cuyo vector de pesos este mas cercano a dicho pixel. El número o valor escalar asociado a esta neurona se ubica en una nueva

imagen $f(x, y)$ exactamente en las coordenadas espaciales del pixel en cuestión. Este tarea se hace con todos los pixeles de la imagen $g(x, y)$. Finalmente los bordes en la imagen $f(x, y)$ se hallan fácilmente utilizando un detector de bordes en escala de gris. En este trabajo se utilizó el operador Canny para esta ultima labor.

3.2 Relación Entre las métricas de complejidad de imagen y el Porcentaje de clasificación correcta

El primer interés es determinar si existe alguna relación entre las métricas bajo estudio y el PCC usando los clasificadores Máxima Probabilidad y Detección de Ángulo. Para llevar a cabo este tipo de estudio se debe realizar una serie de experimentos en los cuales se varia de manera controlada los niveles de las métricas de complejidad, tomando estas como el conjunto de variables independientes. De esta manera se puede apreciar e identificar bajo que condiciones dichas métricas producen cambios que puedan ser observados en el rendimiento de los clasificadores a través del PCC, el cual es visto como la variable dependiente. Una vez se tenga los valores de las métricas y los PCC para las imágenes utilizadas en los experimentos, deben ser analizados a través de técnicas estadísticas que permiten llegar a conclusiones validas y objetivas acerca de la interacción en estudio. Además estas herramientas permiten el diseño de estimadores con los cuales se puede predecir el comportamiento de la variable dependiente basado en las variables independientes. Con el fin de examinar si hay una relación entre el valor de las métricas para una imagen y el valor del PCC obtenido con los clasificadores bajo estudio al aplicarlos sobre dicha imagen, se realiza un **Análisis de Varianza** [23] para cada una de las métricas. Esto consiste en tomar n muestras del PCC por cada uno de k valores de la métrica en estudio y realizar una prueba estadística para evaluar si hay diferencias entre los promedios del PCC para cada valor de la métrica. La respuesta observada

desde cada uno de los k valores es una variable aleatoria. Los datos podrían organizarse como se muestra en la tabla 3–1, donde y_{ij} representa la j-ésima observación tomada bajo el i-ésimo valor de la métrica, $y_{i.}$ es la suma de todas las observaciones bajo el i-ésimo valor, $\bar{y}_{i.}$ es el promedio de las observaciones bajo el i-ésimo valor, $y_{..}$ y $\bar{y}_{..}$ son la suma total y el promedio total de los datos respectivamente. Estos

Tabla 3–1: Observaciones para K valores de métrica en estudio

Nivel	Observaciones				Totales	Promedios
1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	y_{k1}	y_{k2}	$\cdots$	y_{kn}	$y_{k.}$	$\bar{y}_{k.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

datos pueden ser descritos por un simple modelo lineal de la forma:

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, ..., k, \\ j = 1, 2, ..., n, \end{cases} \tag{3.16}$$

donde y_{ij} es la ijth observación, μ_i es la media del i-ésimo nivel y ϵ_{ij} es un error aleatorio. Si el error tiene media cero, entonces $E[y_{ij}] = \mu_i$. Definiendo

$$\mu_i = \mu + \tau_i, \quad i = 1, 2, ..., k,$$

entonces el modelo descrito por la ecuación (3.16) seria:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, ..., k, \\ j = 1, 2, ..., n, \end{cases} \tag{3.17}$$

donde μ es un parámetro común para todos los niveles llamado promedio global, y τ_i es un parámetro único asociado al i-ésimo valor. Este modelo es llamado **Modelo de Efectos** o **Análisis de Varianza de un solo factor** ya que se estudia solamente una métrica. A partir de este modelo se construye una prueba de hipótesis acerca de las medias del PCC para cada valor de la métrica y su estimación. Para este

fin se debe asumir que los errores del modelo son normales e independientemente distribuidos con media cero y varianza σ^2. La varianza σ^2 se asume constante para cada valor de la métrica. De esta manera, las observaciones serán independientes y con distribucón:

$$y_{ij} \sim N(\mu + \tau_i, \sigma^2).$$

Este análisis toma en cuenta k valores para la métrica y las conclusiones a las que se llegue solo aplican a esos k o a valores muy cercanos. Cuando se quiere hacer un análisis mas general, es decir, donde se toman k valores pero las conclusiones quieren ser extendidas a todos los valores posibles o a un intervalo continuo de los valores posibles de la métrica, el parámetro τ_i es considerado una variable aleatoria y las hipótesis que se prueban son acerca de la variabilidad de τ_i y se estima esta variabilidad. Este modelo es conocido como **Modelo de componentes de varianza** o **Modelo de Efectos Aleatorios**. El modelo es similar al representado por la ecuación (3.17), pero en este caso τ_i y ϵ_{ij} son variables aleatorias. Si τ_i tiene varianza σ_τ^2 y es independiente de ϵ_{ij}, la varianza de cualquier observación es:

$$V(y_{ij}) = \sigma_\tau^2 + \sigma^2.$$

Las varianzas σ_τ^2 y σ^2 son conocidas como componentes de varianza. Para realizar la prueba de hipótesis en este modelo se requiere que los ϵ_{ij} sean idénticamente distribuidos con distribución $N(0, \sigma^2)$, que los τ_i sean idénticamente distribuidos con distribución $N(0, \sigma_\tau^2)$ y que τ_i y ϵ_{ij} sean independientes. En Análisis de varianza se realiza una partición de la variabilidad total de los datos en sus componentes. Así, la suma de cuadrados total será:

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}..)^2, \tag{3.18}$$

lo cual es una medida de la variabilidad global de los datos. Aplicando un poco de algebra a la expresión anterior, podemos reescribir esta de la siguiente manera:

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2, \tag{3.19}$$

La ecuación (3.19) muestra que la variabilidad total en los datos medida por la suma de cuadrados global, puede ser particionada en una suma de cuadrados de las diferencias entre los promedios del PCC para cada valor de la métrica y el promedio total, más una suma de cuadrados de las diferencias entre las observaciones del PCC obtenidas en cada valor de la métrica y su promedio. La diferencia entre los promedios por cada valor de la métrica y el promedio total es una medida de las diferencias entre las medias por cada valor de la métrica, mientras que las diferencias entre observaciones en un valor dado y el promedio a en ese valor es debido únicamente a error aleatorio. Entonces se puede escribir la ecuación (3.19) como

$$SS_T = SS_{MN} + SS_E,$$

donde SS_{MN} es denominada la suma de cuadrados debida al promedio en cada valor y SS_E se conoce como la suma de cuadrados debido al error. Estas sumas de cuadrados son importantes para diseñar el estadístico de prueba mas apropiado para llevar a cabo la prueba de hipótesis acerca del componente de varianza σ_τ^2:

$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma_\tau^2 = 0 \\ H_1 &: \sigma_\tau^2 > 0 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Si $\sigma_\tau^2 = 0$, todas las medias del PCC para los diferentes valores de la métrica son iguales. Si esto ocurre la métrica no tendría relación con el PCC, pero si $\sigma_\tau^2 > 0$, existe variabilidad entre estas y hay una buena probabilidad de que la métrica tenga relación con el PCC.

Dado que en total se tienen $N = n \times k$ observaciones y que y_{ij} tiene distribución

Normal, entonces $\frac{SS_E}{\sigma^2}$ tiene distribucin chi-cuadrado con $N-k$ grados de libertad, y bajo la hipótesis nula H_0, $\frac{SS_{MN}}{\sigma^2}$ se distribuye chi-cuadrado con $k-1$ grados de libertad [23]. Ambas variables aleatorias son independientes. Así, bajo la hipótesis nula $\sigma_\tau^2 = 0$ la relación

$$F_0 = \frac{\frac{SS_{MN}}{k-1}}{\frac{SS_E}{N-k}} = \frac{MS_{MN}}{MS_E}, \tag{3.21}$$

tiene distribución F con $k-1$ y $N-k$ grados de libertad. Los valores MS_{MN} y MS_E son las medias de los cuadrados y se puede demostrar que el valor esperado para cada una es:

$$E(MS_{MN}) = \sigma^2 + n\sigma_\tau^2 \tag{3.22}$$

y

$$E(MS_E) = \sigma^2, \tag{3.23}$$

lo que muestra que bajo H_0 el numerador y denominador en la ecuación (3.21) son estimadores insesgados de σ^2, mientras que bajo H_1 el valor esperado del numerador es considerablemente mayor que el valor esperado del denominador. De esta forma, si se utiliza F_0 como estadístico de prueba, se debe rechazar H_0 para valores grandes de F_0. Se define un valor límite basado en la distribución F y en el tamaño de la región de rechazo que se desea. Esto se hace a través del parámetro α, el cual es definido como la probabilidad de rechazo de la hipótesis nula dado que esta es cierta. Generalmente α se toma como 0.05. entonces se rechaza H_0 si $F_0 > F_{\alpha,k-1,N-k}$. Existen diversas herramientas computacionales para computar análisis de varianza y estas nos brindan un parámetro llamado valor de probabilidad (*P-value*), el cual es ampliamente utilizado para evaluar los resultados de este análisis. El *P-value* es la probabilidad que el estadístico de prueba tome un valor sobre la región de rechazo muy cercano a la región de aceptación. Entonces se rechaza la hipótesis nula H_0 si el *P-value* esta por debajo del umbral que se defina para el experimento. En este

trabajo se utilizó como umbral un *P-value* de 0.01

3.3 Estimación del PCC utilizando Modelos de Regresión Multiple

Una vez se haya demostrado que bajo ciertas circunstancias las métricas de complejidad de imagen en estudio se relacionan con el rendimiento del clasificador, se desea modelar y explorar dicha relación. Esto con el objetivo de realizar la estimación del PCC basado en las métricas estudiadas. Una manera de caracterizar la relación entre las métricas y el PCC es por medio de un modelo llamado **Modelo de Regresión**. Este modelo de regresión se diseña con base en un conjunto de datos de muestra tomados de determinada población. El modelo básico de regresión se denomina Modelo de Regresión Lineal Multiple

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon, \tag{3.24}$$

donde y es la variable a estimar, las variables $x_1, x_2, ..., x_k$ son las variables regresoras y los parámetros $\beta_0, \beta_1, \beta_2, .., \beta_k$ son llamados los coeficientes de regresión. Este modelo describe un hiperplano en el espacio k-dimensional de las variables regresoras.

En diversas ocasiones se trabaja con modelos mas complicados que pueden ser analizados por técnicas de modelo de regresión multiple. Interacción entre variables regresoras, variables de segundo orden o superior, entre otras, pueden ser modelados utilizando regresión multiple a través de la creación de una nueva variable que represente estas, por ejemplo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon,$$

definiendo $x_3 = x_1 x_2$ y $\beta_3 = \beta_{12}$. Entonces el modelo anterior puede expresarse como un modelo de regresión lineal como sigue:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \epsilon.$$

En general, cualquier modelo de regresión que es lineal en los parámetros β_j es un modelo de regresión lineal, a pesar de la forma de la superficie de respuesta que este pueda generar.

Existen diferentes métodos para estimar los valores de los parámetros en un modelo de regresión lineal. El método de **Mínimos Cuadrados** es comúnmente utilizado para realizar esta estimación.

Mínimos Cuadrados:

Sea y la variable a estimar y $\boldsymbol{x}$=$(x_1, x_2, ..., x_k)$ el conjunto de variables regresoras. Entonces se debe contar con $N > k$ observaciones de la variable a estimar $y_1, y_2, ..., y_N$, y para cada una de estas una observación de cada variable regresora $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik}$ como se muestra en la tabla 3–2. Se asume que el error ϵ tiene valor esperado cero, varianza σ^2 y todos los ϵ_i son variables aleatorias no correlacionadas.

Tabla 3–2: Datos para una Regresión Lineal Multiple

y	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
y_1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1k}
y_2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{3k}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
y_N	x_{N1}	x_{N2}	$\cdots$	x_{Nk}

El modelo se puede expresar como sigue:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} + \epsilon_i \quad i = 1, 2, ..., N. \tag{3.25}$$

Mínimos Cuadrados escoge los coeficientes β de tal forma que se minimice la suma de los cuadrados de los errores ϵ_i. La función de costo que se utiliza es:

$$L = \sum_{i=1}^{N} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij})^2. \tag{3.26}$$

Esta debe ser minimizada con respecto a $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k$, y los estimados $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_k$, deben satisfacer:

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta_0}\right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_k} = -2\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^{k}\hat{\beta}_j x_{ij}) = 0 \tag{3.27}$$

y

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta_0}\right|_{\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_k} = -2\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^{k}\hat{\beta}_j x_{ij})x_{ij} = 0 \quad j = 1, 2, ..., k. \tag{3.28}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones que se deriva de las ecuaciones (3.27) y (3.28) es conveniente expresar el modelo (3.25) en notación matricial como sigue:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \tag{3.29}$$

donde $\mathbf{y}$ es un vector $(N \times 1)$ con todas las observaciones de la variable a estimar, $\mathbf{X}$ es una matriz $(N \times p)$ de los valores de las variables independientes, $\boldsymbol{\beta}$ es un vector $(p \times 1)$ de los coeficientes de regresión y $\boldsymbol{\epsilon}$ es un vector $(N \times 1)$ con errores aleatorios. Entonces se requiere encontrar los estimados $\hat{\beta}$, que minimicen la función de costo

$$L = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\epsilon}_i^2 = \boldsymbol{\epsilon}^T\boldsymbol{\epsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}). \tag{3.30}$$

Realizando operaciones matriciales sobre (3.30) se llega a:

$$L = \mathbf{y}^T\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T\mathbf{X}\boldsymbol{\beta},$$

entonces el estimador de mínimos cuadrados debe satisfacer:

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\hat{\beta}} = -2\mathbf{X}^T\mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0.$$

De la expresión anterior se tiene que:

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}, \tag{3.31}$$

y multiplicando ambos lados de la ecuación (3.31) por la inversa de $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ tenemos:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}. \tag{3.32}$$

Dado que en este estudio la matriz $\mathbf{X}$ contiene los valores de las métricas de complejidad para un conjunto de imágenes dado, se hace muy probable que la matriz $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ tenga inversa. Esto se debe a que factores como el ruido inherente en los sistemas de adquisición de las imágenes, hacen que haya muy baja probabilidad de que al menos dos imágenes siendo aun de la misma escena, posean exactamente el mismo valor para todas las métricas. Entonces también se hace poco probable que haya dependencia entre las filas o las columnas de $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$.

Teniendo entonces los estimados $\hat{\beta}$, el modelo general del estimador será:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}. \tag{3.33}$$

En el caso de este estudio, el modelo para la estimación del PCC será de la forma:

$$\widehat{\mathbf{PCC}}_{LS} = \mathbf{CM}\hat{\boldsymbol{\beta}}, \tag{3.34}$$

donde $\widehat{\mathbf{PCC}}_{LS}$ es el porcentaje de clasificación correcta estimado, $\mathbf{CM}$ es el valor de la métrica de complejidad y $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ son los coeficientes del modelo.

Los residuales de la estimación se utilizan para evaluar el modelo, estos se calculan tomando la diferencia entre los valores estimados y los reales $\boldsymbol{e}$=$\boldsymbol{y}$-$\hat{\boldsymbol{y}}$. Para evaluar si no fueron violadas las asunciones hechas para el error ϵ, se realiza un gráfico basado en los residuales de la regresión. Este gráfico se denominado "Normal Probability Plot". Con este se puede determinar si la distribución de un conjunto de datos se aproxima a una distribución normal. Diversas herramientas para análisis estadístico tales como Minitab o R, brindan la posibilidad de realizar las tareas de

estimar los parámetros para la regresión y muestran los métodos de evaluación para el modelo realizado.

CAPITULO 4
RESULTADOS DE EXPERIMENTOS

Llevar a cabo los experimentos de este estudio implicó disponer de imágenes hiperespectrales que abarcaran un amplio rango de los valores posibles para las métricas en estudio. Además, dichas imágenes debieron contar con su respectivo mapa de clasificación real. Como se mencionó en un capítulo previo, las imágenes hiperespectrales reales son tomadas por diversos sensores que pueden estar ubicados en satélites, aviones o plataformas terrestres. Desafortunadamente es una tarea complicada recolectar imágenes hiperespectrales reales controlando la variabilidad de las métricas de complejidad en estudio y que estas cuenten con sus respectivos mapas de clasificación. Debido a esto, se debieron crear imágenes hiperespectrales sintéticas en cuyo diseño se controlaron los niveles de las métricas de acuerdo al experimento que se realizó con estas. Es de entender que existe un gran número de variables como altura o distancia del sensor, resolución espacial, resolución espectral, ruido atmosférico, propiedades intrínsecas del sensor, características de la escena, cantidad de materiales en la escena, entre otras que afectan el comportamiento de los clasificadores. En la mayoría de los casos, dichas variables son muy complicadas de modelar y su estudio es supremamente complejo. Por tanto, uno de los objetivos fue determinar bajo que condiciones y valores de las métricas en estudio se puede llevar a cabo la estimación del PCC, dejando fijo y sin tener en cuenta factores como los mencionados anteriormente.

Un conjunto de imágenes hiperespectrales reales con sus respectivos mapas de clasificación fueron reunidas para realizar el diseño y evaluación de los estimadores.

4.1 Metodología

El estudio de relación entre las métricas y el PCC se llevo a cabo con imágenes sintéticas y el diseño de los estimadores se baso en datos obtenidos desde imágenes reales.

El procedimiento inició creando n imágenes para cada uno de los k valores de la métrica de complejidad que se analizaba en el momento, estos valores fueron tomados aleatoriamente desde el conjunto de los valores posibles para la métrica. Luego se llevó a cabo la clasificación de las imágenes utilizando los clasificadores en estudio y se calculó el porcentaje de clasificación correcta para cada una de estas. Una vez se obtuvo los datos del PCC y las métricas, se llevó a cabo el estudio estadístico de relación entre estas, de donde se concluyo bajo que condiciones se debía hacer la estimación del PCC. Además se hizo una comparación del comportamiento de los clasificadores bajo estudio dada la variación de cada una de las métricas, llegando a concluir cual es el clasificador más apropiado a utilizar de acuerdo al nivel de éstas. Posteriormente se realizó la estimación del PCC bajo las consideraciones determinadas en el estudio previo. Finalmente se utilizan medidas de rendimiento para evaluar la estimación.

4.2 Experimentos con Entropía de Ángulo

Estos experimentos se llevaron a cabo para determinar si el nivel de Entropía de Ángulo en una imagen se relaciona con el porcentaje de clasificación correcta de los clasificadores en estudio. Los experimentos fueron divididos en dos etapas. La primera consistió en estudiar si hay relación entre la Entropía y el PCC para diferentes valores de distancia entre las clases de la imagen y diferentes valores de

mezclado de los pixeles. La segunda etapa consistió en analizar la relación entre la Entropía y el PCC en el rango de distancias entre clases y niveles de mezcla de pixeles donde se observó efecto de la Entropía sobre el PCC. Finalmente se hizo una comparación del comportamiento de los clasificadores bajo estudio dada la variación de la métrica, llegando a concluir cual es el clasificador más apropiado a utilizar de acuerdo al nivel de ésta.

Todas las imágenes sintéticas creadas en este estudio están en valores de reflectancia y tienen el conjunto de parámetros constantes mostrados en la tabla 4–1.

Tabla 4–1: Parámetros constantes para las imágenes sintéticas

Parámetro	Valor
Numero de Filas	100
Numero de Columnas	100
Numero de Bandas	120
Precisión de imagen	8 bits

4.2.1 Etapa 1

Variando Distancia entre clases: Se utilizaron 20 distancias entre 2 y 100 unidades medidas con la distancia Bhattacharyya. La variación de la distancia entre clases se realizó construyendo clases con varios tipos de vegetación, de tal forma que la distancia entre estas fuera pequeña y luego se crearon imágenes reemplazando algunas clases de vegetación por otro material, de tal forma que la distancia entre clases se hiciera mayor. Para cada distancia se corrió un experimento con 10 valores de entropía y 5 imágenes por cada uno de estos valores. Para construir las imágenes con valores de entropía distintos de manera controlada se definieron los pixeles que pertenecen a cada clase y se eligió un número determinado de pixeles que predominaran en la imagen. Estos pixeles predominantes tienen sus correspondientes ángulos que también serán predominantes en la imagen, de esta manera,

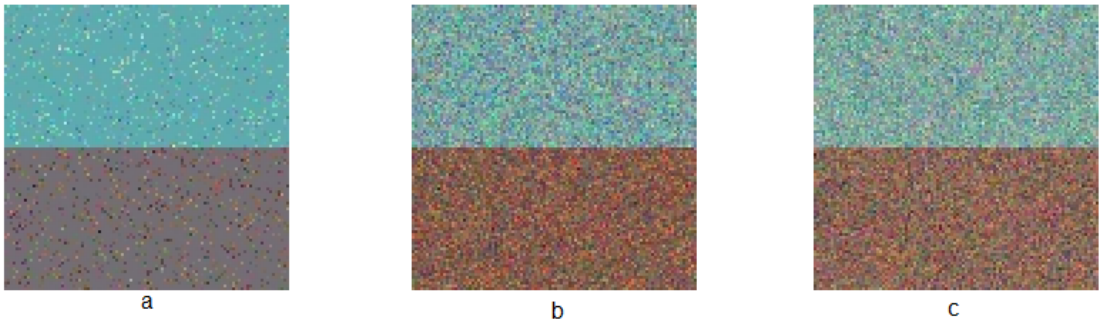

Figura 4–1: Imágenes con diferente nivel de entropía: a)3.0 b)6.2 c)7.6

habrá un grupo de ángulos con mayor probabilidad de ocurrencia en la imagen. Si variamos el tamaño de integrantes de este grupo de pixeles predominantes, entonces estaremos variando la distribución de probabilidad de los ángulos en la imagen y por ende la entropía de la imagen. Imágenes con dos clases y tres niveles de entropía se muestran en la figura 4–1.

Se realizó un análisis de varianza por cada una de las distancias. El comportamiento del *p-value* de acuerdo a la distancia entre clases para imágenes con 2 clases clasificadas usando Detección de Ángulo se muestra en la figura 4–2. En esta se aprecia que cuando la separación entre las clases es mayor a 5 unidades Bhattacharyyas, el *p-value* es mayor al umbral de 0.01, indicando que a esas distancias es muy probable que la Entropía Angular no tenga relación con el PCC para este clasificador.

En el caso de imágenes con 3 clases, se utilizó el arreglo de distancias mostrado en la tabla 4–2. El comportamiento del *p-value* de acuerdo a cada grupo de distancias se muestra en la figura 4–3. Se observa que para los grupos de distancias 1 al 4 el *P-value* se mantiene por debajo del umbral. Desde la tabla 4–2 es claro que los grupos restantes presentan distancias considerables entre las clases y como en el caso anterior, a estas distancias es muy probable que la entropía no se relacione con el PCC.

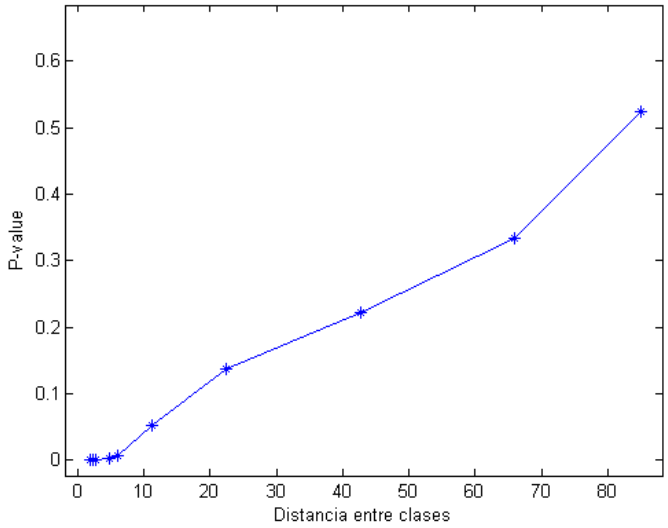

Figura 4–2: *P-value* versus distancia entre clases. Imagen con 2 clases, clasificador DA

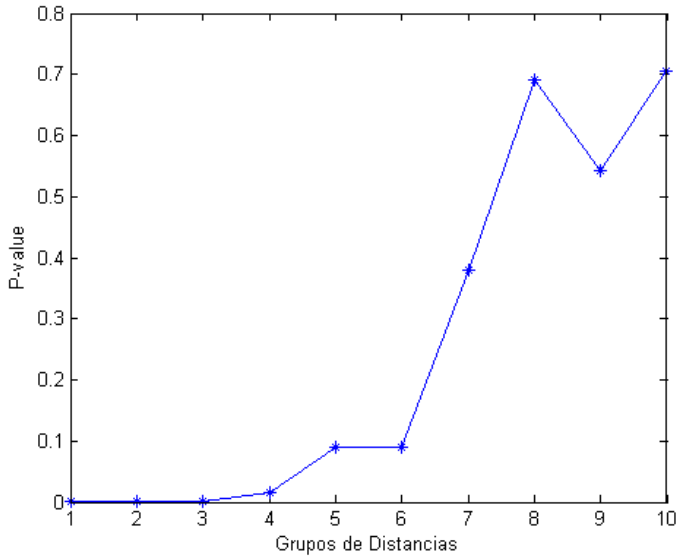

Figura 4–3: *P-value* versus grupo de distancias entre clases. Imagen con 3 clases, clasificador DA

Para el caso del clasificador de Máxima Probabilidad, el comportamiento del *p-value* de acuerdo a la distancia entre clases para imágenes con 2 clases se muestra en la figura 4–4. Se aprecia un comportamiento similar al obtenido para el clasificador por detección de ángulo, pero en este caso después de 3.8 unidades Bhattacharyyas el *p-value* sobrepasa el umbral. Lo que se observó fue que para clases con mas de

Tabla 4–2: Arreglo de distancias para experimento de Entropía. Imágenes con 3 clases

Grupo	Distancia C1 - C2	Distancia C2 - C3	Distancia C1 - C3
1	2.6534	2.3265	3.0153
2	2.6534	3.1973	3.3481
3	2.6534	3.5865	4.2845
4	2.6534	4.2107	5.5649
5	3.3381	5.4852	5.5649
6	5.8456	6.4058	6.8754
7	7.5215	6.8562	7.2584
8	10.8792	12.3652	12.6589
9	16.8952	22.5952	17.3560
10	20.4519	26.4995	28.2567

3.8 de separación, el rendimiento del clasificador es muy bueno, con PCC's cercanos a 1 para todos los valores de entropía aplicados.

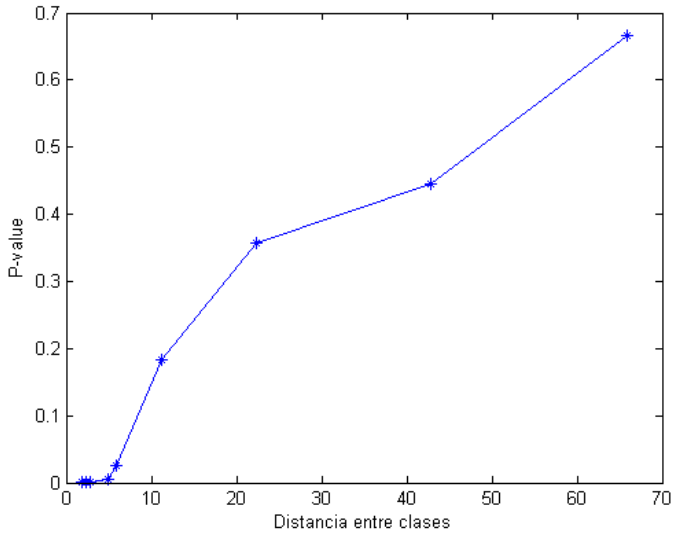

Figura 4–4: *P-value* según la distancia entre clases. Imagen con 2 clases, clasificador MP

Para el caso de 3 clases se utilizó el arreglo de distancias de la tabla 4–2. El comportamiento del *p-value* se presenta en la figura 4–5.

Variando el nivel de mezcla de pixeles: El experimento se corrió para 10 niveles de mezclado. Para el nivel mas bajo, los pixeles tenían un aporte alrededor

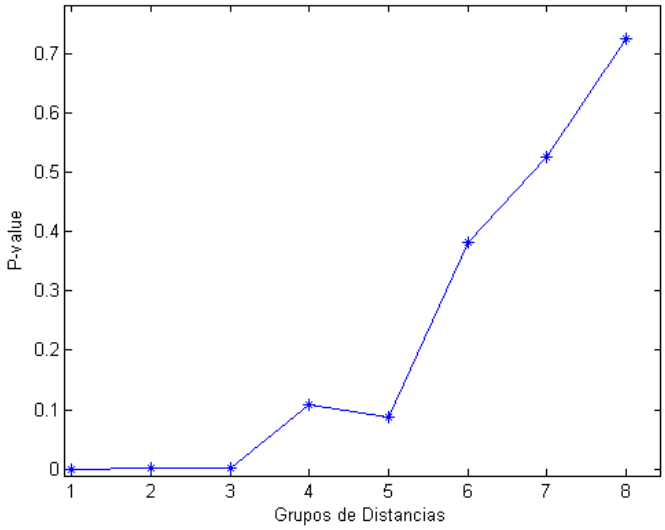

Figura 4–5: *P-value* según la distancia entre clases. Imagen con 3 clases, clasificador MP

de 90% de la firma espectral del pixel madre de su clase y para el nivel mas alto los pixeles solo presentaban un aporte alrededor de 55% de su clase. Para cada uno de estos niveles, se corrió un experimento con 10 valores de entropía y 5 imágenes para cada valor. El experimento completo se realizado para imágenes con dos y tres clases. El comportamiento del *p-value* según el nivel de mezcla de los pixeles para imágenes con dos clases clasificadas usando Detección de Ángulo se muestran en la figura 4–6. Se observa que cuando el nivel de mezcla de los pixeles esta por debajo de 45% el *p-value* esta por encima del umbral. Para niveles de mezcla mayores se concluye que hay una alta probabilidad de que la entropía se relacione con el PCC. Para imágenes con tres clases, el comportamiento del *p-value* según el nivel de mezcla de los pixeles se muestra en la figura 4–7. Para niveles de mezcla a partir de 47% el *p-value* se encuentra bajo el umbral.

Para imágenes clasificadas con el clasificador de Máxima Probabilidad, el comportamiento del *p-value* de acuerdo al nivel de mezcla de los pixeles para imágenes con dos clases se muestra en la figura 4–8. La imagen muestra que cuando el nivel de

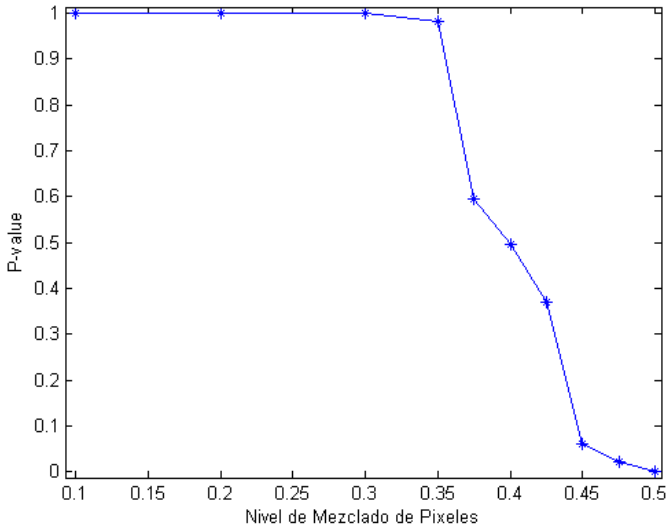

Figura 4–6: *P-value* versus nivel de mezcla de los pixeles. Imágenes con dos clases, clasificador DA

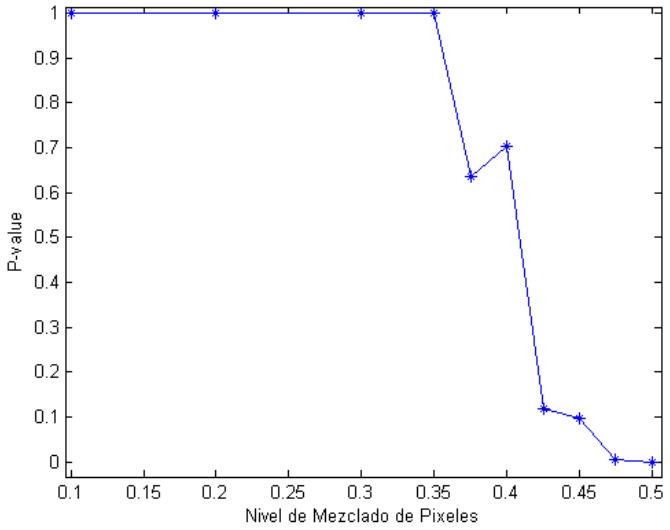

Figura 4–7: *P-value* versus nivel de mezcla de los pixeles. Imágenes con tres clases, clasificador DA

mezcla de los pixeles esta por debajo de 40% el *p-value* esta por encima del umbral. Para niveles de mezcla mayores hay una alta probabilidad de que la Entropía tenga una relación inversamente proporcional con el PCC.

Para imágenes con tres clases, el comportamiento del *p-value* según el nivel de mezcla de los pixeles se muestra en la figura 4–9. Para niveles de mezcla iguales o

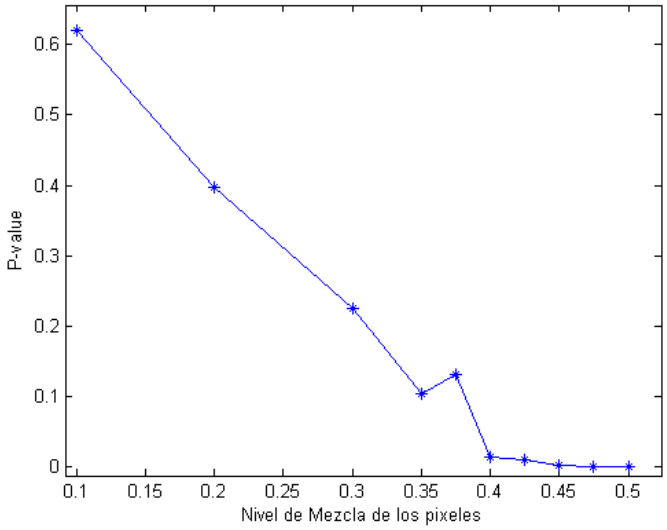

Figura 4–8: *P-value* versus nivel de mezcla de los pixeles. Imágenes con dos clases, clasificador MP

mayores que 45% el *p-value* se encuentra bajo el umbral, lo que implica que es muy probable que haya relación entre la entropía y el PCC.

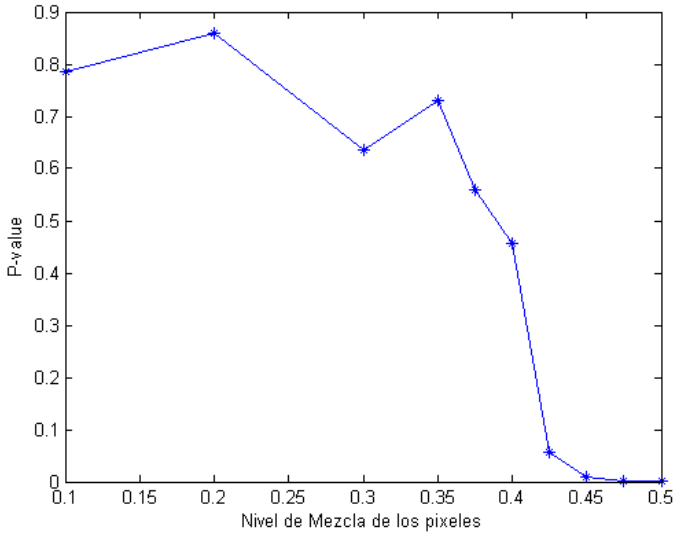

Figura 4–9: *P-value* según el nivel de mezcla de los pixeles. Imágenes con tres clases, clasificador MP

4.2.2 Etapa 2

En el primer experimento de esta etapa se clasificaron con el clasificador por detección de ángulo 100 imágenes con 2 clases, valores de Entropía entre 1.8956 y 8.3156 y distancias entre clases no mayores a 5 unidades Bhattacharyyas. En la gráfica 4–10 se observa el comportamiento del PCC vs el nivel de Entropía Angular.

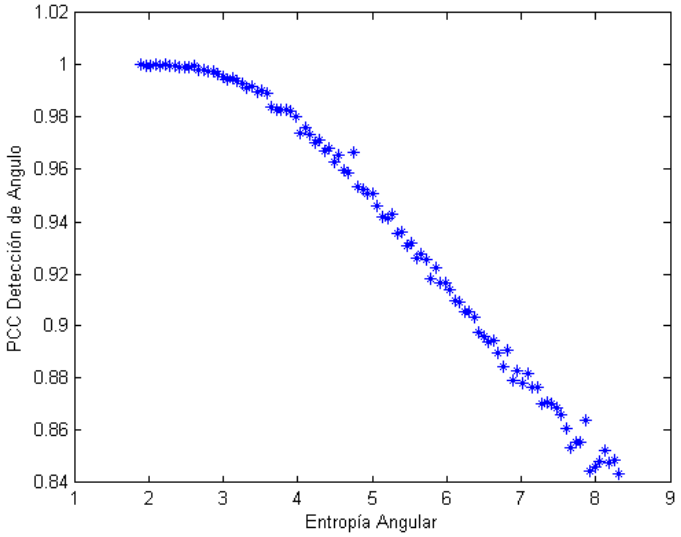

Figura 4–10: Porcentaje de clasificación correcta versus Entropía Angular. Imágenes con 2 clases, clasificador DA

De igual manera se realizó el experimento para imágenes con tres clases, valores de Entropía entre 2.4862 y 8.0182 y distancias entre clases no mayores a 5 unidades Bhattacharyyas. El PCC versus la Entropía Angular se muestra en la figura 4–11. En ambos casos, para dos y tres clases, se observa una relación inversamente proporcional entre la Entropía y el PCC. Las gráficas muestran que para ciertos intervalos la relación se puede considerar prácticamente lineal. El comportamiento es el esperado, ya que imágenes con nivel de entropía alto son mas complejas y se hace mas probable que el PCC sea bajo.

El comportamiento del PCC versus la Entropía Angular para los experimentos con imágenes clasificadas con el clasificador de Máxima Probabilidad para dos y

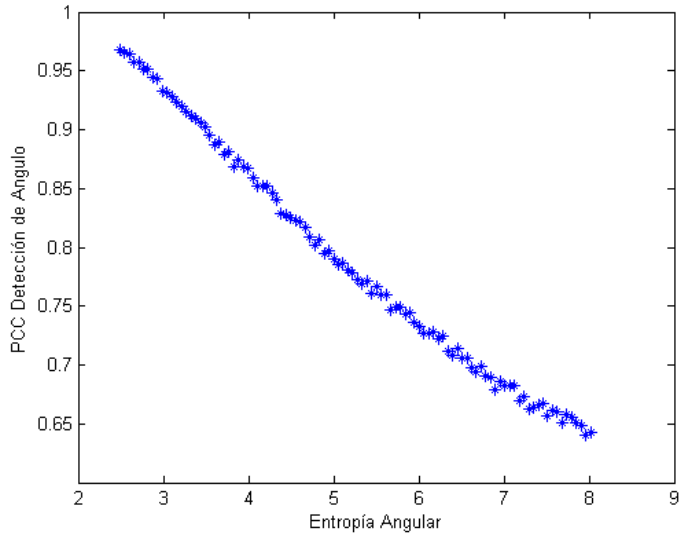

Figura 4–11: Porcentaje de Clasificación correcta versus Entropía Angular. Imágenes con 3 clases, clasificador DA

tres clases se muestran en las figuras 4–12 y 4–13 respectivamente. Para el PCC del clasificador Máxima Probabilidad se observa un comportamiento similar al obtenido para el caso del clasificador por Detección de Ángulo, con la particularidad que el PCC empieza a decrecer para valores más altos de la métrica de Entropía.

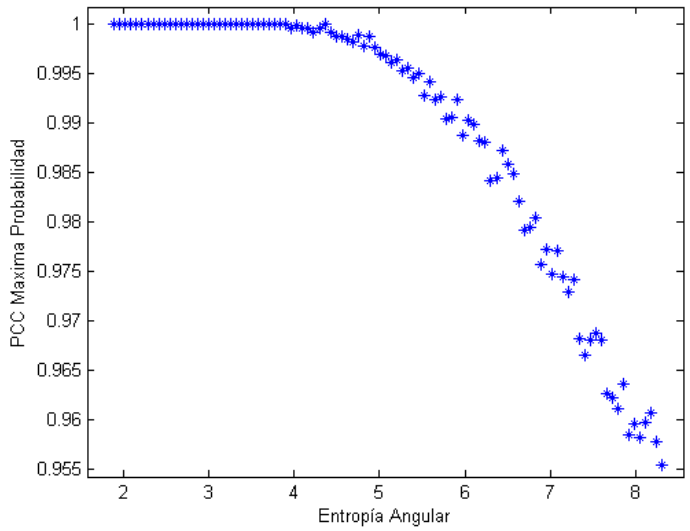

Figura 4–12: Porcentaje de Clasificación correcta versus Entropía Angular. Imágenes con 2 clases, clasificador MP

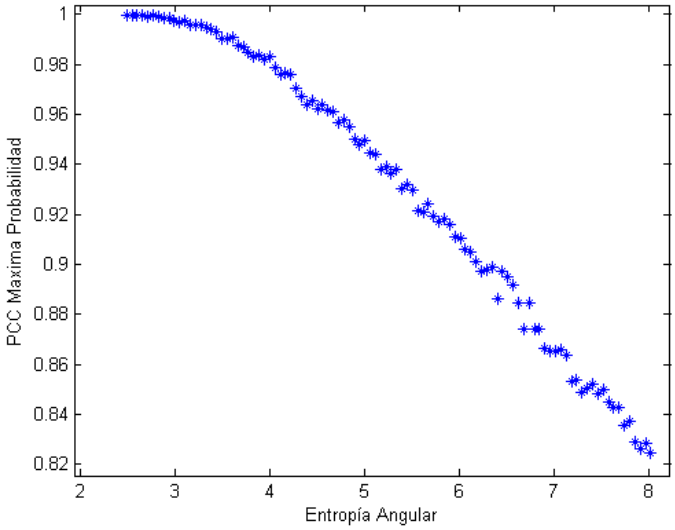

Figura 4–13: Porcentaje de Clasificación correcta versus Entropía Angular. Imágenes con 3 clases, clasificador MP

Resumen del estudio para la métrica de Entropía de Ángulo

Este experimento mostró que cuando existe una distancia considerable entre las clases de la imagen el PCC es muy alto, cercano a 1, y es poco probable que el valor de Entropía se relacione con el PCC. También se observó que es más probable que la Entropía afecta el PCC cuando los pixeles tienen un nivel de mezcla alto, por encima del 40% de aportación desde las clases a la que no pertenece. Se observo una relación casi lineal entre la métrica de Entropía de Ángulo y el PCC para ambos clasificadores bajo estudio.

4.2.3 Comparación del comportamiento de los clasificadores

Para tener una idea acerca del comportamiento de ambos clasificadores de acuerdo con el nivel de Entropiía de las imágenes, se hace una comparación gráfica de los PCCs de estos versus dicha métrica.

Como se puede apreciar en las figuras 4–14 y 4–15, la curva del PCC para el clasificador de Máxima Probabilidad esta siempre por encima de la del clasificador

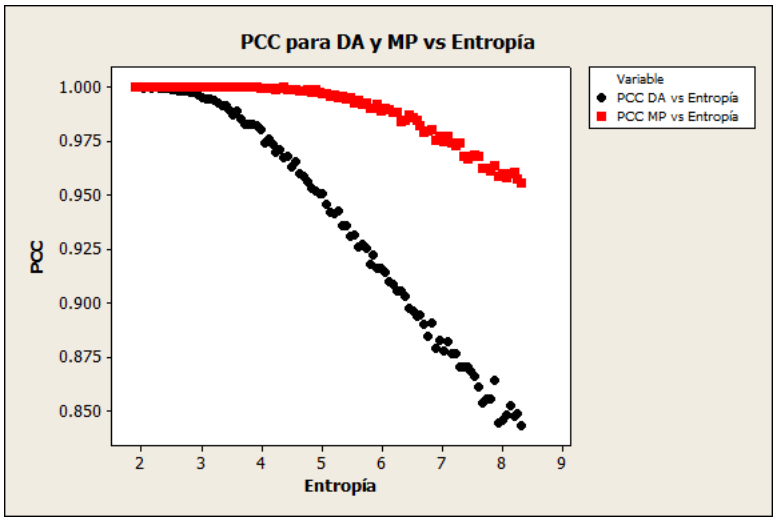

Figura 4–14: Comparación entre los PCC de DA y MP bajo la métrica de Entropía de Ángulo. Imágenes con 2 clases

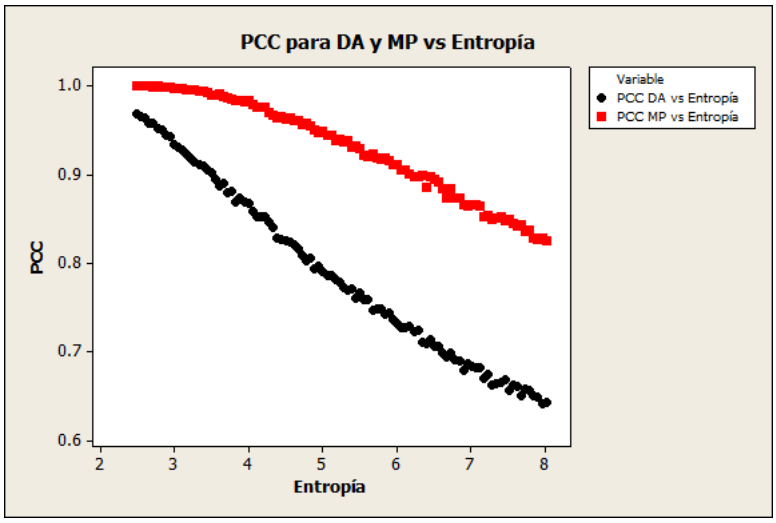

Figura 4–15: Comparación entre los PCC de DA y MP bajo la métrica de Entropía de Ángulo. Imágenes con 3 clases

por Detección de Ángulo. Esto indica que el rendimiento del clasificador de Máxima Probabilidad es mejor que el del clasificador por Detección de Ángulo para imágenes con dos y tres clases y dentro del intervalo de valores de Entropía de Ángulo utilizados en este estudio. Este comportamiento se puede atribuir a la robustez del clasificador de Máxima Probabilidad en comparación con el clasificador por Detección de Ángulo. Para el caso de imágenes con dos clases, se observa que a valores

de Entropía menores que 3.5 el rendimiento de los clasificadores es casi el mismo.

4.3 Experimentos con Incertidumbre

Estos experimentos buscan determinar si el nivel de incertidumbre en la imagen tiene alguna relación con el PCC para los clasificadores bajo estudio. A su vez se hizo una comparación del comportamiento de los clasificadores bajo estudio dada la variación de la métrica, llegando a concluir cual es el clasificador más apropiado a utilizar de acuerdo al nivel de ésta. Para construir las imágenes se vario de forma controlada la cantidad de pixeles fuertemente mezclados en la imagen. Un pixel fuertemente mezclado es aquel que según el modelo lineal que representa el aporte de cada clase en su firma espectral, muestra un aporte entre el 40% y 45% desde clases a la que no pertenece. La variación del porcentaje de estos pixeles se hizo con 18 niveles entre el 5% y el 90% del total de pixeles en la imagen. Esto quiere decir que en imágenes con mas baja incertidumbre solo el 5% de sus pixeles esta fuertemente mezclado, mientras que las imágenes de mas alta incertidumbre tendrán el 90% de sus pixeles considerablemente mezclados.

Se construyeron 5 imágenes por cada valor de la métrica de incertidumbre. Para el caso del clasificador por Detección de Ángulo en la figura 4–16 se muestra el comportamiento del PCC versus el nivel de incertidumbre para imágenes con dos clases y en la figura 4–17 se presenta los promedios del PCC por cada nivel de Incertidumbre también para imágenes con dos clases. Se observa una relación inversa que es prácticamente lineal entre la métrica de Incertidumbre y el PCC para este clasificador.

El comportamiento en imágenes con tres clases se muestra en las figuras 4–18 y 4–19. En este caso el PCC llega a valores mas bajos que los que se presentaron

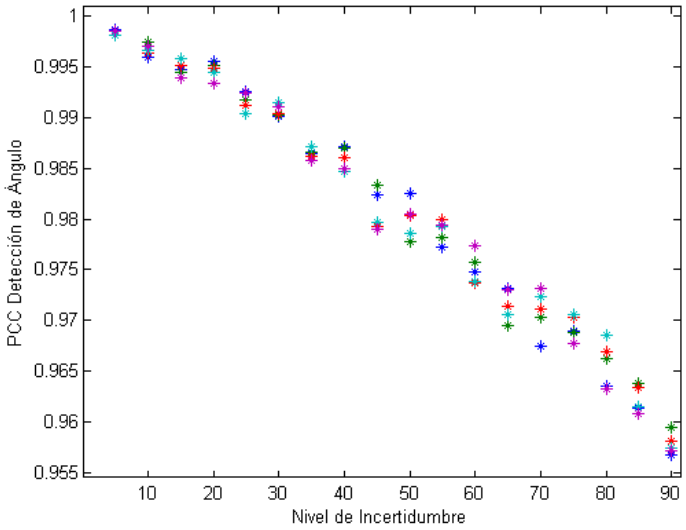

Figura 4–16: Porcentaje de clasificación correcta Vs Incertidumbre. Imagen con 2 clases, clasificador DA

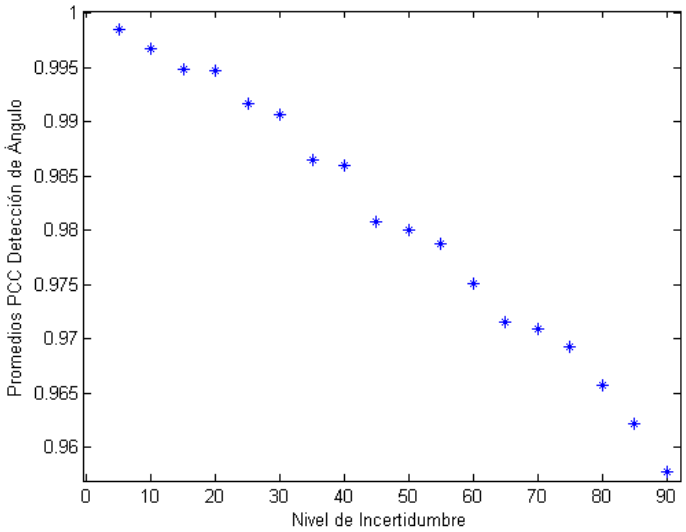

Figura 4–17: Promedio del PCC por nivel de Incertidumbre. Imagen con 2 clases, clasificador DA

en imágenes con dos clases, lo cual implica que la complejidad de las imágenes es mayor.

El análisis de varianza realizado sobre estos datos arrojo como resultado un *p-value* de 0.0000013 para imágenes con dos clases y 0.0000262 para imágenes con tres clases. Ambos *p-values* están por debajo del umbral establecido en este trabajo

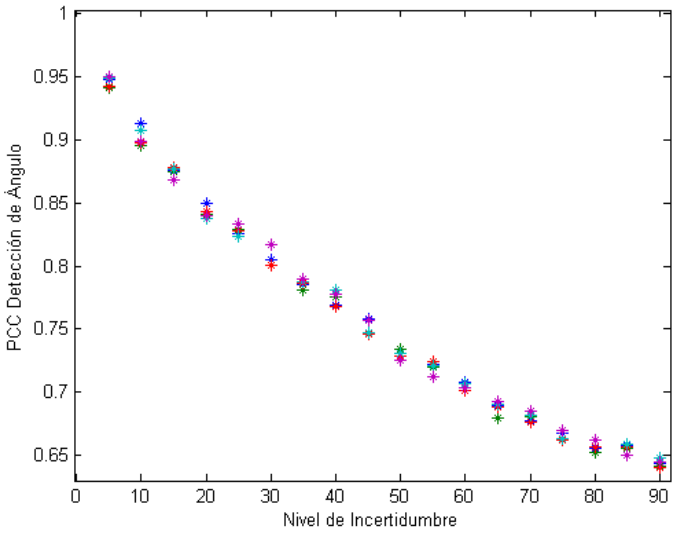

Figura 4–18: Porcentaje de clasificación correcta Vs Incertidumbre. Imagen con 3 clases, clasificador DA

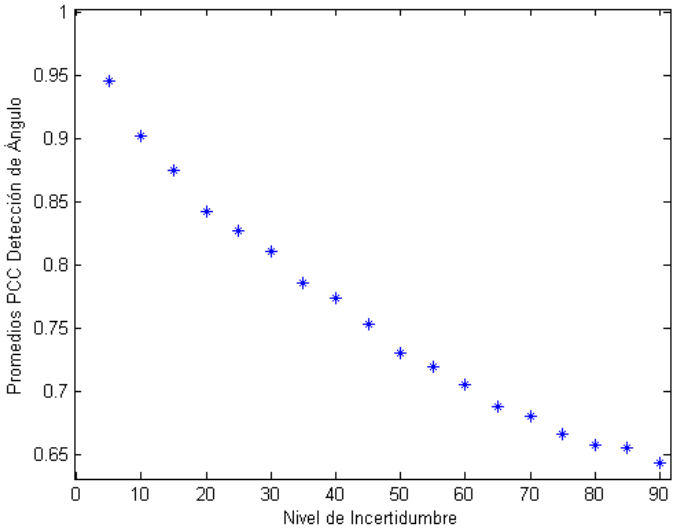

Figura 4–19: Promedio del PCC por nivel de Incertidumbre. Imagen con 3 clases, clasificador DA

lo cual indica que estadísticamente hay una relación significante entre la métrica de Incertidumbre y el PCC para el clasificador por Detección de Ángulo.

Para el caso de imágenes clasificadas con Máxima Probabilidad, los resultados de imágenes con dos clases se muestran en la figura 4–20 y 4–21. Se aprecia la

relación inversa entre el PCC y la métrica de incertidumbre.

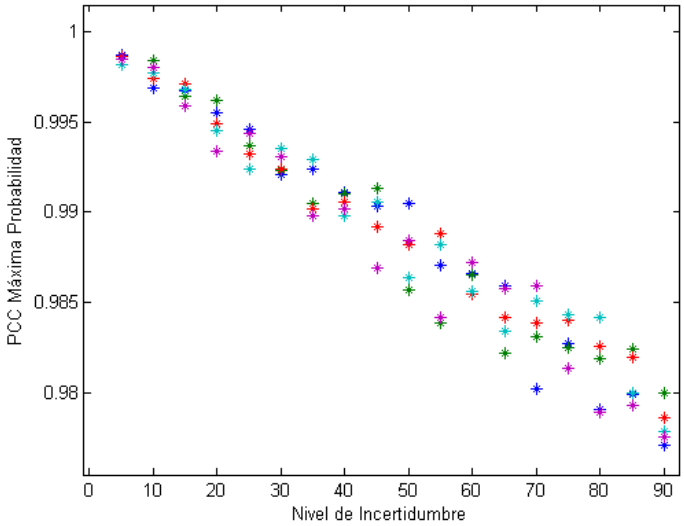

Figura 4–20: Porcentaje de clasificación correcta Vs Incertidumbre. Imagen con 2 clases, clasificador MP

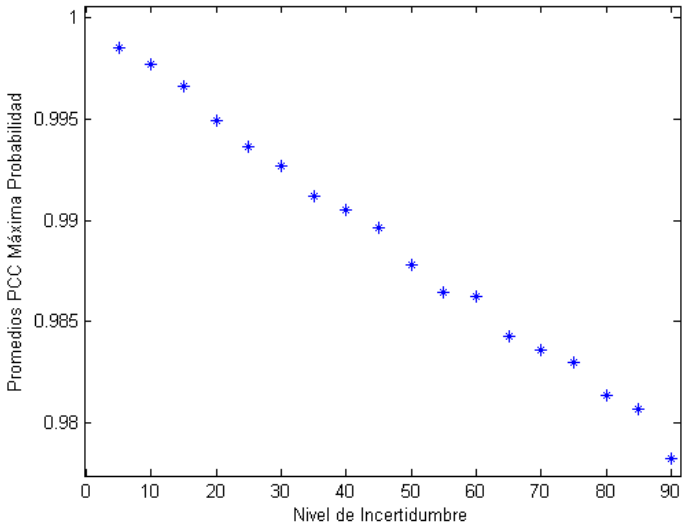

Figura 4–21: Promedio del PCC por nivel de Incertidumbre. Imagen con 2 clases, clasificador MP

El comportamiento para imágenes con tres clases se muestra en las figuras 4–22 y 4–23. Los *p-values* arrojados por el análisis de varianza en este caso fueron 0.0004128 y 0.0000116 para imágenes con dos y tres clases respectivamente. Estos

p-values indican que es muy probable que haya una relación significante entre la métrica de Incertidumbre y el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad.

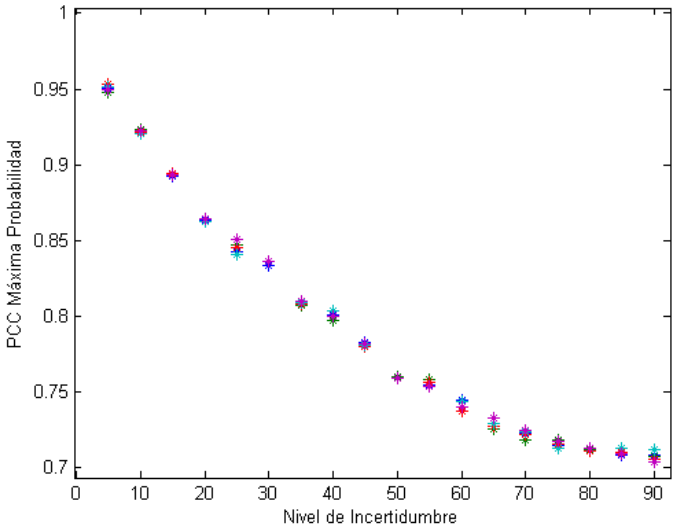

Figura 4–22: Porcentaje de clasificación correcta Vs Incertidumbre. Imagen con 3 clases, clasificador MP

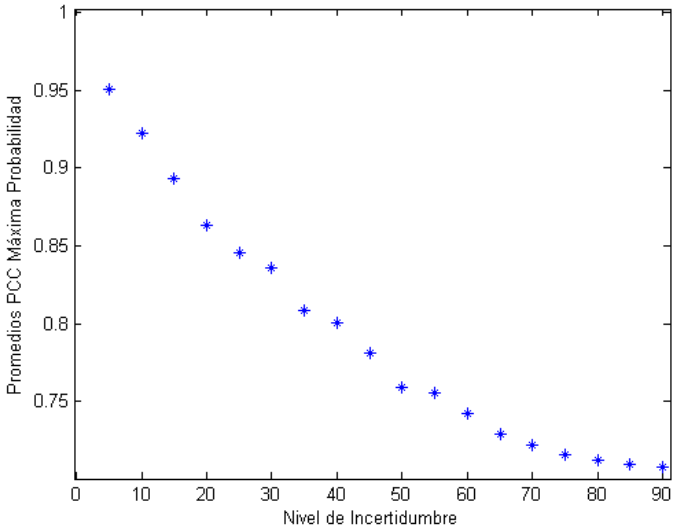

Figura 4–23: Promedio del PCC por nivel de Incertidumbre. Imagen con 3 clases, clasificador MP

Resumen del estudio para la métrica de Incertidumbre

En este experimento se encontró que el nivel de incertidumbre en una imagen se relaciona con el PCC para ambos clasificadores bajo estudio. Se observo que el PCC en imágenes con tres clases llega a valores menores que en el caso de imágenes con dos clases cuando la métrica de incertidumbre se hace grande. Esto se debe a que al aumentar el numero de clases en la imagen, la complejidad de esta se incrementa, ya que los pixeles presentan aportes de mas materiales.

4.3.1 Comparación del comportamiento de los clasificadores

Para tener una idea acerca del comportamiento de ambos clasificadores de acuerdo con el nivel de Incertidumbre de las imágenes, se hace una comparación gráfica de los PCCs de estos versus dicha métrica.

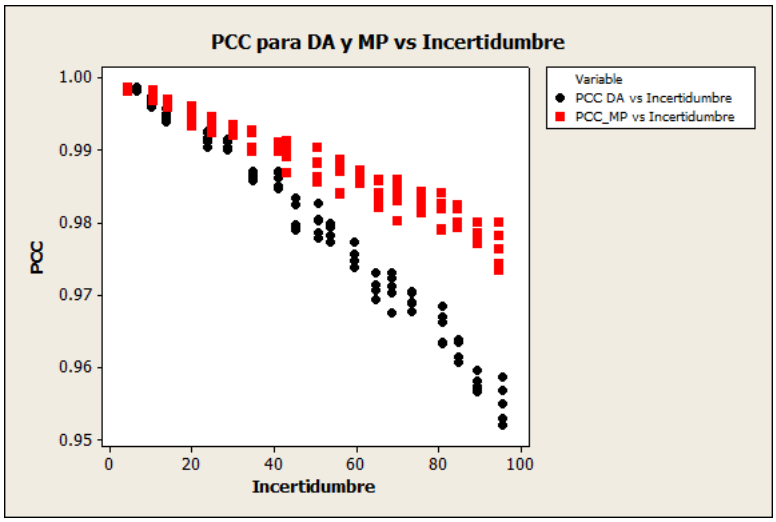

Figura 4–24: Comparación entre los PCC de DA y MP bajo la métrica de Incertidumbre. Imágenes con 2 clases

Al igual que en el caso de la métrica de Entropía, se puede apreciar en las figuras 4–24 y 4–25, que la curva del PCC para el clasificador de Máxima Probabilidad esta siempre por encima de la del clasificador por Detección de Ángulo. Esta vez, la separación entre las curvas es menor y se puede considerar que para el intervalo [0 40]

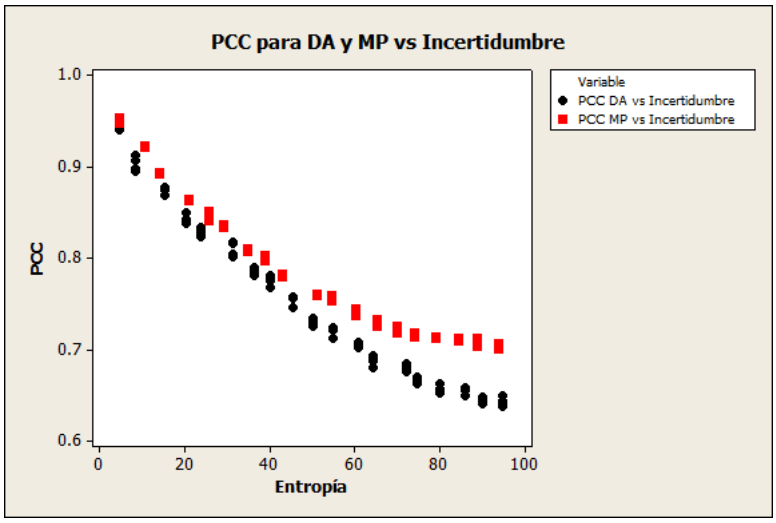

Figura 4–25: Comparación entre los PCC de DA y MP bajo la métrica de Incertidumbre. Imágenes con 3 clases

de la métrica la diferencia entre estas es muy poca. Esto indica que para imágenes que se ubiquen en ese intervalo de la métrica, se podría aplicar cualquiera de los clasificadores, siendo mas adecuado utilizar el menos costoso.

4.4 Experimento con Nivel de Bordes

Este experimento fue realizado con el fin de estudiar el comportamiento del PCC de acuerdo al porcentaje de pixeles bordes en una imagen hiperespectral. Se utilizaron 5 imágenes como base para crear imágenes con diferentes porcentajes de pixeles borde. A cada un de estas imágenes se le aplico 10 grados distintos de suavizado gaussiano para obtener 50 imágenes con porcentajes de bordes distinto. El comportamiento del PCC de acuerdo al porcentaje de pixeles borde para imágenes clasificadas con Detección de Ángulo se muestra en la figura 4–26. En esta figura no se aprecia que la métrica de Nivel de Bordes y el PCC para el clasificador por Detección de Ángulo sigan una relación lineal o no lineal conocida.

Para el caso de las imágenes clasificadas con el clasificador de Máxima Probabilidad el comportamiento del PCC de acuerdo al porcentaje de pixeles borde se

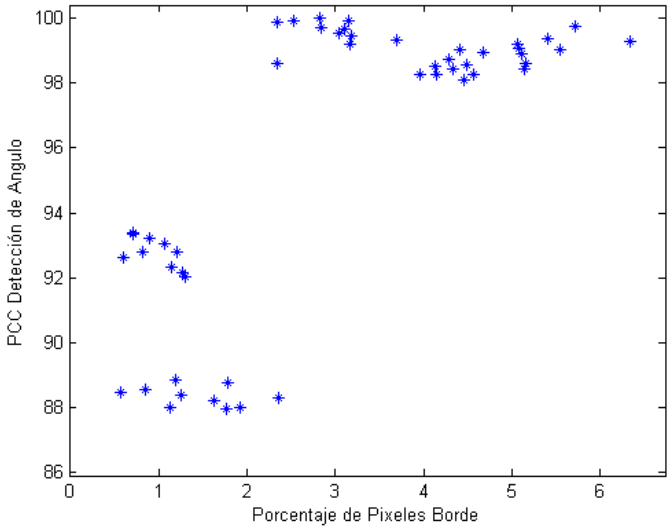

Figura 4–26: Porcentaje de clasificación correcta Vs Porcentaje de Pixeles Borde, clasificador DA

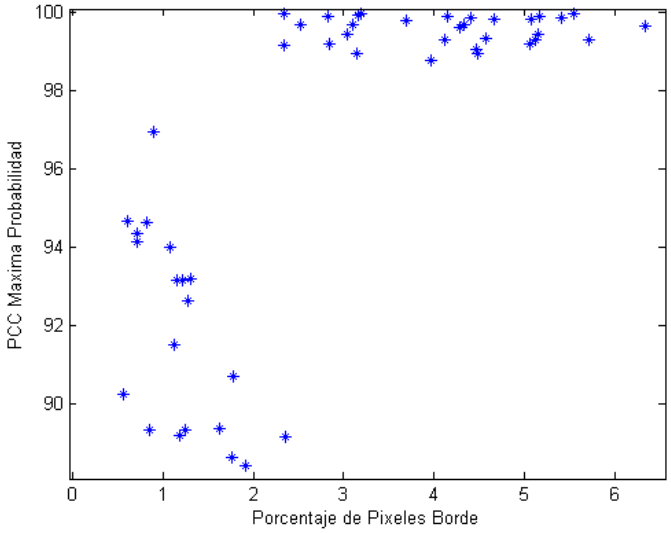

Figura 4–27: Porcentaje de clasificación correcta Vs Porcentaje de Pixeles Borde, clasificador MP

muestra en la figura 4–27. No se aprecia que la métrica de Nivel de Bordes y el PCC para el clasificador de Máxima Probabilidad sigan una relación lineal o no lineal conocida.

Resumen del Experimento

El experimento no mostró una relación entre la métrica de Porcentaje de Pixeles Borde y el PCC de los clasificadores bajo estudio. Se podría pensar que hay una contradicción al utilizar esta métrica ya que una imagen con un alto porcentaje de pixeles borde se puede interpretar como una imagen que contiene una escena con una cantidad considerable de regiones distintas, lo cual la haría una imagen compleja de clasificar. Pero al mismo tiempo se puede pensar que una imagen con alto porcentaje de pixeles borde es una imagen bien contrastada y por tanto no tendría una alta complejidad para su clasificación.

4.5 Experimentos para la estimación del PCC

En estos experimentos se diseñaron modelos de regresión para estimar el PCC de los clasificadores en estudio. Se diseñaron modelos basados en datos obtenidos desde imágenes sintéticas y modelos basados en datos obtenidos desde imágenes reales. Ambos tipos de modelos fueron probados con datos obtenidos desde imágenes reales. Dichas imágenes de prueba fueron tomadas con el sensor Aisa y la cámara hiperespectral SOC 700. Las imágens de Aisa contienen escenas costeras de la zona sur de Puerto Rico. Tienen una resolución espacial de 1 metro y poseen 128 bandas entre los 397.3 y 995.2 nanómetros en el espectro electromagnético. Algunas imágenes utilizadas se muestran en la figura 4–28, mangle, coral, algas, vegetación marina, arena y aguas profundas son las clases encontradas en estas imágenes. Las imágenes tomadas con la cámara SOC 700 poseen escenas distintas donde aparecen clases como madera, asfalto, cemento, arena y vegetación. Poseen 120 bandas entre los 430 y 900 nanómetros en el espectro electromagnético. En total fueron reunidas 20 imágenes con dos clases y 20 con tres clases.

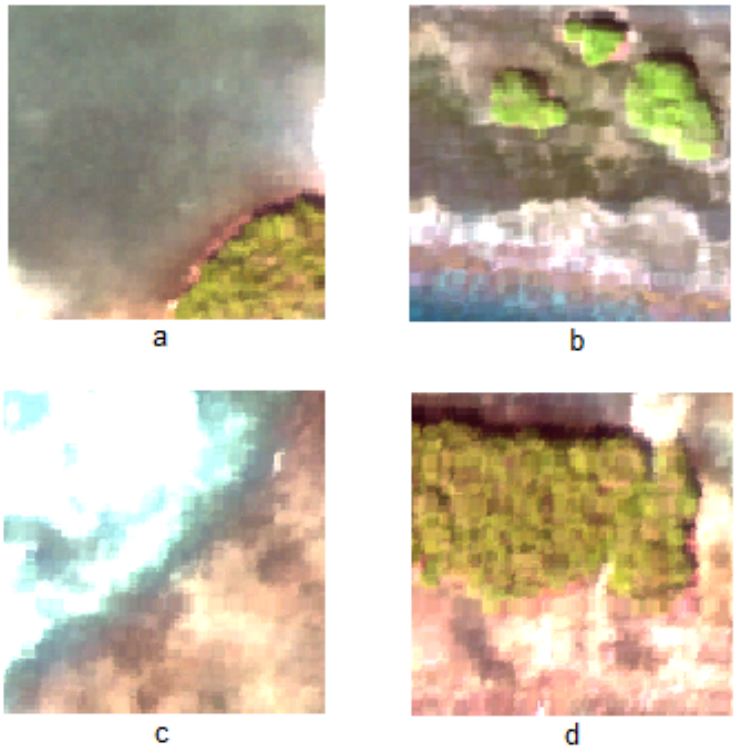

Figura 4–28: Imágenes hiperespectrales del sensor Aisa tomadas sobre Cayo Enrique.

4.5.1 Modelos diseñados con datos sintéticos

En el diseño de estos modelos se usaron los datos sintéticos utilizados en la etapa 2 de los experimentos con entropía de ángulo y los datos de los experimentos con incertidumbre.

Modelos basados en Entropía de Ángulo para el clasificador por Detección de Ángulo

El Modelo basado en Entropía de Ángulo es de la forma:

$$PCC = \beta_0 + \beta_1 Ent, \tag{4.1}$$

donde β_0 y β_1 son los coeficientes del modelo estimados según la ecuación (3.32) y Ent es el valor de Entropía medida en cada imagen según la ecuación (3.2).

La ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.077 - 0.02748\ Ent. \tag{4.2}$$

La figura 4–29 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. El *p-value* obtenido en la

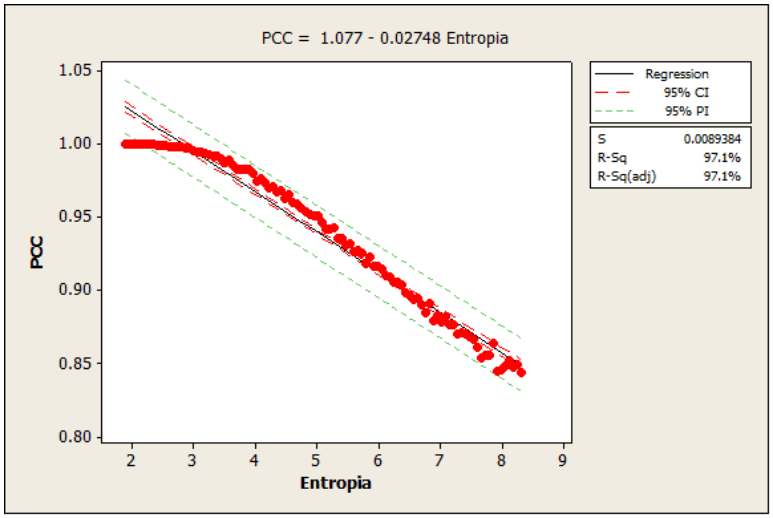

Figura 4–29: Regresión obtenida con la métrica de Entropía de Ángulo como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador DA

regresión para los coeficientes esta por debajo del umbral 0.01 indicando que es muy probable que la relación entre la variable regresora y la variable a estimar es estadísticamente significante. Además el valor R-cuadrado (R^2) obtenido es igual a 97.1, lo cual implica que el modelo se ajusta en un 97.1% a los datos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–30. En la prueba, el PCC correspondiente a 16 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

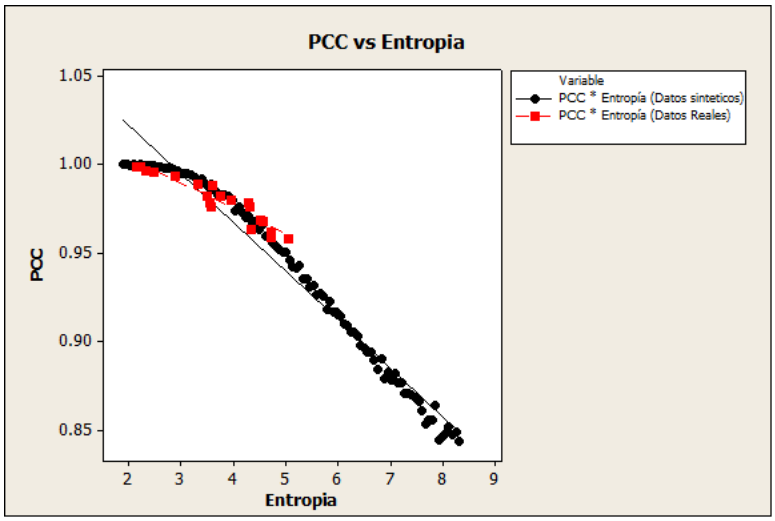

Figura 4–30: PCC vs Entropía de Ángulo. Imágenes reales y sintéticas con dos clases, clasificador DA

Para el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo es:

$$PCC = 1.108 - 0.06083\ Ent. \tag{4.3}$$

En la figura 4–31 se muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%.

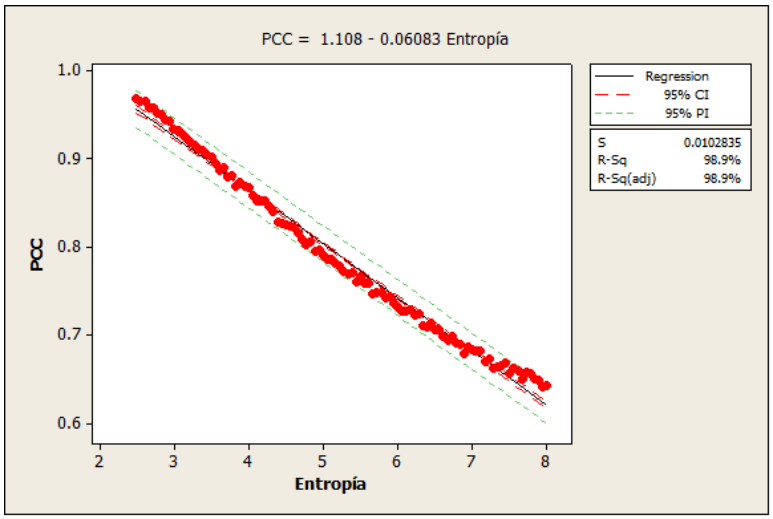

Figura 4–31: Regresión obtenida con la métrica de Entropía de Ángulo como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador DA

En esta regresión se obtuvo un *p-value* por debajo del umbral 0.01, mostrando que es muy probable que la relación entre la variable regresora y la variable a estimar es estadísticamente significante. El valor R^2 obtenido es de 98.9%, lo cual indica que el modelo se ajusta bien a los datos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–32. En la prueba, el PCC correspondiente a 9 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

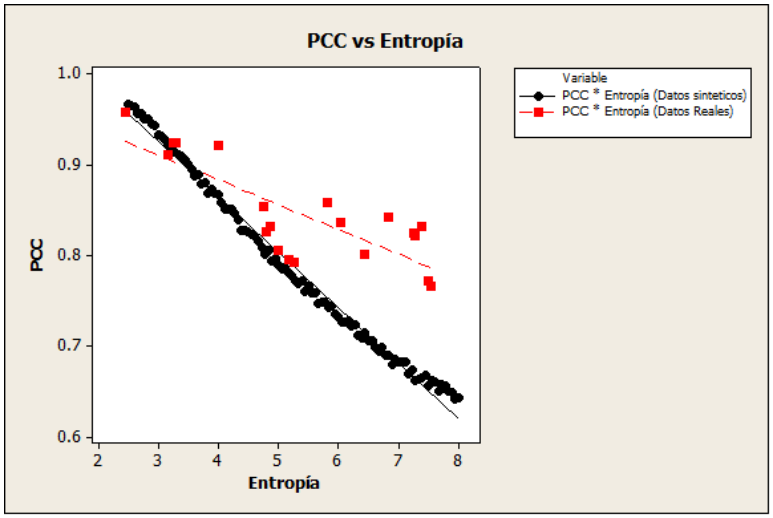

Figura 4–32: PCC vs Entropía de Ángulo. Imágenes reales y sintéticas con tres clases, clasificador DA

Modelos basados en Entropía de Ángulo para el clasificador de Maxima Probabilidad

La ecuación obtenida para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 0.979 + 0.01324\ Ent - 0.001941\ Ent^2. \tag{4.4}$$

La figura 4–33 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. El *p-value* en esta regresión mostró que es muy probable que la relación entre la variable regresora y la variable

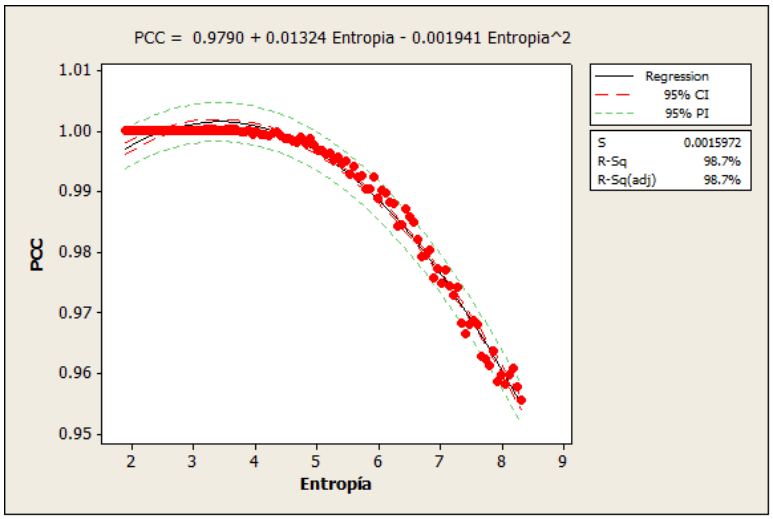

Figura 4–33: Regresión obtenida con la métrica de Entropía de Ángulo como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador MP

a estimar es estadísticamente significante. El valor R^2 obtenido es de 98.7%, indicando que el modelo se ajusta bien a los datos sintéticos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–34. En la prueba, el PCC correspondiente a 4 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

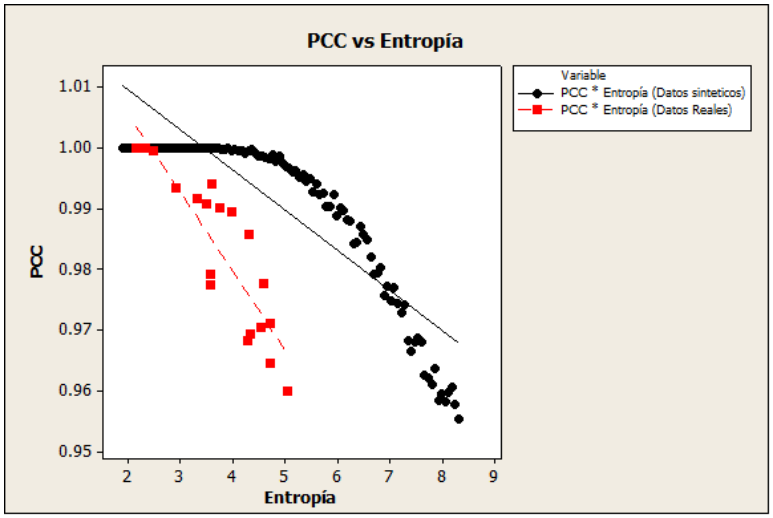

Figura 4–34: PCC vs Entropía de Ángulo. Imágenes reales y sintéticas con dos clases, clasificador MP

Para el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad es:

$$PCC = 1.109 - 0.03408\ Ent. \tag{4.5}$$

En la figura 4–35 se muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. El *p-value* en esta regresión

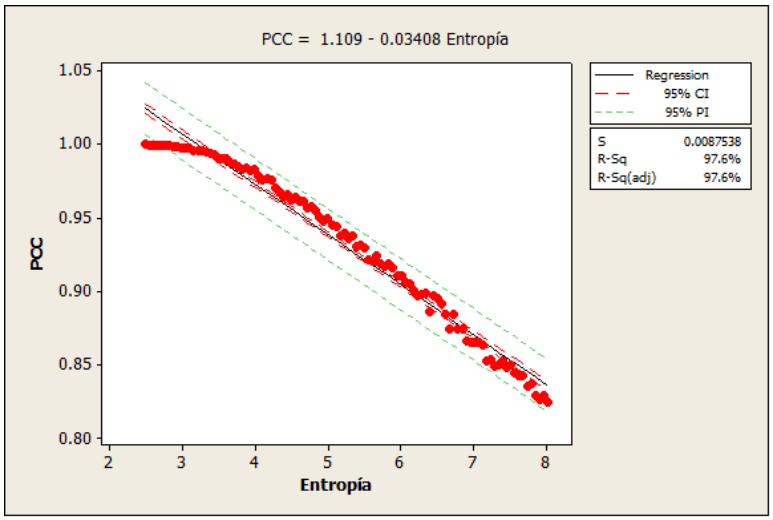

Figura 4–35: Regresión obtenida con la métrica de Entropía de Ángulo como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador MP

mostró que es muy probable que la relación entre la variable regresora y la variable a estimar es estadísticamente significante. El valor R^2 obtenido es de 97.6%, indicando que el modelo se ajusta bien a los datos sintéticos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–36. En la prueba, ninguna de las imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

Modelos basados en Incertidumbre para el clasificador por Detección de Ángulo

El Modelo basado en Incertidumbre es de la forma:

$$PCC = \beta_0 + \beta_1\ I, \tag{4.6}$$

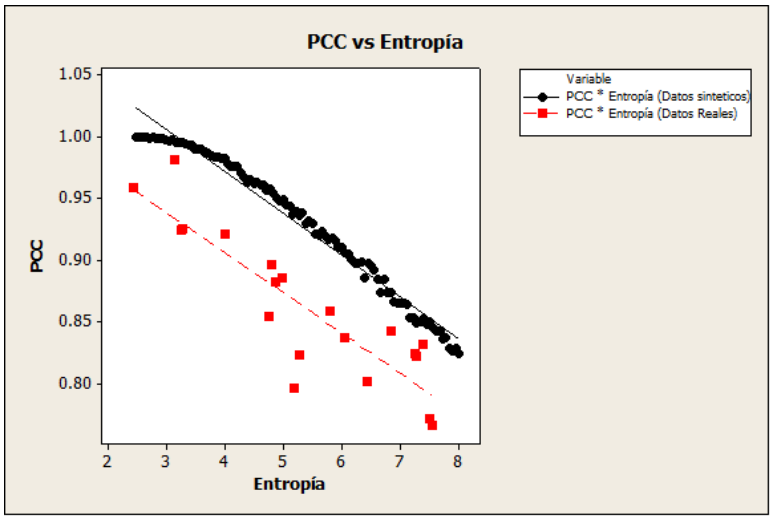

Figura 4–36: PCC vs Entropía de Ángulo. Imágenes reales y sintéticas con tres clases, clasificador MP

donde β_0 y β_1 son los coeficientes del modelo estimados según la ecuación (3.32) e I es el nivel de Incertidumbre medida en cada imagen según se describe en el capitulo anterior.

La ecuación obtenida con la regresión basada en Incertidumbre para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 0.9997 - 0.000233\ I. \tag{4.7}$$

En la figura 4–37 se muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. Se obtuvo un *p-value* que indico una muy probable relación estadística entre la variable regresora y la variable a estimar. El valor R-cuadrado (R^2) fue de 95.3%

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–38. En la prueba, el PCC correspondiente a 5 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

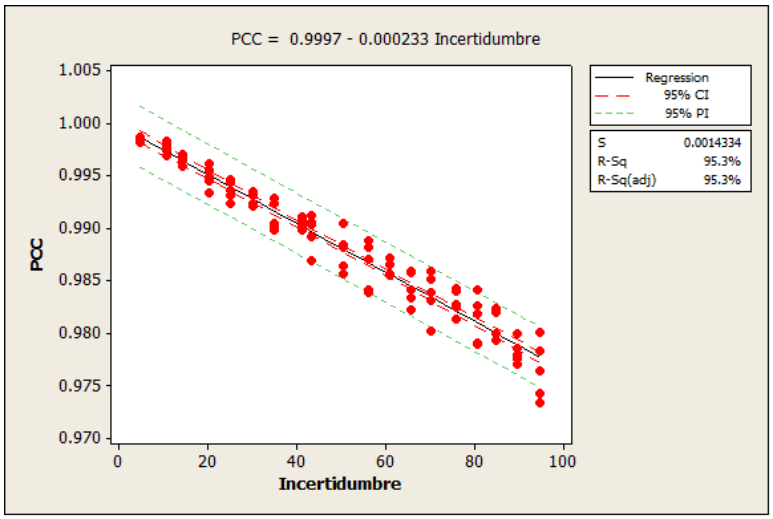

Figura 4–37: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador DA

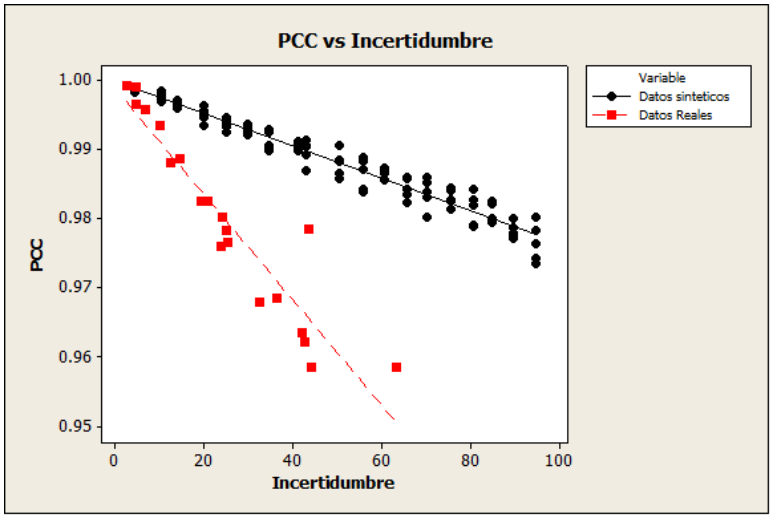

Figura 4–38: PCC vs Incertidumbre. Imágenes reales y sintéticas con dos clases, clasificador DA

Para el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida basada en incertidumbre para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo es:

$$PCC = 0.9208 - 0.002691\ I. \tag{4.8}$$

En la figura 4–39 se muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. En esta regresión se obtuvo un *p-value* por debajo del umbral 0.01, mostrando que es muy probable que la relación

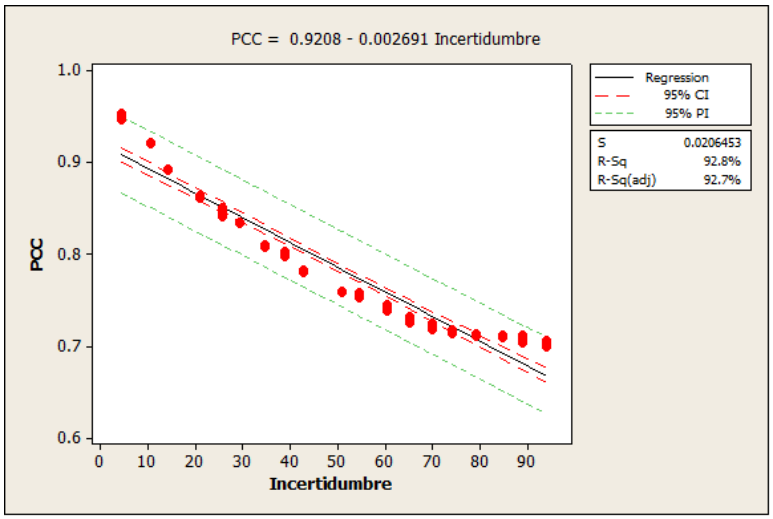

Figura 4–39: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con tres clases, Clasificador DA

entre la variable regresora y la variable a estimar es estadísticamente significante. El valor R^2 es de 92.8%, lo cual indica que el modelo se ajusta bien a los datos sintéticos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–40. En la prueba, el PCC correspondiente a 13 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

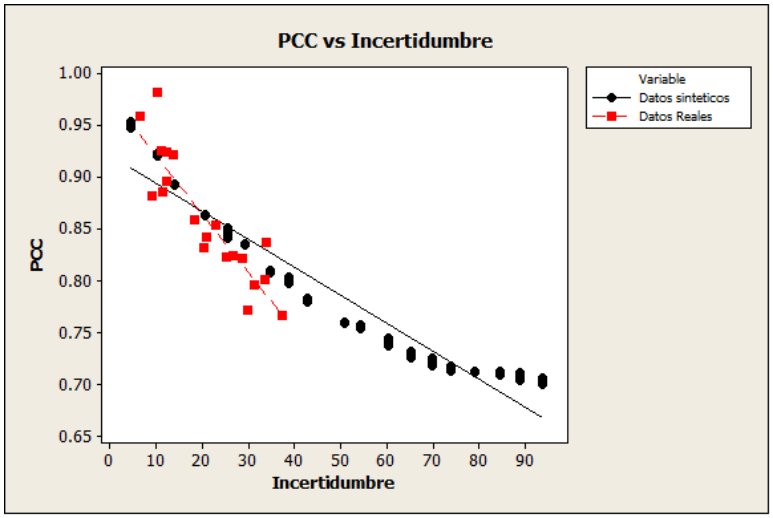

Figura 4–40: PCC vs Incertidumbre. Imágenes reales y sintéticas con tres clases, clasificador DA

Modelos basados en Incertidumbre para el clasificador de Máxima Probabilidad

La ecuación obtenida para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.003 + 0.000479\ I. \tag{4.9}$$

La figura 4–41 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. En esta regresión se obtuvo un

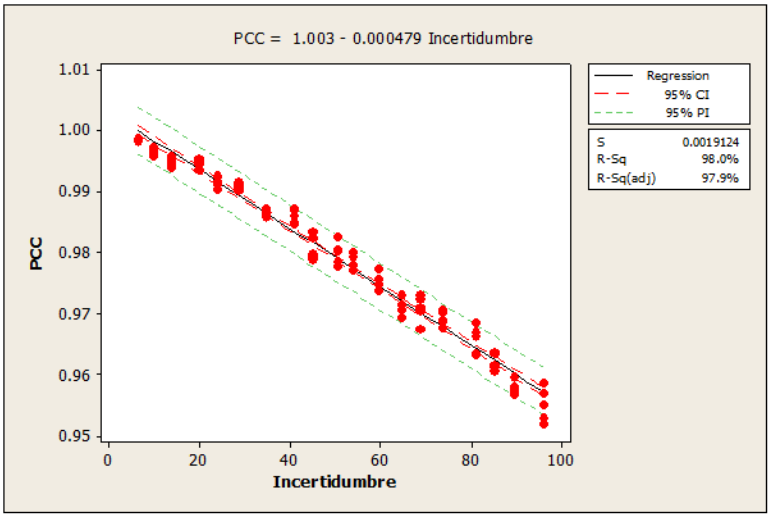

Figura 4–41: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador MP

p-value por debajo del umbral, indicando que la probabilidad de que haya relación entre la métrica de incertidumbre y el PCC para este clasificador aplicado a imágenes con dos clases es alta. El valor R^2 obtenido es 98%, esto indica que el modelo se ajusta bien a los datos sintéticos.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–42. En la prueba, el PCC correspondiente a 12 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

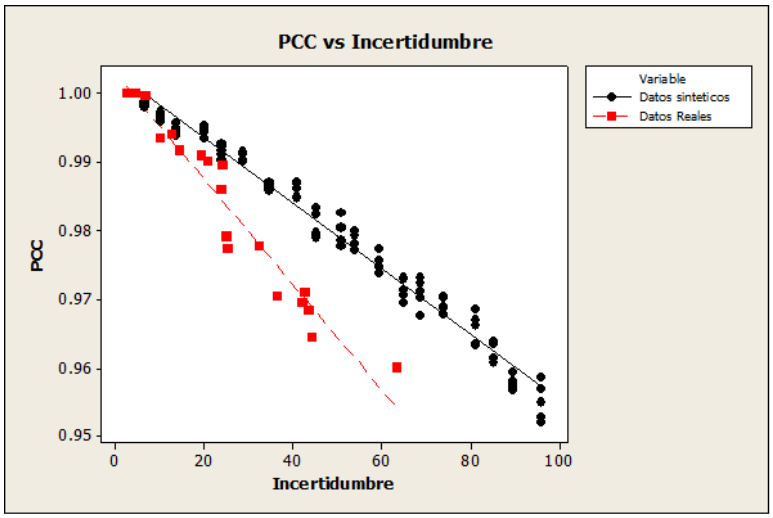

Figura 4–42: PCC vs Incertidumbre. Imágenes reales y sintéticas con dos clases, clasificador MP

Para el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad es:

$$PCC = 0.9142 - 0.003212\ I. \tag{4.10}$$

En la figura 4–43 se muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida junto con su intervalo de predicción al 95%. El *p-value* en esta regresión

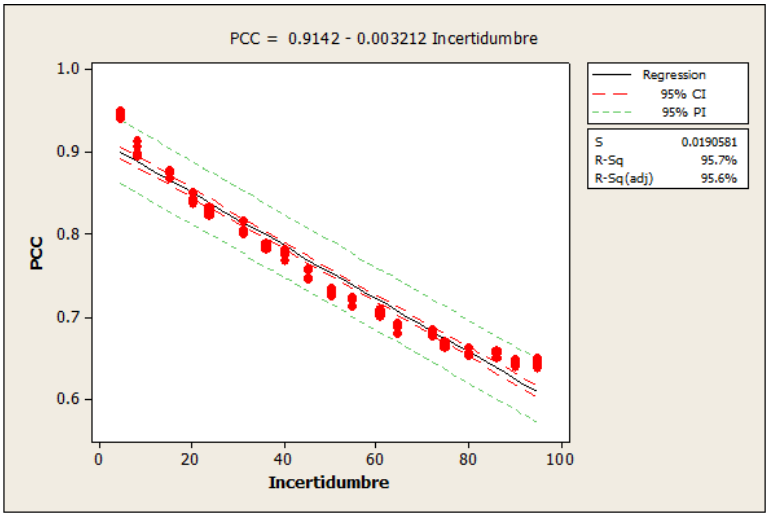

Figura 4–43: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador MP

mostró que es muy probable que la relación entre la variable regresora y la variable

a estimar sea estadísticamente significante. El valor R^2 obtenido es de 95.7%.

Los datos reales utilizados como prueba junto con los sintéticos se muestran en la figura 4–44. En la prueba, el PCC correspondiente a 14 de las 20 imágenes fueron estimados dentro del intervalo de predicción del estimador.

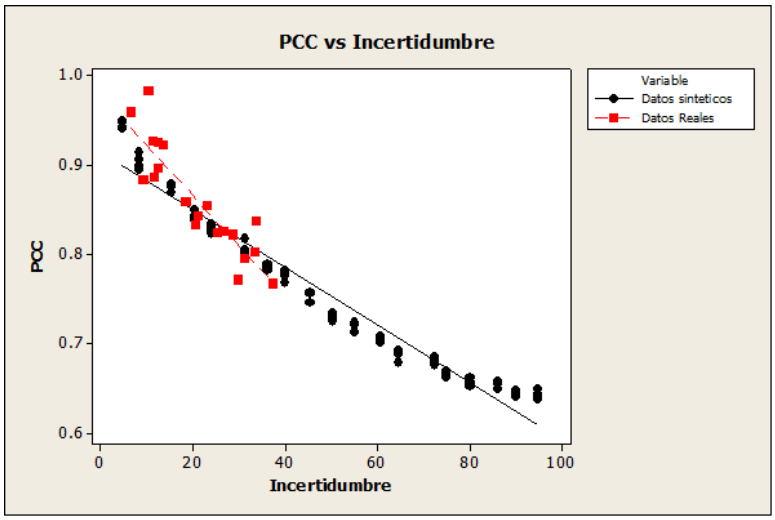

Figura 4–44: PCC vs Incertidumbre. Imágenes reales y sintéticas con tres clases, clasificador MP

4.5.2 Modelos diseñados con datos reales

Se calcularon las métricas de Entropía de Ángulo e Incertidumbre para el conjunto de imágenes reunidas y se clasificaron con los clasificadores bajo estudio. Para cada una de las métricas se diseño un modelo de regresión simple y luego un modelo de regresión multiple utilizando ambas métricas.

Modelos basados en Entropía de Ángulo para el clasificador por Detección de Ángulo

La ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.032 - 0.01416\ Ent. \tag{4.11}$$

La figura 4–45 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida.

El *p-value* arrojado por la regresión para los coeficientes esta muy por debajo del

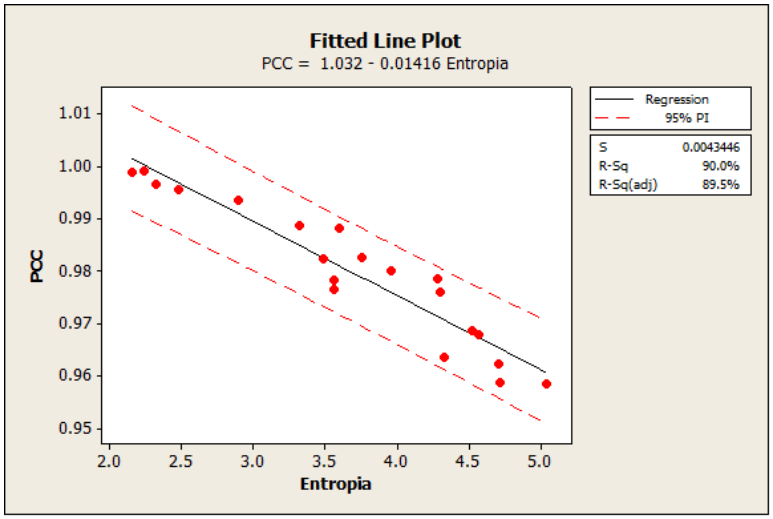

Figura 4–45: Regresión obtenida con la métrica de Entropía Angular como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador DA

umbral 0.01 lo cual garantiza que la relación entre la variable regresora y la variable a estimar es estadísticamente significante. Además el valor R-cuadrado (R^2) obtenido es igual a 90.0, lo cual implica que el modelo se ajusta en un 90% a los datos.

El "Normal probability plot" (NPP) correspondiente a la regresión es presentado en la figura 4–46. En la figura se puede observar que los residuales siguen una distribución normal ya que el NPP sigue una línea recta. Esto indica que no se violó la asunción acerca de la distribución del error.

Para el caso de imágenes con 3 clases, la ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo es:

$$PCC = 0.993 - 0.02732\ Ent. \tag{4.12}$$

Los datos y la recta obtenida junto a su intervalo de predicción se muestran en la figura 4–47. Se observa que el modelo no se ajusta bien a los datos, ya que los

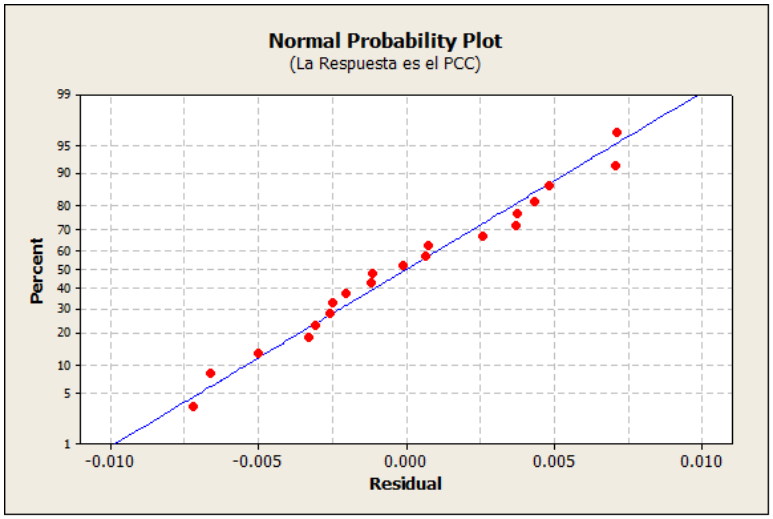

Figura 4–46: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando Entropía de Ángulo. Imágenes con dos clases, clasificador DA

intervalos de predicción son demasiado anchos, esto se ve reflejado en el valor R^2 el cual es de 62.4%.

Las asunción sobre la distribución del error no fue violada según lo muestra el NPP

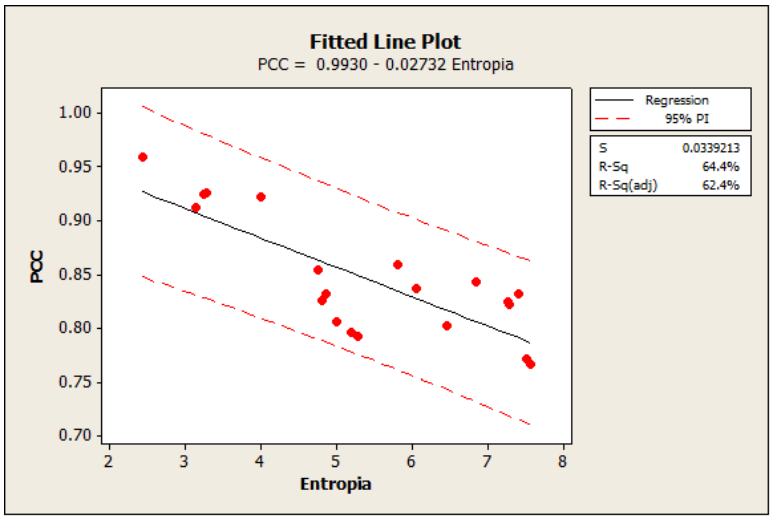

Figura 4–47: Regresión obtenida con la métrica de Entropía Angular como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador DA

de la figura 4–48

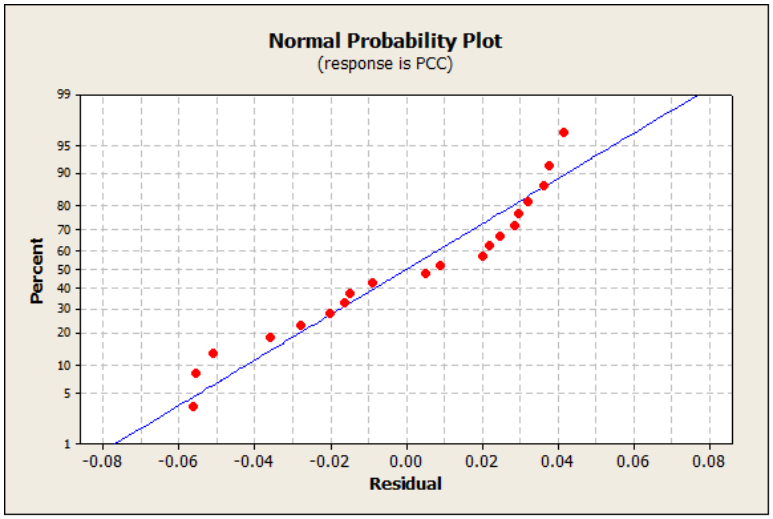

Figura 4–48: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando Entropía de Ángulo. Imágenes con tres clases, clasificador DA

Modelos basados en Entropía de Ángulo para el clasificador de Máxima Probabilidad

La ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.031 - 0.01293\ Ent. \tag{4.13}$$

La figura 4–49 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida.

El *p-value* arrojado por la regresión es menor que el umbral establecido, lo que implica que es muy probable que haya una relación estadísticamente significante entre la variable regresora y la variable a estimar. El R^2 obtenido es igual a 78.8. En este caso el modelo no se ajusta tan bien como lo hace para el clasificador por Detección de Ángulo.

El NPP correspondiente a la regresión es presentado en la figura 4–50. En la figura se puede observar que el NPP se acerca a una línea recta. Esto indica que no

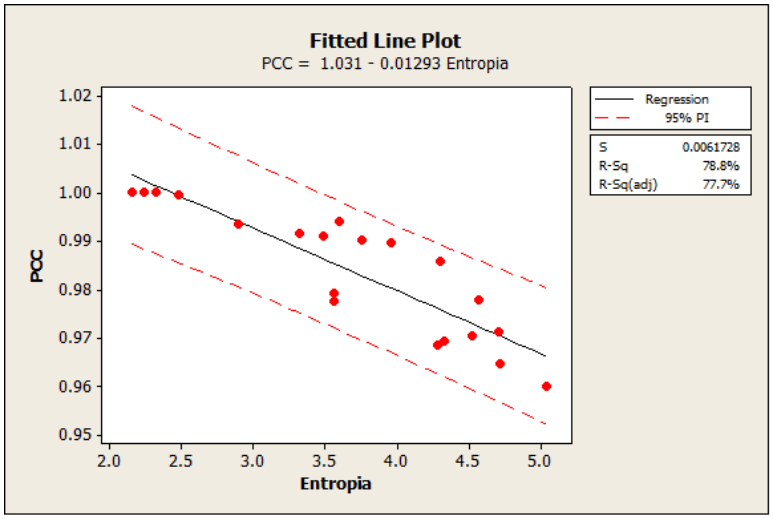

Figura 4–49: Regresión obtenida con la métrica de Entropía Angular como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador MP

se violó la asunción acerca de la distribución del error.

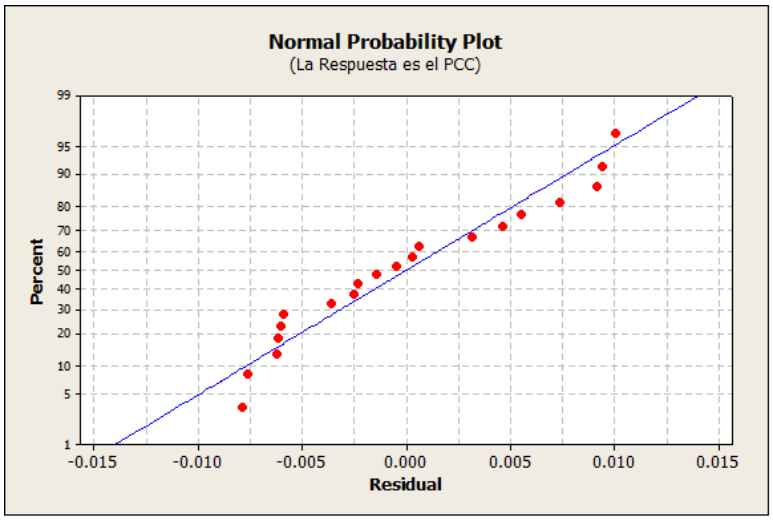

Figura 4–50: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando Entropía de Ángulo, clasificador MP

Para imágenes con 3 clases la ecuación obtenida es:

$$PCC = 0.9879 - 0.02409\ Ent. \tag{4.14}$$

En la figura 4–51 se muestran los datos y la recta según la ecuación obtenida. En la figura se observa que el modelo posee intervalos de predicción considerablemente

anchos, lo cual se refleja en el valor R^2 que es de 53.5%. Esto indica que el modelo no se ajusta en buena manera a los datos. El NPP para esta regresión se muestra

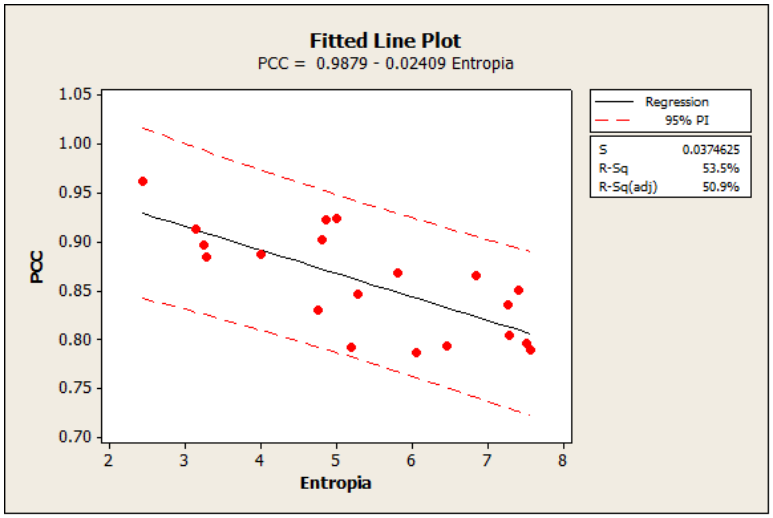

Figura 4–51: Regresión obtenida con la métrica de Entropía Angular como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador MP

en la figura 4–52, este indica que el error sigue una distribución normal.

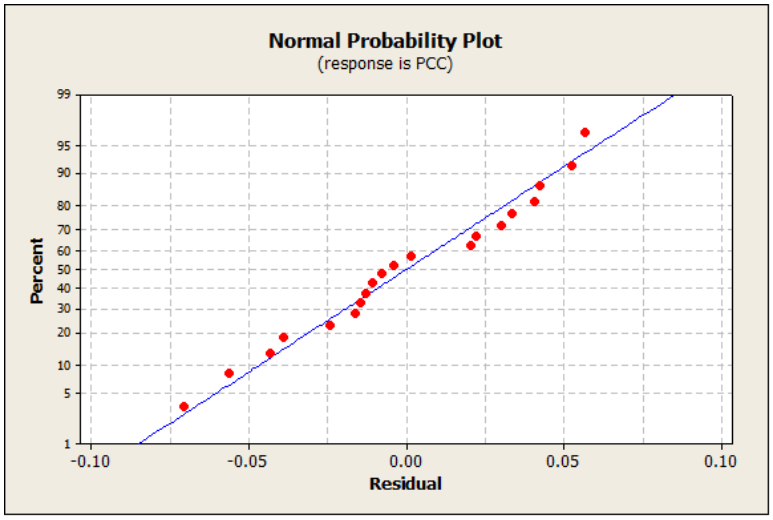

Figura 4–52: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando Entropía de Ángulo. Imágenes con tres clases, clasificador MP

Modelos basados en Incertidumbre para el clasificador por Detección de Ángulo

La ecuación obtenida con la regresión basada en Incertidumbre para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 0.9987 - 0.000762\ I. \tag{4.15}$$

La figura 4–53 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida.

El *p-value* mostró que la relación entre la variable regresora y la variable a estimar

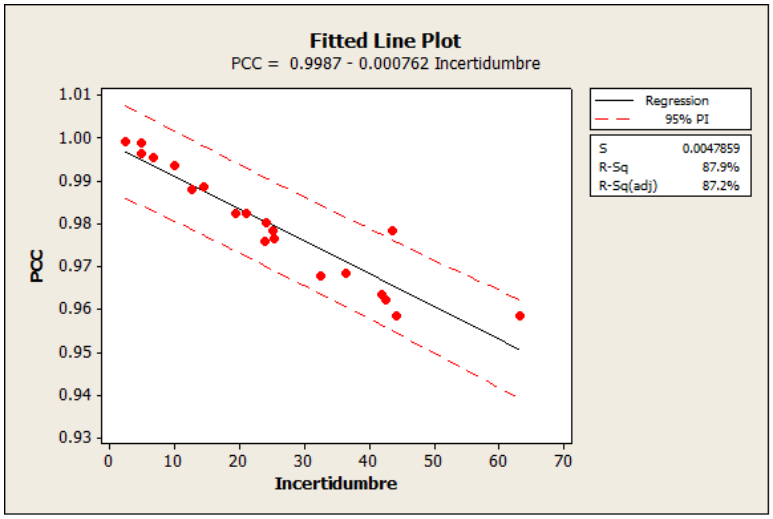

Figura 4–53: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador DA

es estadísticamente significante. El R^2 obtenido es igual a 87.9.

El NPP correspondiente a la regresión es presentado en la figura 4–54. De esta se puede concluir que no se violó la asunción acerca de la distribución del error.

Para el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida es:

$$PCC = 0.9324 - 0.004185\ I. \tag{4.16}$$

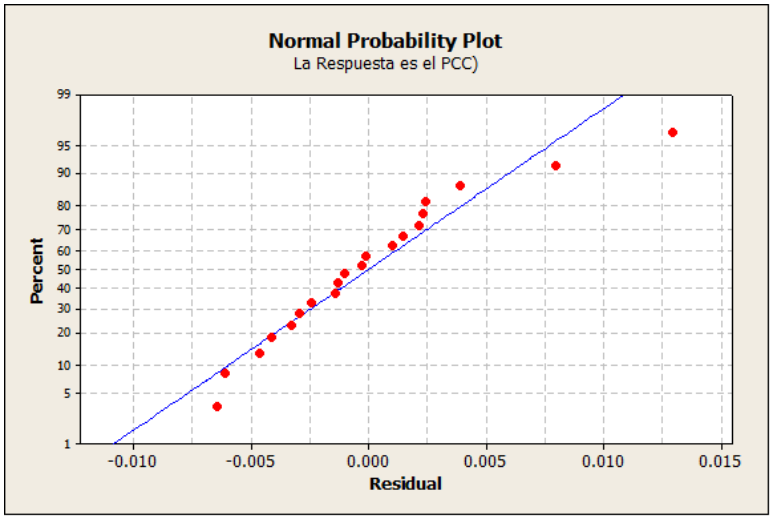

Figura 4–54: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando la métrica de Incertidumbre. Imágenes con dos clases, clasificador DA

Los datos y la recta obtenida se muestran en la figura 4–55. El valor de R^2 para esta regresión es de 52.6% el cual no es satisfactorio. Las asunciones con respecto a

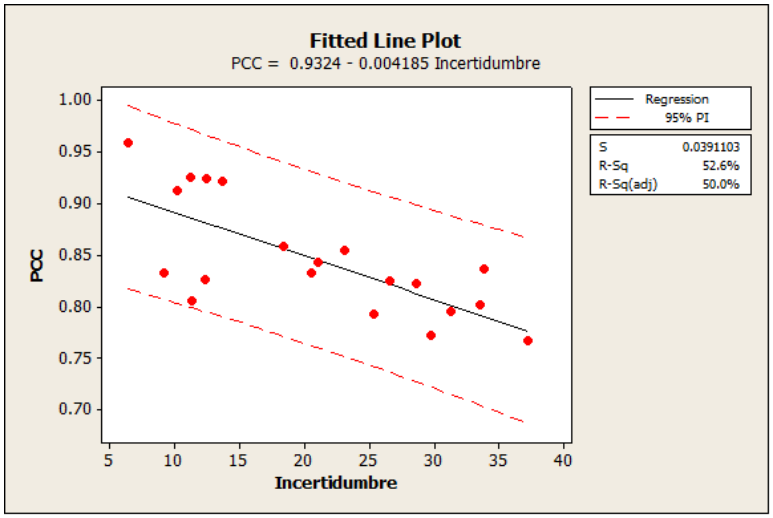

Figura 4–55: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador DA

la distribución no fue violada, esto lo corrobora el NPP mostrado en la figura 4–56.

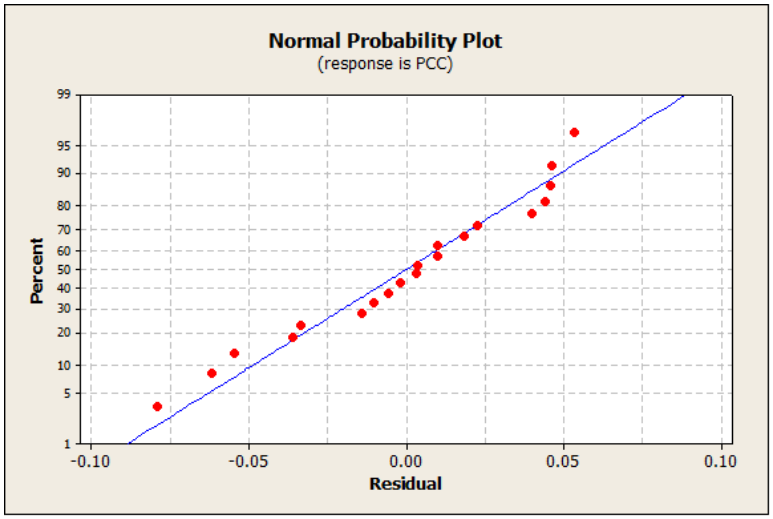

Figura 4–56: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando la métrica de Incertidumbre. Imágenes con tres clases, clasificador DA

Modelos basados en Incertidumbre para el clasificador de Máxima Probabilidad

La ecuación obtenida con la regresión basada en Incertidumbre para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes de dos clases es:

$$PCC = 1.00 - 0.000770\ I. \tag{4.17}$$

La figura 4–57 muestra la gráfica de los datos y la recta que describe la ecuación obtenida.

Se obtuvo un El *p-value* por debajo del umbral. El R^2 obtenido es igual a 94.2% lo cual implica que en este caso el modelo se ajusta mucho mejor que como lo hace para el clasificador por Detección de Ángulo.

El NPP correspondiente a la regresión es presentado en la figura 4–58. En la figura se puede observar que los residuales siguen una distribución normal ya que el NPP sigue una línea recta. Esto demuestra que no se violó la asunción acerca de la distribución del error.

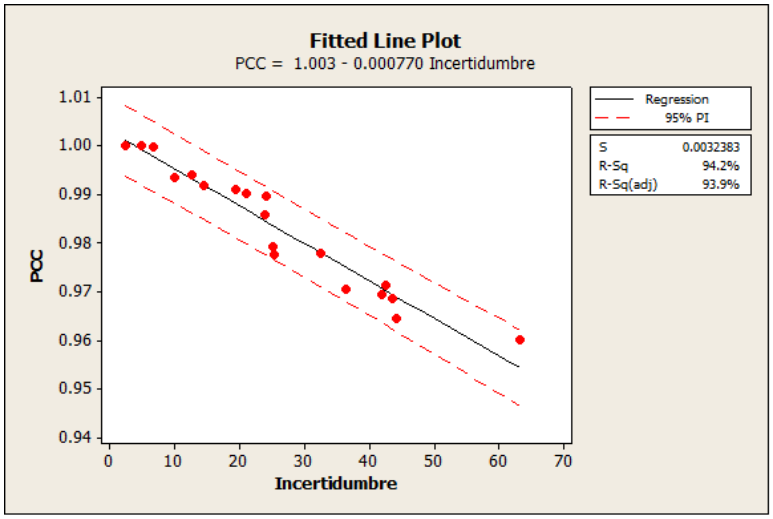

Figura 4–57: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con dos clases, clasificador MP

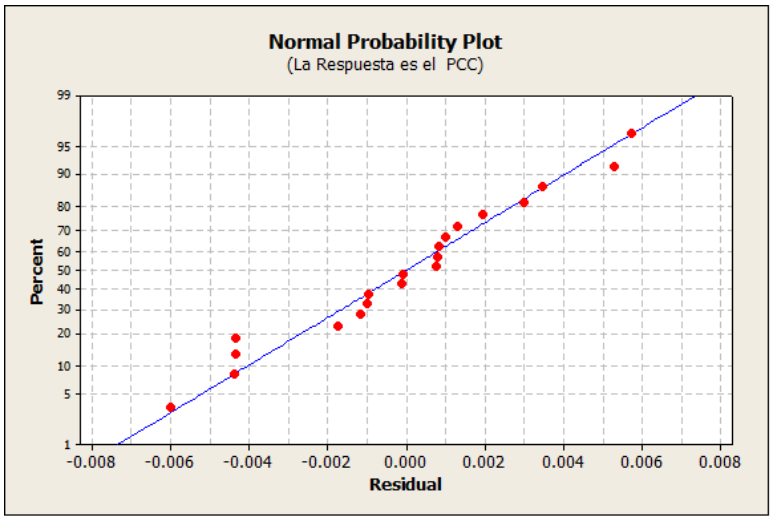

Figura 4–58: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando la métrica de Incertidumbre, clasificador MP

En el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida es:

$$PCC = 0.9703 - 0.005412\ I. \tag{4.18}$$

El valor de R^2 para esta regresión es de 94.1%, lo cual indica que el modelo se ajusta satisfactoriamente a los datos, con intervalos de predicción aceptables. La figura 4–59 muestra los datos y la recta obtenida. El NPP se muestra en la figura

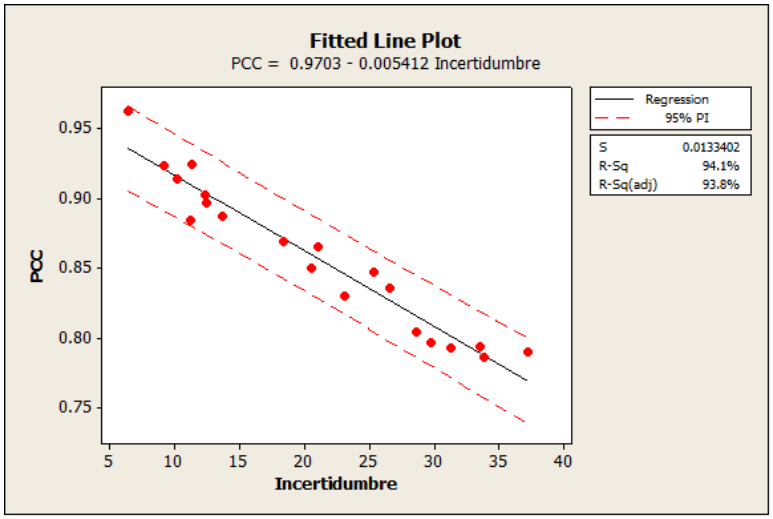

Figura 4–59: Regresión obtenida con la métrica de Incertidumbre como predictor. Imágenes con tres clases, clasificador MP

4–60, este indica que el error sigue una distribución normal.

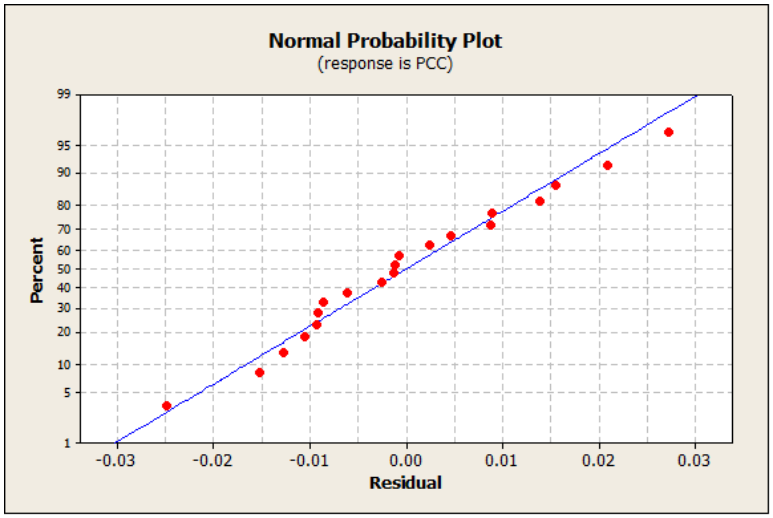

Figura 4–60: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando la métrica de Incertidumbre. Imágenes con tres clases, clasificador MP

Modelos basados en Entropía de Ángulo e Incertidumbre para el clasificador por Detección de Ángulo

El Modelo basado en Entropía e Incertidumbre es de la forma:

$$PCC = \beta_0 + \beta_1 \; Ent + \beta_2 \; I, \tag{4.19}$$

donde β_0, β_1 y β_2 son los coeficientes del modelo estimados según la ecuación (3.32), Ent es el valor de Entropía medida en cada imagen según la ecuación (3.2) e I es el nivel de Incertidumbre medida en cada imagen según se describe en el capitulo anterior.

La ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía e Incertidumbre para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.02 - 0.00837\ Ent + 0.000343\ I. \tag{4.20}$$

Se comprobó que la asunción acerca de la distribución del error no fuese violada ya que el NPP mostrado en la figura 4–61 se acerca a una línea recta. El *p-value* para esta regresión esta muy por debajo del umbral 0.01, implicando que la relación entre las variables regresoras y la variable a estimar es estadísticamente significante. El R^2 obtenido es igual a 92.8%, mostrando un buen ajuste del modelo a los datos.

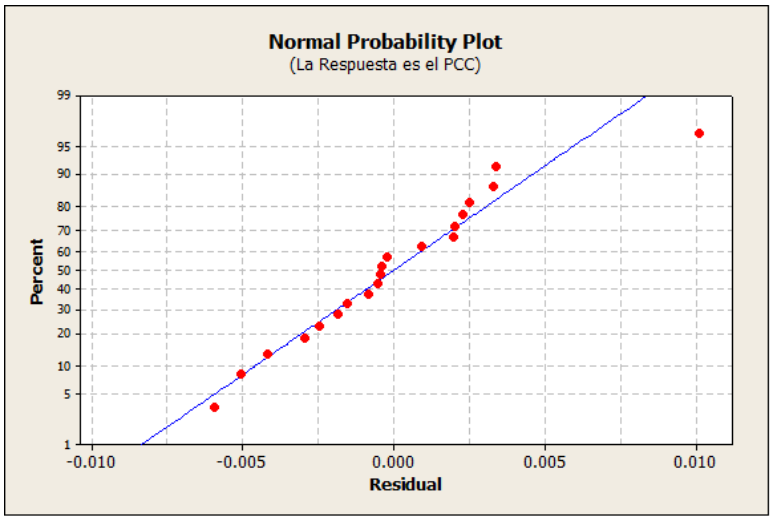

Figura 4–61: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando las métricas Entropía e Incertidumbre. Imágenes con dos clases, clasificador DA

Para el caso de imágenes con tres clases se obtuvo la siguiente ecuación:

$$PCC = 0.987 - 0.0203\ Ent - 0.00156\ I. \tag{4.21}$$

El valor de R^2 obtenido es de 63.6%, lo cual indica que el modelo no se ajusta apropiadamente a los datos. El NPP es mostrado en la figura 4–62, en este se aprecia que la asunción acerca de la distribución del error no esta plenamente satisfecha, ya que el NPP no sigue una línea recta.

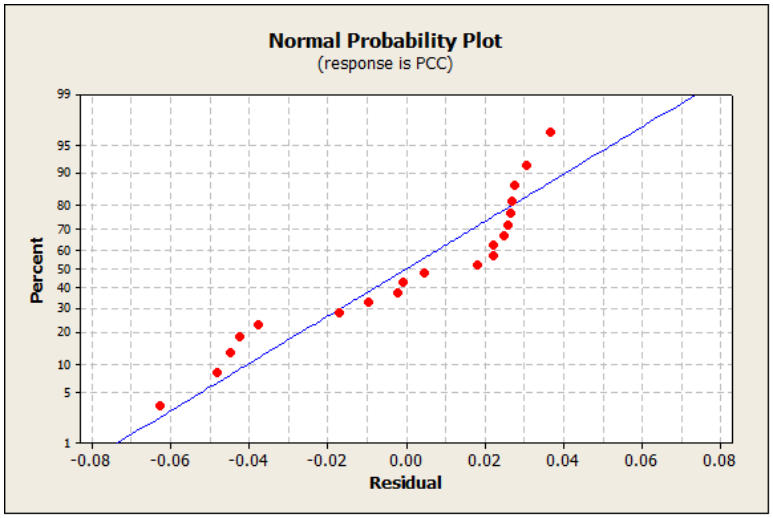

Figura 4–62: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando las métricas Entropía e Incertidumbre. Imágenes con tres clases, clasificador DA

Modelos basados en Entropía de Ángulo e Incertidumbre para el clasificador de Máxima Probabilidad

La ecuación obtenida con la regresión basada en Entropía e Incertidumbre para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes con dos clases es:

$$PCC = 1.00 + 0.00029\ Ent - 0.000784\ I. \tag{4.22}$$

El *p-value* obtenido mostró que es muy probable que haya una relación estadísticamente significante entre las variables regresoras y la variable a estimar. El R^2 obtenido es

igual a 94.2, lo cual implica que el modelo se ajusta en un 94.2% a los datos.

El "Normal probability plot" correspondiente a la regresión es presentado en la figura 4–63. En la figura se puede observar que los residuales siguen una distribución normal ya que el NPP sigue una línea recta. Esto implica que no fue violada la asunción acerca de la distribución del error.

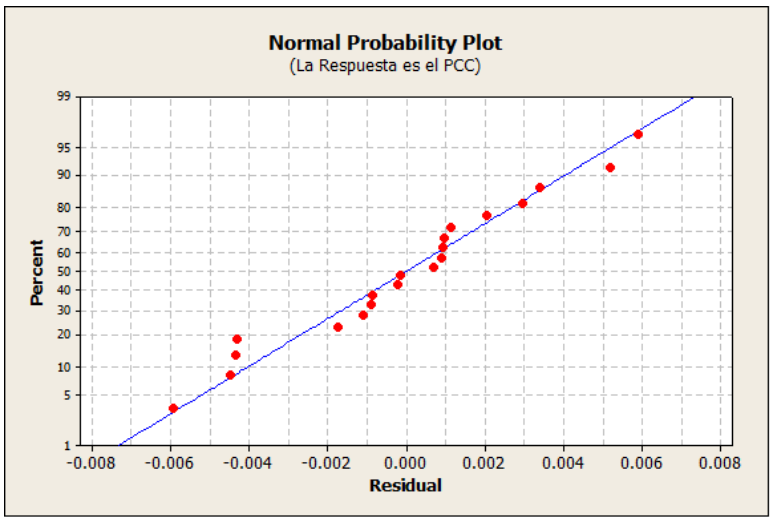

Figura 4–63: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando las métricas Entropía e Incertidumbre. Imágenes con dos clases, clasificador MP

En el caso de imágenes con tres clases, la ecuación obtenida es:

$$PCC = 0.968 + 0.00074\ Ent - 0.00551\ I. \tag{4.23}$$

El valor de R^2 obtenido es de 93.4%, mostrando así, que el modelo se ajusta bien a los datos. El NPP se muestra en la figura 4–64, en esta se aprecia que el error sigue una distribución normal ya que el NPP se ajusta a una línea recta.

Resumen del Experimento

Los criterios de evaluación utilizados mostraron que los modelos diseñados con base

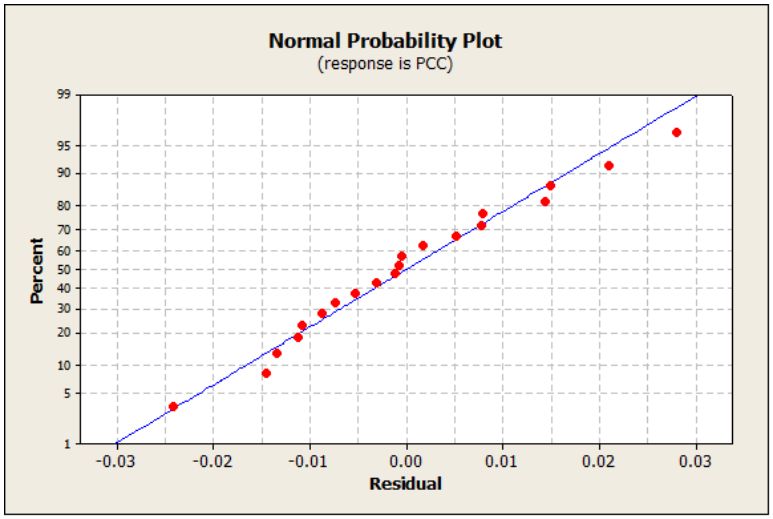

Figura 4–64: Normal Probability Plot de los residuales de la estimación del PCC utilizando las métricas Entropía e Incertidumbre. Imágenes con tres clases, clasificador MP

en datos sintéticos se ajustaron bien a dichos datos. Al probar estos modelos con imágenes reales no todos presentaron un buen porcentaje de estimación. En la tabla 4.5.2 aparecen los modelos que mejor resultado mostraron. Se aprecia que para el clasificador de Máxima Probabilidad el estimador basado en incertidumbre tuvo mejores resultados que el basado en Entropía de Ángulo. Para el clasificador por Detección de Ángulo se obtuvo un estimador aceptable cuando se trabaja con imágenes de dos clases.

Métrica base	Clasificador	Número de clases	Porcentaje de acierto
Entropía	Detección de Ángulo	2	80%
Incertidumbre	DA	3	65%
Incertidumbre	MP	2	60%
Incertidumbre	MP	3	70%

En el caso de los modelos diseñados con datos reales se observo que para el clasificador de Máxima Probabilidad los mejores estimadores son los modelos basados en Incertidumbre, con los cuales se lograron valores R^2 del orden de 94% para imágenes con dos y tres clases. Lo cual indica que los intervalos de estimación obtenidos son apropiados. Los resultados obtenidos para la estimación del PCC del clasificador por

Detección de Ángulo solo llegaron por encima del 90% cuando se utilizó el modelo basado en Entropía de Ángulo para imágenes con dos clases y el basado en Entropía e Incertidumbre también para imágenes con dos clases.

CAPITULO 5
CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones

Se diseñaron tres métricas de complejidad de imagen basadas en parámetros estadísticos obtenidos desde la imagen. Estas métricas fueron pensadas para trabajar en problemas de clasificación de imágenes hiperespectrales. Para esto se realiza el cálculo de las métricas haciendo análisis global sobre la imagen, en contraste con el análisis local que es frecuentemente utilizado para las métricas de complejidad de imagen orientadas a problemas de detección de objetos. El cálculo de las métricas se hizo tomando todas las bandas de la imagen en conjunto, de esta manera no se pierde la información vectorial que pueda tener la misma.

El estudio de la relación entre estas métricas y el Porcentaje de Clasificación Correcta para los clasificadores por Detección de Ángulo y Máxima Probabilidad mostró que existe una relación estadística significante entre el PCC y las métricas de Entropía de Ángulo e Incertidumbre cuando se trabaja con imágenes con 2 o 3 clases. En el caso de la métrica de Porcentaje de Pixeles Borde no se encontró relación estadística con el PCC para ninguno de los clasificadores en estudio. Para la métrica de Entropía de Ángulo se observó que su relación con el PCC de ambos clasificadores está sujeta a la distancia entre las clases existentes en la imagen. Entre más alejadas estén las clases la relación entre estas se hace menos probable.

Cuando se analiza el comportamiento del PCC para ambos clasificadores de acuerdo al nivel de las métricas, se aprecia que la curva para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad siempre esta por encima de la curva para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo. Esto permite concluir que el rendimiento del clasificador de Máxima Probabilidad es mejor que el de Detección de Ángulo bajo el intervalo de valores que se usaron para las métricas. Para el caso de imágenes con dos clases, se observa que a valores de Entropía menores que 3.5 el rendimiento de los clasificadores es casi el mismo. Por tanto a este tipo de imágenes se puede aplicar el clasificador por Detección de Ángulo, ya que es menos robusto y su implementación implica menos requerimientos que en el caso del clasificador de Máxima Probabilidad. Bajo la métrica de Incertidumbre la separación entre las curvas del PCC para los clasificadores, es menor que bajo la métrica de Entropía, y se puede considerar que para el intervalo [0 40] de ésta métrica la diferencia entre dichas curvas es poca. Esto indica que para imágenes que se ubiquen en ese intervalo de la métrica, se podría aplicar cualquiera de los clasificadores, siendo mas adecuado utilizar el menos costoso.

Se diseñaron estimadores para el PCC de los clasificadores bajo estudio. Este diseño fue realizado con base en imágenes sintéticas y reales. Los modelos diseñados fueron basados en las métricas individualmente y en las dos métricas en conjunto. Se observo que la estimación con mejores resultados para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad aplicado a imágenes con dos y tres clases, se obtuvo usando los modelos basados en Incertidumbre y el que combina las dos métricas. Mientras que para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo se obtuvo un buen resultado utilizando el modelo basado en Entropía de Ángulo y el que combina las dos métricas pero solo para imágenes con dos clases.

Analizando los modelos basados en una sola métrica, se observo que para el PCC del clasificador por Detección de Ángulo se ajusta mejor el modelo basado en Entropía de Ángulo, mientras que para el PCC del clasificador de Máxima Probabilidad el modelo que mejor se ajusta es el basado en Incertidumbre.

Para aplicar los modelos que se basan en la métrica de Entropía de Ángulo se debe tener en cuenta que las imágenes deben tener clases cuya separación no sea mayor a 5 unidades Bhattacharyyas. Además se reitera que todos los modelos fueron diseñados para imágenes con dos o tres clases.

5.2 Trabajo Futuro

Los criterios utilizados para el diseño de las métricas de complejidad de imágenes hiperespectrales pueden ser expandidos al tener en cuenta factores como la resolución espectral o la precisión de la imagen.

Se podría pensar en estimadores para el PCC de clasificadores que no clasifiquen pixel a pixel, como es el caso de los clasificadores de textura. En este caso las métricas se diseñarían basadas en las características estadísticas de dichas texturas y se podría utilizar métricas que realicen análisis local sobre algunas regiones de la imagen.

Es necesario continuar con el crecimiento de la base de datos que contenga imágenes hiperespectrales con sus respectivos mapas de clasificación real. Además, se debe construir imágenes sintéticas que modelen mejor las imágenes reales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] R Peters and R Strickland. Image complexity metrics for automatic target recognizers. *Automatic Target Recognizer System and Technology Conference Naval Surface Warfare Center*, 1990.

[2] K Bouyoucef, L Kaplan, and K Namuduri. Image metrics for clutter characterization. *International Conference on Image Processing*, 2000.

[3] C Barlow and M Stern. Optimal performance limits for detection and classification algorithms. *Infrared Technology For Target Detection and Classification, Proceedings of SPIE*, 1981.

[4] B Bhanu. Automatic target recognition: State of the art survey. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986.

[5] M Chacon and A Corral. Image complexity measure: a human criterion free approach. *IEEE North American Fuzzy Information Processing Society*, 2005.

[6] P Grassberger. Complexity and forecasting in dynamical systems. In *Measures of Complexity*. L. Peliti, and A. Vulpiani,, 1988.

[7] J Puniene, J Punys, and V Punys. Ultrasound and angio image compression by cosine and wavelet transforms. *International Journal of Medical Informatics*, 2001.

[8] O Fadiran and L Kaplan. Clutter complexity analysis of hyper-spectral bands. *Proceedings of the Thirty-Sixth IEEE System Theory Symposium*, 2004.

[9] Canada Center of Remote Sensing. *Fundamentals of Remote Sensing*. 2007.

[10] http://www.microimages.com/getstart/pdf/hyprspec.pdf.

[11] D Landgrede. Hyperspectral image data analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, January 2002.

[12] R Schowengerdt. *Remote Sensing: Models and Methods for Image Processing*. 3rd Edition, 2007.

[13] J Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis, An Introduction*. 3rd Edition, Springer 1999.

[14] R Duda, P Hart, and D Stork. *Pattern Classification*. John Wiley and Sons, Inc, 2nd Edition, 2001.

[15] J West. Matched filter stochastic background characterization for hyperspectral target detection. Master's thesis, Rochester Institute of Technology, 2005.

[16] J Kerekes, D Manolakis, D Marden, and G Shaw. On the statistics of hyperspectral imaging data. *Algorithms for Multispectral, Hyperespectral, and Ultraspectral Imagery VII, Proceedings of SPIE*, 4381, 2001.

[17] M Feixas, J Rigau, and M Sbert. An information-theoretic framework for image complexity. *Computational Aesthetics in Graphics, Visualization and Imaging*, 2005.

[18] C Rivera Borrero. Comparative study of state of the art algorithms for hyperspectral image analysis. Master's thesis, University of Puerto Rico, 2007.

[19] S Haykin. *Communication Systems.* 4th Edition, 2001.

[20] L Ludeman. *Random Processes, Filtering, Estimation and Detection.* 2003.

[21] W Pabon. Soft classification of hyper-spectral imagery based on linear mixing model and supervised fuzzy logic algorithms. Master's thesis, University of Puerto Rico, 2008.

[22] J Ansamaki, J Mielikainen, J Parkkinen, and P Toivanen. Edge detection in multispectral images using the self-organizing map. *Pattern Recognition Letters*, December 2003.

[23] D Montgomery. *Design and Analysis of Experiments.* 5th Edition, 2001.

[24] M Srivastava. *Methods of Multivariate Statistics.* 2002.