

**DESARROLLO Y EFECTIVIDAD DE *APPLETS* SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA  
CENTRAL COMO HERRAMIENTA DE ENSEÑANZA**

Por:

Luis Miguel Mestre

Proyecto sometido en cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado de  
MAESTRÍA EN CIENCIAS

en

ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO  
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ  
2018

APROBADO POR:

\_\_\_\_\_  
Dámaris Santana Morant, Ph.D.  
Presidente, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Marggie D. González Toledo, Ph.D.  
Co-Presidente, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Pedro A. Torres Saavedra, Ph.D.  
Miembro, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Catherine Mazak, Ph.D.  
Representante de Estudios Graduados

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Victor Ocasio, Ph.D.  
Director Interino del Departamento de Ciencias Matemáticas

\_\_\_\_\_  
Fecha

Abstract of Project Presented to the Graduate School of the University of Puerto Rico in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Sciences

**DEVELOPMENT AND EFFECTIVENESS OF APPLETS OF MEASURES OF CENTRE  
AS A TEACHING TOOL**

By

Mestre, Luis Miguel

July, 2018

Chair: Dámaris Santana Morant, Ph.D.

Co-Chair: Marggie González Toledo, Ph.D.

Major Department: Mathematical Sciences

Students from different academic levels have misconceptions about the mean, the median and their relationship with the dataset they represent that can be improved by using technological tools. Some of these tools are applets. In this project two applets about measure of centre were developed and implemented as teaching tools in an introductory statistics course at UPRM. An experiment was designed where one group was taught using the traditional method and another group used the applets that were developed. An instrument was constructed to quantify the effectiveness of the applets. The findings of this study establish that in both methods the students improved their learning, however, the traditional method seemed to be more effective. Factors such as technological anxiety and previous mathematical experience may have influenced these results.

Resumen de Proyecto Presentado a Escuela Graduada de la Universidad de Puerto Rico como  
requisito parcial de los requerimientos para el grado de Maestría en Ciencias

**DESARROLLO Y EFECTIVIDAD DE *APPLETS* SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA  
CENTRAL COMO HERRAMIENTA DE ENSEÑANZA**

Por

Mestre, Luis Miguel

Julio 2018

Presidente: Dámaris Santana Morant, Ph.D.

Co- Presidente: Marggie González Toledo, Ph.D.

Departamento: Ciencias Matemáticas

Estudiantes de diferentes niveles académicos tienen ideas erróneas sobre el promedio, la mediana y la relación de estos con el conjunto de datos que representan y pueden ser mejorados usando herramientas tecnológicas. Algunas de estas herramientas son los *applets*. En este proyecto se desarrollaron e implementaron dos *applets* sobre medidas de tendencia central como herramientas de enseñanza en un curso de estadística introductoria en UPRM. Se diseñó un experimento donde un grupo control fue enseñado utilizando el método tradicional y otro utilizando los *applets* desarrollados. Un instrumento fue construido para cuantificar la efectividad de los *applets*. Los resultados de este estudio establecen que en ambos métodos los estudiantes mejoraron el aprendizaje; sin embargo, el método tradicional parece ser más efectivo. Factores como la ansiedad tecnológica y la experiencia matemática previa pudieron haber influenciado estos resultados.

© Copyright 2018 by Luis Miguel Mestre  
All Rights Reserved

## **DEDICATORIA**

Para mi familia

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecerle a mi familia por toda su ayuda y solidaridad en esta gratificante experiencia. Específicamente, quiero agradecer aún más a mis padres, Miguel Mestre y Carmen M. Caraballo, a mi hermano Miguel A. Mestre y mi madrina Miriam Caraballo, por todo su apoyo, ayuda incondicional y tiempo. También agradezco a mis amigos que se han convertido como mi familia y por hacer de esta experiencia una inigualable.

Agradezco, también, a la Dra. Dámaris Santana Morant y a la Dra. Marggie González Toledo, por su compromiso, ética, responsabilidad con sus estudiantes, su profesión y la educación. No solamente aprendí de ustedes de su experiencia y conocimiento, sino de su ejemplo. Gracias por su dedicación, recomendaciones, correcciones y disciplina.

## Tabla de Contenido

ABSTRACT (English).....	II
RESUMEN (Español).....	III
DERECHOS DE AUTOR.....	IV
DEDICATORIA.....	V
AGRADECIMIENTOS.....	VI
LISTA DE TABLAS.....	X
LISTA DE FIGURAS .....	XI
CAPÍTULO I - INTRODUCCIÓN.....	1
Planteamiento del Problema.....	2
Organización del documento.....	3
CAPÍTULO II- REVISIÓN DE LITERATURA.....	4
Razonamiento estadístico.....	4
Tendencia central como tópicos de enseñanza.....	5
¿Qué conocimiento tienen los estudiantes sobre el concepto de media? .....	5
¿Cómo desarrollar el conocimiento de la media correctamente? .....	7
Tecnología en la educación estadística .....	7
<i>Applets</i> y sus componentes.....	9
<i>Applets</i> como herramienta de enseñanza. ....	9
CAPÍTULO III- MÉTODOS .....	12
Diseño del estudio .....	12
Muestra obtenida.....	15
Construcción de los <i>Applets</i> .....	18
Applet <i>Create your own dataset</i> .....	18
Applet <i>Fixed Distributions</i> .....	20
Diseño y desarrollo de la clase.....	23
Introducción al concepto de Distribución.....	23
Introducción al concepto de Centro (Medidas de Tendencia Central).....	24
Método tradicional en la Sección SA.....	26
<i>Applets</i> en la sección CA.....	26

Recopilación de datos.....	27
Análisis de datos.....	28
Comparación de medias.....	30
Análisis de Regresión Múltiple .....	33
CAPÍTULO IV- RESULTADOS .....	37
Resultados generales respecto a las secciones SA y CA.....	37
Contestaciones de incisos siete al diez.....	40
Resultados generales del avalúo.....	44
Observaciones no planificadas .....	45
CAPÍTULO V - DISCUSIÓN .....	50
Primera Pregunta de Investigación: ¿Existe alguna efectividad de los <i>applets</i> de medidas de tendencia central como herramienta de enseñanza en un curso de estadística introductoria? ..	50
Segunda Pregunta de Investigación: ¿Cuáles son los errores comunes, confusiones y dificultades que tienen los estudiantes en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria? .....	51
Limitaciones del estudio.....	51
Implicaciones del estudio.....	53
Trabajo Futuro.....	54
Conclusiones .....	54
Recomendaciones.....	55
CAPÍTULO VI- LITERATURA CITADA .....	56
CAPÍTULO VII - APÉNDICE .....	60
Apéndice A – Instrumento utilizado .....	60
Cuestionario.....	60
Incisos seis e inciso siete .....	61
Inciso ocho e inciso nueve.....	62
Inciso diez.....	63
Apéndice B – Hoja de Consentimiento .....	64
Apéndice C – Aprobación del CPSHI.....	68
Apéndice D – Validación de los supuestos de los modelos .....	69
Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la post-prueba y pre-prueba ....	69
Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la pre-prueba .....	71

Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la post-prueba..... 73

## Lista de Tablas

Tabla 1 - Incisos respecto a sus objetivos y <i>applets</i> .....	14
Tabla 2: Distribución del sexo de los estudiantes participantes .....	15
Tabla 3: Distribución del sistema educativo secundario.....	16
Tabla 4: Distribución del último curso visto de matemáticas en la Universidad.....	16
Tabla 5: Distribución respecto a la cantidad de estudiante que tomaron cursos de estadísticas o temas de estadísticas en la escuela superior.....	17
Tabla 6: Distribución respecto a ESMA 3015 como el primer curso visto de estadística.....	17
Tabla 7 - Pasos para llevar a cabo una prueba de hipótesis .....	32
Tabla 8 - Resumen de los estadísticos de las muestras .....	38
Tabla 9 - Modelo seleccionado para la diferencia de la puntuación en la post-prueba y en la pre-prueba.....	39
Tabla 10 - Resultados de Prueba de homogeneidad respecto a la frecuencia de contestaciones correctas por inciso .....	43
Tabla 11 - Frecuencia de éxito respecto al método de enseñanza .....	45
Tabla 12 - Modelo para la puntuación de la pre-prueba .....	47
Tabla 13 - Modelo para la puntuación de la post-prueba.....	49

## Lista de Figuras

Figura 1 - Ejemplo del UI del applet <i>Create your own data set</i> .....	19
Figura 2 - Ejemplo de un conjunto de datos en el applet <i>Create your own data set</i> .....	19
Figura 3 - Conjunto de 15 datos e histograma .....	20
Figura 4 - Ejemplo de distribución sesgada hacia la derecha del Applet <i>Fixed Distributions</i> .....	21
Figura 5 - Ejemplo de distribución simétrica usando el applet <i>Fixed Distributions</i> .....	21
Figura 6 - Ejemplo de distribución sesgada hacia la izquierda usando el applet <i>Fixed Distributions</i> .....	22
Figura 7 - Residuales Estudentizados de la diferencia de puntos de post-prueba y pre-prueba ...	69
Figura 8- Gráfica de Residuales de la diferencia de post-prueba y pre-prueba .....	70
Figura 9 - Residuales Estudentizados de la puntuación de la pre-prueba.....	71
Figura 10 - Gráfica de normalidad de residuales de la puntuación obtenida en la pre-prueba.....	72
Figura 11 - Residuales Estudentizados de la puntuación de la post-prueba .....	73
Figura 12 - Gráfica de normalidad de residuales de la puntuación obtenida en la post-prueba ...	74

## CAPÍTULO I - INTRODUCCIÓN

Muchos estudiantes de diferentes niveles académicos tienen ideas erróneas sobre el promedio, la mediana y la relación que tienen estas medidas con el conjunto de datos que representan (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Por esta razón, desde finales del siglo XX, en EE.UU, se exige la enseñanza del promedio para que los estudiantes puedan relacionarse con el concepto y construir el conocimiento sobre el mismo. (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Dependiendo de cómo el estudiante construya el concepto del promedio es la analogía y la idea que tendrá del mismo (Mokros & Russel, 1995). Con el fin de lograr enseñar correctamente el promedio, se recomienda desarrollar el concepto informalmente y luego formalizarlo (Garfield & Ben-Zvi, 2007).

Según Chance y Rossman (2006), la tecnología es una herramienta poderosa para la enseñanza de la estadística. Las herramientas tecnológicas son capaces de proveer acceso a conceptos e ideas complejas de la estadística e incluso hasta de corregir conceptos erróneos de los estudiantes (Rubin, 2007). Dentro de estas herramientas tecnológicas se encuentran los *applets* (Doi, Potter & Wong, 2016). Un *applet* es un programa codificado o componente de una gran aplicación que se utiliza mediante otro programa (Kamthan, 1999). En la web podemos encontrar colecciones de *applets* cuyo objetivo es enseñar diversos temas de estadística introductoria, como por ejemplo la colección de Rossman y Chance (Doi, Potter & Wong, 2016; Rossman & Chance, 2004) y el Laboratorio Virtual en Estadística de la Universidad de Rice (Lane *et al.*, 2008). A pesar de la accesibilidad de los *applets* en la web, no todos cumplen los estándares u objetivos específicos que pueda tener un profesor en un determinado momento (Doi Potter & Wong, 2016). Es por esto que se recomienda desarrollar *applets* en R Shiny (Doi, Potter & Wong, 2016). R Shiny permite que un *applet* se pueda personalizar a los objetivos que se quieren lograr y garantiza que el diseño de

un applet interactivo, dinámico, fácil de usar y manejar y visualmente ameno (Doi, Potter & Wong, 2016).

### **Planteamiento del Problema**

El proyecto “Desarrollo y efectividad de *applets* sobre medidas de tendencia central como herramienta de enseñanza” trata del desarrollo de *applets* y de medir la efectividad de los *applets* en la enseñanza en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductorio a nivel subgraduado. Es por esto, que el proyecto tiene cuatro propósitos principales; (1) desarrollar *applets* para la enseñanza de medidas de tendencia central; (2) cuantificar la efectividad de los *applets* como herramientas tecnológicas para la enseñanza en tópicos de medidas de tendencia central; (3) verificar qué factores pudiesen afectar dicha efectividad; (4) y estudiar, agrupar, analizar y describir cualitativamente los errores comunes sobre estos tópicos en un curso de estadística introductoria subgraduado de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.

Con el fin de lograr estos propósitos, se busca contestar las siguientes preguntas: (1) ¿Existe alguna efectividad de los *applets* de medidas de tendencia central desarrollados en el estudio como herramienta de enseñanza en un curso de estadística introductoria? (2) ¿Cuáles son los errores comunes, confusiones y dificultades que tienen los estudiantes en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria?

## **Organización del documento**

En el Capítulo II expondrá la revisión de literatura que establece la necesidad e importancia del desarrollo de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las estadísticas, específicamente en tópicos de medidas de tendencia central. En el Capítulo III se describirá, explicará y detallará los métodos usados en el estudio. Esto incluye la muestra obtenida, la construcción del instrumento utilizado, la construcción de los *applets*, el diseño del experimento, el diseño de la clase, el proceso de recopilación de datos, y análisis de los datos. El Capítulo IV se centra en la discusión de los resultados conseguidos durante este estudio. Finalmente, el Capítulo V presentará la discusión, las conclusiones e implicaciones de los resultados expuestos en el Capítulo IV.

## CAPÍTULO II- REVISIÓN DE LITERATURA

Este capítulo expone lo que se encontró en la literatura sobre el uso de *applets* para enseñar conceptos de medida de tendencia central en cursos introductorios de estadística. El capítulo comienza explicando el razonamiento estadístico y porqué este es crucial para el aprendizaje de medidas de tendencia central. Sigue con una discusión sobre el uso de la tecnología para enseñar estadísticas, en particular el uso de *applets*. Dentro de la discusión se mencionan los factores a considerar al momento de diseñar un applet para enseñar temas de medidas de tendencia central.

### **Razonamiento estadístico**

El razonamiento estadístico es definido como la forma en que las personas razonan las ideas estadísticas y entienden la información estadística (Bakker *et al.*, 2004). Es decir, es el hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos, en representación de los datos, o en resúmenes estadísticos respecto a un conjunto de datos. En adición a las interpretaciones, el razonamiento estadístico incluye conectar, relacionar o combinar diferentes conceptos (como centro y variabilidad) o inferencias entre los datos y las probabilidades (Bakker *et al.*, 2004).

## **Tendencia central como tópicos de enseñanza**

Algunos estadísticos o parámetros que miden la tendencia central son el promedio y la mediana. Dichas mediciones son fundamentales en el entendimiento de la estadística ya que son la base para entender futuros conceptos como la variabilidad, e incluso la comparación entre dos conjuntos de datos (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Sin embargo, muchos estudiantes de todos los niveles escolares (desde primario hasta universitario) tienen ideas erróneas sobre que son estas medidas y la relación que tienen con el conjunto de datos que representan. A consecuencia de esta situación, desde la década de los 80, el departamento de educación federal de Estados Unidos de América exige en su currículo, a nivel primario, la enseñanza del promedio para que, desde una temprana edad, los estudiantes puedan relacionarse con el concepto y construir su conocimiento sobre el mismo (Garfield & Ben-Zvi, 2007).

**¿Qué conocimiento tienen los estudiantes sobre el concepto de media?** Según Mokros y Russel (1995), los estudiantes y los maestros de cuarto grado a octavo grado que construyan el concepto del promedio como algo razonable tienen un concepto representativo; sin embargo, es un concepto que no está bien articulado respecto a la definición matemática de la media. Por otro lado, los estudiantes que construyan un concepto de la media como un algoritmo o proceso basado en la fórmula matemática, no tienen un concepto representativo del promedio. En otro punto, los estudiantes que visualizan y construyen el concepto de la media sobre un análisis o relación con un punto medio, trabajan muy bien el concepto siempre y cuando el conjunto de datos cumpla con las propiedades simétricas. No obstante, en un ejemplo donde se expone una distribución sesgada, los estudiantes y maestros tienen una gran dificultad de poder hallar o relacionar la media con los datos (Mokros & Russel, 1995).

Anteriormente se había observado que usar la analogía de punto medio para explicar la media hacía que los estudiantes pensaran erróneamente que el promedio de un conjunto de datos no depende de los mismos (Mevarech, 1983). Esta analogía incorrecta afecta el entender otros conceptos como la media ponderada ya que los estudiantes universitarios suponen que todos los datos tienen el mismo peso no importa la distribución de los datos (Polltasek, Lima & Well, 1981). Es por esto, que se recomienda que los estudiantes, en el salón de clases, trabajen con un conjunto de datos para que puedan relacionar y visualizar el concepto del promedio con dicho conjunto. (Mokros & Russel, 1995)

El Concilio Nacional de Maestros de Matemática, NCTM por sus siglas en inglés, estableció en el año 2000 que los estudiantes de escuela secundaria (nivel pre universitario) deben saber mostrar y describir una distribución y sus propiedades, calcular estadística descriptiva y reconocer la mediana y el promedio en una distribución sesgada. Sin embargo, Shaughnessy y Zawojewski (2000) y Groth (2003), establecieron que estudiantes en niveles primarios y niveles secundarios e incluso a nivel pre universitario deciden incorrectamente la medida de tendencia central que va a describir el conjunto de datos.

**¿Cómo desarrollar el conocimiento de la media correctamente?** La manera perfecta u óptima sobre cómo enseñar el concepto de media, que herramientas son las correctas y necesarias y desde que nivel se debe enseñar el concepto, aún son puntos de discusión en el campo de la educación estadística. A pesar de esto, si se ha visto un panorama bastante claro en qué no hacer para enseñar el concepto de media. No se debe enseñar el algoritmo del promedio sin antes explicar el concepto del promedio ya que esto desconecta al estudiante del concepto informal que puedan tener sobre la media y la mediana (Mokros & Russell, 1995).

Por otro lado, también se ha visto un consenso en algunas recomendaciones en la enseñanza de la media. Se recomienda desarrollar este concepto informalmente; luego, cuando se comience la construcción del conocimiento, se formaliza (Garfield & Ben-Zvi, 2007). También, se recomienda que las actividades sean enfocadas a la comparación y contrastación de las propias percepciones del estudiante respecto a sus propias ideas y que el mismo estudiante vea las diferencias que su percepción y el concepto de manera empírica y teórica tienen (Clement, 1987).

### **Tecnología en la educación estadística**

La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; ésta influencia las matemáticas enseñadas y mejora el aprendizaje del estudiante (Mundy & Martin, 2000). Las herramientas tecnológicas se deben usar para que el estudiante visualice y analice los datos, y no que mecanice un proceso o un algoritmo en específico (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Cuando se usan herramientas tecnológicas deben ser enfocadas en representar el conjunto de datos, ya sea usando histogramas o gráficas de cajas, o permitiendo la manipulación de diferentes perspectivas de la representación de un conjunto de datos. En otras palabras, las herramientas tecnológicas se deben usar para visualizar y hacer entender ideas abstractas (Garfield & Ben-Zvi, 2007). De hecho, las herramientas tecnológicas tienen la capacidad de proveer accesibilidad a conceptos e ideas

complejas de estadística. Diferentes estudios han mostrado que las herramientas tecnológicas han sido incorporadas con el fin de apoyar y guiar los conceptos erróneos de los estudiantes hacia una perspectiva correcta de dichos conceptos (Rubin, 2007). Según Chance y Rossman (2006), la tecnología y la simulación son dos herramientas poderosas para enseñarles estadística a los estudiantes.

A pesar de la gran efectividad que pueden ofrecer las herramientas tecnológicas en la enseñanza de estadística, según Chan e Ismail (2012) hay algunas dificultades a la hora de la implementación de estas herramientas en el salón de clases. Primero, los estudiantes luego de haber utilizado la herramienta tecnológica, tienen dudas y dificultades respecto al tema. Segundo, algunos estudiantes son muy dependientes de la computadora y siempre suponen que todos los resultados son correctos, sin importar la diferencia entre los resultados (Chan & Ismail, 2012). Tercero, algunos profesores y estudiantes pudieran enfrentar ansiedad tecnológica al utilizar estas nuevas herramientas tecnológicas. Es por esto, que algunos autores (e.g., Lesser & Wagler, 2014) recomiendan algunas herramientas tecnológicas ya establecidas. Lesser y Wagler (2014) recomiendan utilizar diferentes representaciones del concepto del promedio e incluso hace referencia a diferentes *applets* en la web como:

- <http://www.shodor.org/interactivate/activities/PlopIt/>
- [http://onlinestatbook.com/2/summarizing\\_distributions/balance.html](http://onlinestatbook.com/2/summarizing_distributions/balance.html)
- <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3576>

***Applets y sus componentes.*** Los *applets* son programas codificados o componentes de una gran aplicación que se utilizan mediante otro programa (mayormente en la web). Los *applets* son codificados en varios lenguajes de programación (Kamthan, 1999). Uno de los lenguajes de programación más utilizado desde a finales del siglo XX es Java applet y recientemente se usan otros lenguajes y software como HTML (Kamthan, 1999). Los java *applets* son programas escritos en Java que requieren un buscador del WWW u otra aplicación de Java para poder ejecutarse (Kamthan, 1999). Java es muy popular entre personas que desarrollan *applets* debido a que es un lenguaje sencillo orientado a objetos, fácil de interpretarlo, robusto, seguro, arquitectamente neutral, y dinámico. Este lenguaje también es reconocido por sus ventajas a la hora de codificar Java *applets* y ejecutarlas en la web como: su rapidez, la interacción del usuario, y la portabilidad e independencia de su plataforma (Kamthan, 1999). A pesar de que también es reconocido por que el mantenimiento se puede hacer desde un mismo ambiente (Java API) muchas personas tienen dificultades en la actualización y mantenimiento de dichos programas. Aunque el mantenimiento se lleva a cabo en un mismo ambiente, el costo respecto al tiempo de este mantenimiento es muy alto (Kamthan, 1999).

***Applets como herramienta de enseñanza.*** En algunas recomendaciones se expone que en la enseñanza del área de estadística se debe utilizar datos reales para que los estudiantes relacionen los conceptos estadísticos con los conjuntos de datos. También, se recomienda el uso de la tecnología para desarrollar el entendimiento conceptual y análisis de datos (Kahle, 2014; GAISE, 2005). Hoy día, hay muchos *applets* disponible en la web como la colección de Rossman y Chance, y el Statistics Online Computational Resource (Doi, Potter & Wong, 2016; Lane *et val.*, 2008). Sin embargo, cada uno de esos *applets* se diseñó con unos objetivos que, en la mayoría de los casos, solamente sus autores conocen. Por lo tanto, muchos profesores tratan de personalizar estos *applets*

a las necesidades de sus cursos (Doi, Potter & Wong, 2016). A pesar de ello, ese proceso de personalizar requiere tener acceso al código del applet de interés. Al tener el código del applet y querer modificarlos para unos objetivos en particulares, se requiere programar en lenguajes como JAVA, HTML, CSS o PHP (Doi, Potter & Wong, 2016). Por lo que, si el profesor no tiene dominio de los lenguajes de programación, dificulta el poder personalizar el applet ya hecho. Esto, además, requiere de un alto costo de tiempo, por lo que querer personalizar un applet ya existente, no es un método costo efectivo. Es por esto, que se recomienda crear un propio applet para los objetivos y propósitos que el profesor necesite en el salón de clases. (Doi, Potter & Wong, 2016).

Chang, Cheng, Allaire, Xie y McPherson (2015) recomiendan Shiny, un paquete y tecnología de R Studio, como una alternativa para desarrollar y crear *applets*. Una de las ventajas de Shiny es que solamente se necesita programar en R (Doi, Potter & Wong, 2016). De hecho, hoy día es muy común que muchos profesores usen R Shiny para crear sus propias herramientas tecnológicas, mayormente Shiny *applets*. El desarrollar y crear *applets* en Shiny garantiza un applet que es interactivo, dinámico, fácil de usar y manejar, y visualmente ameno en la enseñanza de las estadísticas (Doi, Potter & Wong, 2016). Sin embargo, los Shiny *Applets* tienden a tener limitaciones en sus animaciones dinámicas en comparación con *applets* hechos en otros software y ser más lento que otros *applets* (Doi, Potter & Wong, 2016).

Con el fin de; (1) desarrollar *applets* para la enseñanza de la estadística; (2) cuantificar la efectividad de los *applets* como herramientas tecnológicas para la enseñanza en tópicos de medidas de tendencia central; (3) verificar qué factores pudiesen afectar dicha efectividad; (4) y estudiar, agrupar, analizar y describir cualitativamente los errores comunes sobre estos tópicos se quiere lograr contestar las siguientes preguntas: ¿Hay efectividad de los *applets* sobre medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria? ¿Cuáles son los errores comunes,

confusiones y dificultades que tienen los estudiantes en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria?

## CAPÍTULO III- MÉTODOS

Este capítulo comienza estableciendo el diseño del estudio, continúa exponiendo la muestra obtenida y la descripción de la misma basadas en los factores considerados en este estudio. Luego, explica la construcción de los *applets* y los diseños de las clases. Al finalizar dichas secciones, continúa explicando la recopilación de los datos y los métodos utilizados para su análisis. El análisis de los datos se basa principalmente en la comparación de medias y del análisis de regresión múltiple.

### **Diseño del estudio**

El propósito de este experimento es medir la efectividad de los *applets* como método de enseñanza sobre tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria. En dos secciones de un curso de estadística introductoria de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez, con el mismo profesor, se enseñó en un mismo formato a ambas secciones y en el mismo día, lunes 12 de marzo del 2018. La única diferencia entre ambas secciones, respecto a su orden, estructura, y métodos de enseñanza, fue el uso de los *applets* y el horario de las secciones. La sección CA fue desde las 8:30 a.m. hasta las 9:20 a.m. mientras que la sección SA fue desde las 7:30 a.m. hasta las 8:20 a.m. El método de enseñanza en la sección Sin *Applets* (SA) usó el método tradicional con el cual el profesor se enseña tópicos de medidas de tendencia central, mientras que la sección Con *Applets* (CA) usó los *applets* desarrollados y construidos en este estudio para la enseñanza de tópicos de medidas de tendencia central.

Con el propósito de describir a los estudiantes de acuerdo a los factores considerados y calcular las puntuaciones de los participantes antes y después de la clase se diseñó un instrumento (ver Apéndice A). El instrumento tiene dos partes. La primera parte se define como *cuestionario*, donde se le pregunta al estudiante sus datos en cinco incisos. El propósito del cuestionario es poder

recopilar información de los factores considerados en este estudio. Todos los incisos tienen como fin: (1) recolectar datos de factores considerados en el experimento para determinar alguna significancia de estos en el desempeño del aprendizaje en tendencia central; y (2) observar si hay alguna relación entre el método de enseñanza y los factores considerados. Los incisos del cuestionario, respectivamente, recopilan datos de los participantes sobre el sexo, el sistema educativo secundario (i.e., sistema público, sistema privado, o “*homeschooling*”), el haber tomado algún curso de estadística o temas de estadística en las clases de matemáticas durante la escuela superior, el último curso de matemáticas visto y finalmente si ha visto por primera vez el curso de estadística introductoria ESMA 3015. El quinto inciso, implícitamente, busca recopilar cuantos estudiantes, si algunos, han repetido el curso de estadística introductoria.

La segunda parte se define como *avalúo*, que busca cuantificar el conocimiento que tiene el estudiante respecto a los tópicos de medidas tendencia central. El mismo contiene cinco incisos (incisos seis al diez en el instrumento). El avalúo se enfoca en: (1) interpretar histogramas y su relación con las medidas de tendencia central de un conjunto de datos. (2) Identificar, hallar y ubicar medidas de tendencia central en histogramas. (3) Calcular medidas de tendencia central de un conjunto de datos utilizando algoritmos matemáticos. (4) Observar razonamiento estadístico respecto a las medidas de tendencia central. A continuación, se expondrá un prototipo del avalúo que se utilizó para cumplir los objetivos del estudio. El instrumento utilizado se encuentra en el Apéndice A. Por tanto, se pueden ver los incisos del cuestionario y el avalúo.

El inciso seis expone un problema el cual incluye un conjunto de datos. Con dicho conjunto de datos, los estudiantes tienen que calcular el promedio y la mediana, utilizando algún algoritmo matemático. La pregunta de este inciso es abierta. El inciso siete, también una pregunta abierta, establece un conjunto de cinco datos y el promedio y la mediana de dicho conjunto de datos, donde

ambas medidas son iguales. En este inciso, se quiere hallar un sexto dato que logre hacer que el promedio sea mayor que la mediana y explicar por qué ese dato añadido logra el objetivo. Con ésto, se busca observar si se entendió la diferencia de la relación de los valores atípicos respecto al promedio y la mediana.

En los incisos ocho y nueve, se muestran cuatro histogramas (dos simétricos y dos asimétricos). En ambos incisos se pregunta diferentes casos respecto a la ubicación del promedio y la mediana (si el promedio es menor, mayor o igual a la mediana). El objetivo de estos incisos es observar la relación de la ubicación del promedio y la mediana respecto a la distribución del conjunto de datos. Por último, en el inciso diez, muestra una distribución por medio de un histograma con el fin de identificar el promedio de la distribución. El inciso busca medir la relación de los histogramas con la ubicación de las medidas de tendencia central.

Los objetivos de los incisos del avalúo se resumen en la Tabla 1, y seorean con el applet que busca desarrollar esa destreza. La explicación y procedimiento para la construcción de los *applets* se encuentra luego en este capítulo.

Tabla 1 - Incisos respecto a sus objetivos y *applets*

<b>Incisos</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Applet</b>
<b>Inciso 6</b>	Calcular el promedio y la mediana, utilizando algún algoritmo matemático discutido en clase.	Ningún Applet
<b>Inciso 7</b>	Hallar un sexto dato que logre hacer que el promedio sea mayor que la mediana y explicar porque ese dato añadido logra el objetivo.	“Create your own data set”
<b>Inciso 8</b>	Identificar la posición relativa del promedio con respecto a la mediana en distribuciones asimétricas.	“Fixed Distributions”
<b>Inciso 9</b>	Identificar la posición relativa del promedio con respecto a la mediana en distribuciones simétricas	“Fixed Distributions”
<b>Inciso 10</b>	Identificar el promedio en una distribución simétrica	“Fixed Distributions”

## Muestra obtenida

Se obtuvo una muestra de 50 participantes; 24 participantes en la sección CA y 26 participantes en la sección SA. Los participantes de este estudio son aquellos estudiantes matriculados en dos secciones del curso ESMA 3015 en el momento del estudio. Ambas secciones fueron ofrecidas por el mismo profesor. El grupo experimental fue seleccionado de forma aleatoria de entre las dos secciones del curso. La sección CA fue el grupo experimental y el mismo tuvo su clase a las 8:30 a.m. mientras que la sección SA, el grupo control, tuvo su clase a las 7:30 a.m. Antes de comenzar con el estudio, se siguió el protocolo institucional para realizar investigaciones con seres humanos. Luego de recibir aprobación del Comité para la Protección de los Seres Humanos en la Investigación (vea Apéndice C.), los estudiantes de ambas secciones fueron invitados a participar del estudio y a consentir su participación mediante una Hoja de Consentimiento Informado (ver Apéndice B). En las próximas cinco tablas, se describe la muestra obtenida, según los factores considerados en el instrumento.

Describiendo la muestra según el sexo de los participantes (Tabla 2), en ambas secciones más del 50% de los participantes se identificaron como mujeres. La sección SA tiene aproximadamente 15% más mujeres que la sección CA.

Tabla 2: Distribución del sexo de los estudiantes participantes

<b>Sexo</b>	<b>Sección CA (n = 24)</b>	<b>Sección SA (n = 26)</b>
<b>Femenino</b>	58.33%	73.08%
<b>Masculino</b>	41.67%	26.92%

Basado en el sistema educativo secundario de los participantes, en el caso de la sección SA, la misma tiene sobre un 75% de los participantes provenientes del sistema educativo secundario público. Ningún estudiante se identificó como estudiante proveniente de un sistema “Home Schooling”.

Tabla 3: Distribución del sistema educativo secundario

<b>Sistema Educativo</b>	<b>Sección CA (n = 24)</b>	<b>Sección SA (n = 26)</b>
<b>Pública</b>	50.00%	76.92%
<b>Privada</b>	50.00%	23.08%

Respecto al último curso de matemática visto en el RUM en ambas secciones (Tabla 4), sobre el 50% de los participantes tienen como base el curso de Razonamiento matemático. Se puede observar que la sección CA tiene más de 10% de participantes que tomaron el curso de Razonamiento Matemático en comparación con la sección SA. Además, el 33.33% de los participantes de la sección CA tomaron un cursos de matemática más compleja y avanzada (Pre Cálculo y Cálculo) en comparación con el 38.46% de la sección SA. Así que, en la sección SA hay sobre un 5% de estudiantes que han tomado más cursos avanzados de matemática en comparación con la sección CA.

Tabla 4: Distribución del último curso visto de matemáticas en la Universidad

<b>Última clase vista de matemática</b>	<b>Sección CA (n = 24)</b>	<b>Sección SA (n = 26)</b>
<b>Razonamiento Matemático</b>	66.67%	57.69%
<b>Pre Cálculo</b>	4.17%	15.38%
<b>Cálculo</b>	29.16%	23.08%
<b>Otros</b>	0.00%	3.85%

Sobre una tercera parte de los participantes de ambas secciones tuvieron algún curso o han visto temas de estadísticas en al menos un curso de matemáticas en la escuela superior (Tabla 5). Se puede observar que la mitad de los participantes de la sección SA han visto temas de estadística en su escuela superior. La sección SA tiene al menos un 12.5% más de participantes que ya han sido expuestos a temas de estadística en comparación con la sección CA.

Tabla 5: Distribución respecto a la cantidad de estudiante que tomaron cursos de estadísticas o temas de estadísticas en la escuela superior

<b>Contestación</b>	<b>Sección CA (n = 24)</b>	<b>Sección SA (n = 26)</b>
<b>Si</b>	37.50%	50.00%
<b>No</b>	50.00%	34.62%
<b>No se acuerda</b>	12.50%	15.38%

Finalmente, en ambas secciones, sobre el 90% de los participantes ven por primera vez el curso de estadística ESMA 3015 (Tabla 6). Sin embargo, la sección SA tiene una mayor frecuencia, con un 96.15% de estudiantes que han visto dicho curso por primera vez. Esto en comparación con el 91.67% de participantes de la sección CA.

Tabla 6: Distribución respecto a ESMA 3015 como el primer curso visto de estadística

<b>Contestación</b>	<b>Sección CA (n = 24)</b>	<b>Sección SA (n = 26)</b>
<b>Si</b>	91.67%	96.15%
<b>No</b>	8.33%	3.85%

## Construcción de los *Applets*

Los *applets* se desarrollaron en R Shiny, un paquete de R Studio que se enfoca en el desarrollo de *applets* en el área de la estadística (Doi, Potter & Wang, 2016). R Shiny desarrolla y mantiene los *applets* en tres partes: el UI (interface del usuario), el *server* (servidor) y finalmente el *runapp* (para correr la aplicación). El UI del applet se basa en la interface del usuario. Por tanto, en esta parte se desarrolló la forma, se guardaron las entradas y se expusieron las salidas (resultados). Es decir, se trabajaron los componentes que tienen contacto directo con el usuario. El *server* es donde se definen como variables las entradas del usuario y en base a esta información se definieron y relacionaron las respectivas salidas. Finalmente, el *runapp*, es donde se conectaron los componentes del interface del usuario y del servidor. Se crearon dos *applets*: el primero “Create your own data set” y el segundo “Fixed Distributions” descritos a continuación.

**Applet *Create your own dataset*.** El propósito de este applet es poder visualizar dinámicamente cómo cambia la posición relativa del promedio y la mediana de un conjunto de datos a medida que se añaden y eliminan datos. Es decir, este applet muestra dinámicamente las propiedades del promedio y de la mediana, y la relación de los datos con estas medidas de tendencia central. Las entradas numéricas son un conjunto de datos dados por el usuario. Al usuario entrar dichos valores, puede visualizar dinámicamente una gráfica de puntos. Dicha gráfica expone los datos, el promedio y la mediana del conjunto de datos. A medida que se van añadiendo datos, la gráfica, de forma dinámica, se va actualizando. Si el conjunto de datos es de 15 o más datos, el usuario puede seleccionar si desea ver el histograma del conjunto de datos. La gráfica de puntos expone a su vez el promedio y la mediana del conjunto de datos. Adicional a esto, se expone una leyenda estableciendo los colores que distinguen la línea del promedio y la línea de la mediana.

En la Figura 1 se puede ver el GUI (interface de usuario general) del applet *Create your own data set*. En este ejemplo, dos datos fueron introducidos como entradas. Estos datos se visualizan como puntos en la gráfica de puntos. El promedio y la mediana se muestran como una línea azul y roja, respectivamente. En este caso, ambas medidas de tendencia central son iguales.

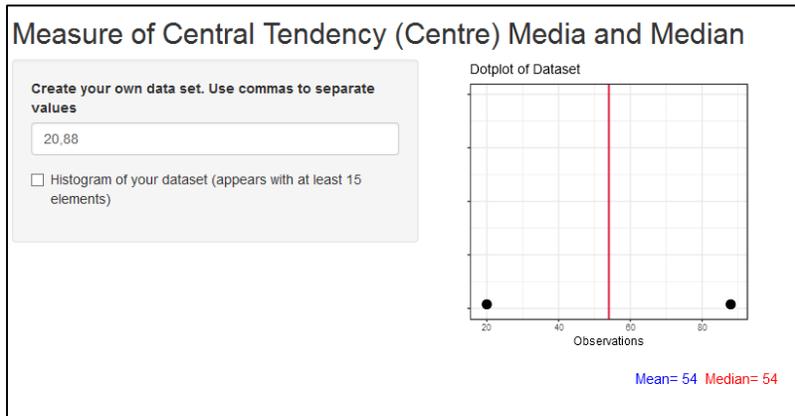


Figura 1 - Ejemplo del UI del applet *Create your own data set*

En la Figura 2, se introdujo un conjunto de datos de seis datos. En la figura se puede ver como la mayoría de los datos están agrupados en la derecha, excepto un valor atípico que se encuentra a la izquierda. En este ejemplo, el promedio es menor a la mediana, y ambas medidas se visualizan en sus respectivos colores.

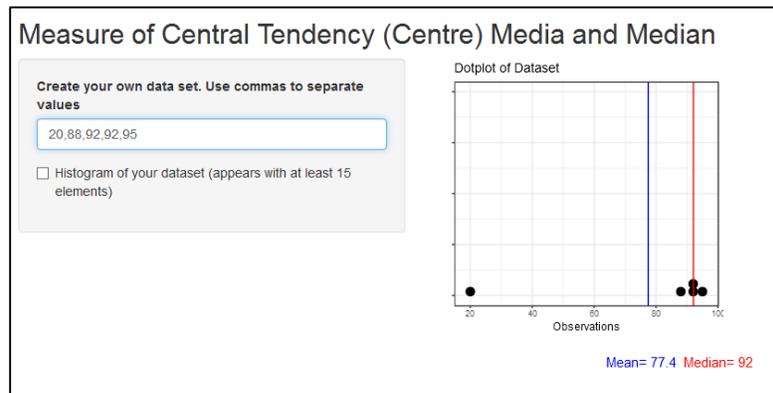


Figura 2 - Ejemplo de un conjunto de datos en el applet *Create your own data set*

En la Figura 3, se puede ver otro ejemplo de un conjunto de 15 datos. Al tener 15 datos o más y marcar la caja de cotejo correspondiente, aparece el histograma del conjunto de datos creado.

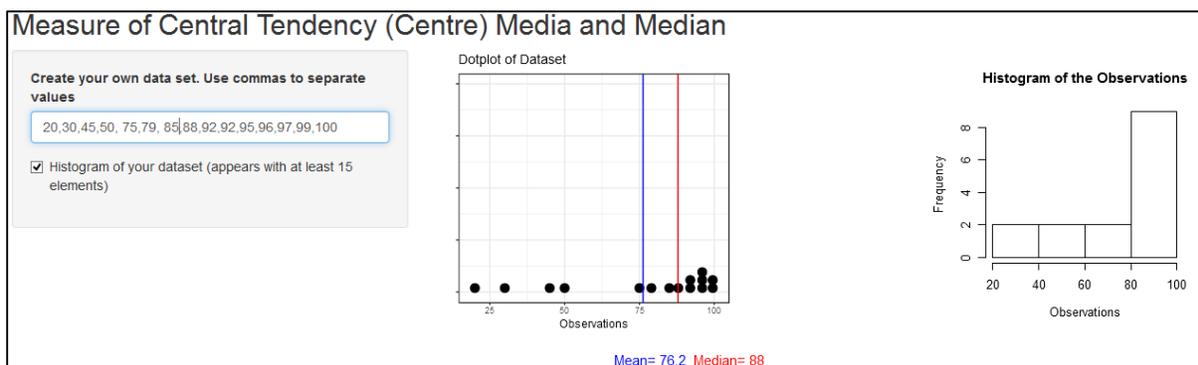


Figura 3 - Conjunto de 15 datos e histograma

**Applet *Fixed Distributions*.** El propósito de este applet es visualizar los diferentes tipos de distribuciones y la ubicación del promedio y la mediana en estas distribuciones. Por lo tanto, con este applet se visualiza la relación de la forma de la distribución de un conjunto de datos con su promedio y mediana. En este caso el usuario puede seleccionar un conjunto de datos predeterminado por el applet (hay cinco conjuntos de datos diferentes). Dichas selecciones representan las siguientes distribuciones: distribución sesgada hacia la derecha, distribución sesgada hacia la izquierda, y distribuciones simétricas en forma de campana, uniforme y en forma de U. A la distribución seleccionada se le expone su gráfica de puntos, su histograma y sus medidas de tendencia central (el promedio, y la mediana).

En las Figuras 4 al 6 se muestra el GUI del applet con diferentes ejemplos de las posibles distribuciones disponibles. En la Figura 4, se puede ver un ejemplo de una distribución sesgada hacia la derecha. En el GUI se observa la gráfica de puntos y el histograma de la distribución

seleccionada. En la gráfica de puntos, se puede observar que el promedio y la mediana se identifican como una línea azul y una línea roja, respectivamente.

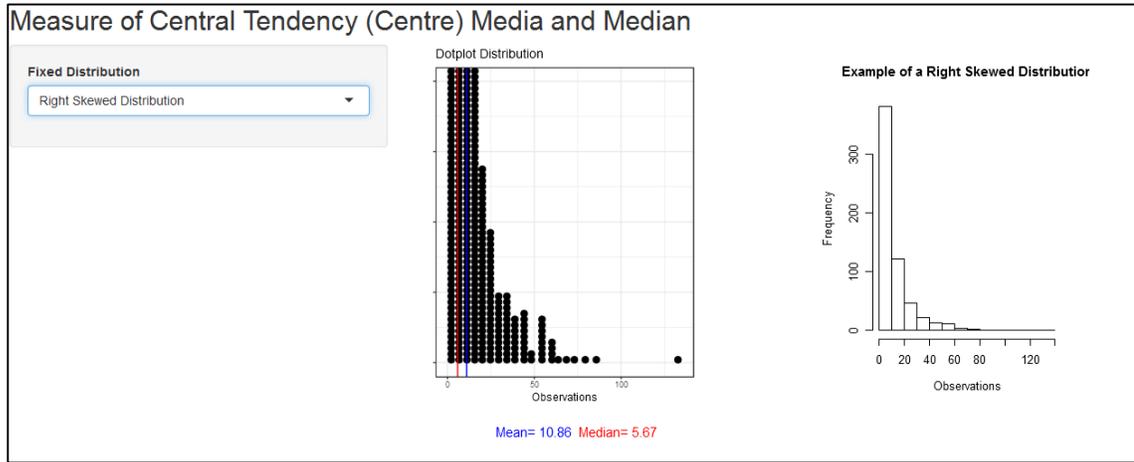


Figura 4 - Ejemplo de distribución sesgada hacia la derecha del Applet *Fixed Distributions*

En la Figura 5, se puede ver la gráfica de puntos e histograma de una distribución simétrica. En este caso, la línea azul y la línea roja están sobrepuestas, por lo que el promedio y la mediana son aproximadamente iguales.

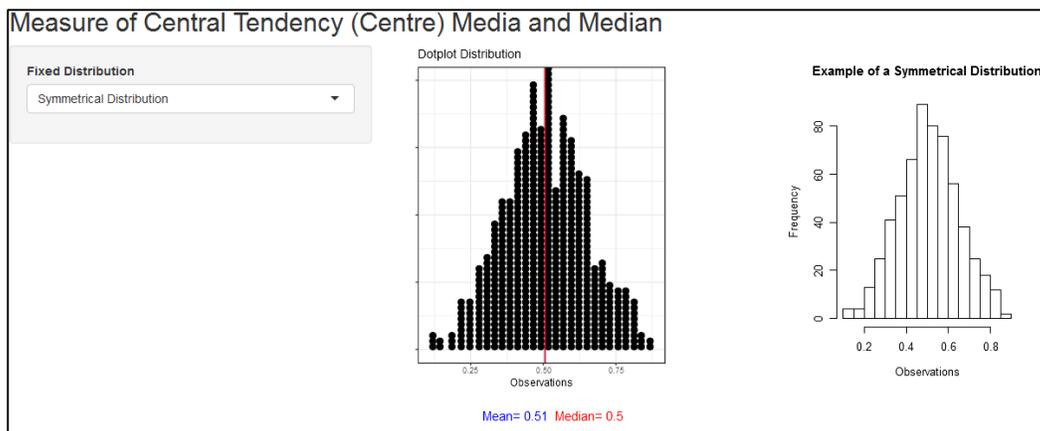


Figura 5 - Ejemplo de distribución simétrica usando el applet *Fixed Distributions*

En la Figura 6, se muestra una distribución sesgada hacia la izquierda

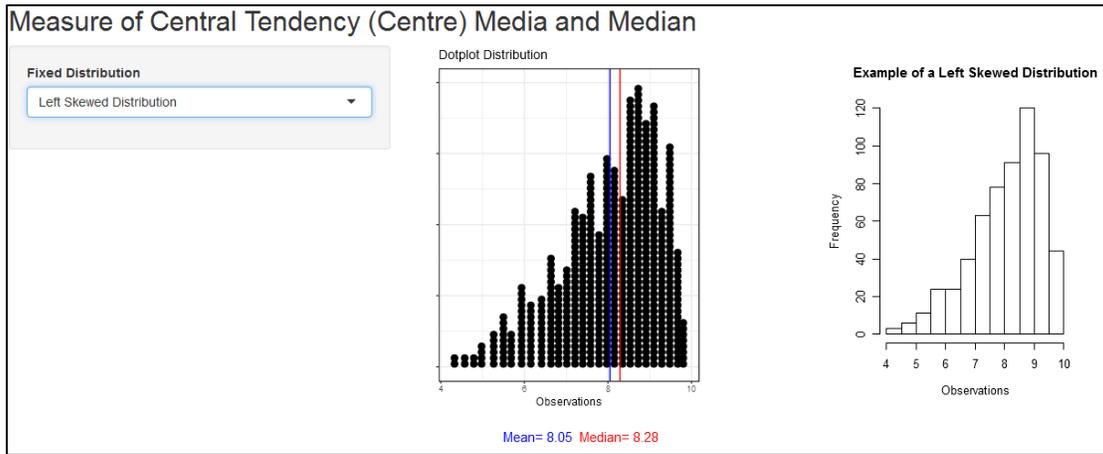


Figura 6 - Ejemplo de distribución sesgada hacia la izquierda usando el applet *Fixed Distributions*

## **Diseño y desarrollo de la clase**

**Introducción al concepto de Distribución.** La profesora expuso qué es una distribución y cómo se visualiza en un histograma. Mientras se visualizaba una distribución en un histograma, se introdujo el concepto de valores atípicos. Como ejemplo, se mostró una distribución que representaba el área superficial (en  $km^2$ ) de diferentes países. Se interpretó dicha distribución viendo que la mayoría de los países tienen un área superficial pequeña, y que pocos países tienen un área superficial muy grande. Se pudo observar que uno de los países con una gran área superficial era un valor atípico debido a que se alejaba demasiado de la mayoría de los datos. Luego de haber explicado brevemente la distribución simétrica, se expusieron los diferentes tipos de distribución más conocidas (distribución simétrica, distribuciones asimétricas, y distribución uniforme) por medio de histogramas. Los estudiantes observaron que los histogramas siempre muestran la relación entre una variable cualitativa y sus frecuencias.

Con el propósito de finalizar la primera parte de la clase, se les expuso un caso donde se desea mirar la relación entre dos variables cuantitativas. Para esto, se introdujo la gráfica de dispersión y se estableció cuando la misma se utiliza. Se dio como ejemplo la gráfica de dispersión de la estatura y el peso de un conjunto de osos. Con este ejemplo, se explicó cómo leer los pares ordenados y cómo esta gráfica muestra una relación entre ambas variables cuantitativas. Esto terminó el tema de gráficas en estadística descriptiva y dio paso al estudio de medidas estadísticas.

Se comenzó discutiendo dos ejemplos para motivar el estudio de las medidas de tendencia central y variabilidad. El primer ejemplo fueron dos conjuntos de datos que indicaban la cantidad de minutos que dos hospitales se tardaban en atender a personas con dolor en el pecho. Se les preguntó a los estudiantes a cuál hospital ellos irían basado en los dos conjuntos de datos, mostrados en una tabla. Los estudiantes notaron que un hospital tenía mayor variabilidad que el

otro. El hospital donde variaba menos su tardanza al atender a personas con dolor en el pecho fue escogido. Con esto se estableció que nuestras decisiones no siempre se basan en medidas de centro. Luego se mostraron dos histogramas en forma de campana para contrastar las medidas de variabilidad y de centro. Al finalizar dicha explicación, se administró la pre-prueba durante 10 minutos.

**Introducción al concepto de Centro (Medidas de Tendencia Central).** Se introdujo el concepto de promedio exponiendo dos conjuntos de datos que representan las notas (en porcentaje) de un estudiante en un curso de estadística. El primer conjunto fue (85,88,92,92,95) y el segundo (20,88,92,92,95). Se calculó el promedio utilizando el algoritmo  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ . Se compararon los promedios de los dos conjuntos de datos. El promedio del primer conjunto es 90.4% (lo que equivale a una nota de A) mientras que para el segundo conjunto el promedio fue de 77.4% (lo que equivale a una nota de C). Se pudo observar que el promedio del segundo conjunto fue menor debido a que 20% es un valor atípico. Con esto, se concluyó que el promedio es afectado por los valores atípicos.

Con este ejemplo, se hizo una analogía donde el promedio es como una cuña que busca establecer un balance o punto de equilibrio. En este caso, el promedio busca el balance entre los datos. Quiere decir, que el promedio se afectará por los valores atípicos. Luego de explicar el promedio, se expuso el concepto de la mediana. Se explicó que la mediana es el punto central de los datos. Usando los mismos conjuntos de datos, se explicó el proceso de como hallar la mediana. Se halló la mediana en ambos conjuntos de datos y se observó que, para ambos conjuntos, fue 92%. Se concluyó que la mediana no se afecta por los valores atípicos.

Al tener las dos medidas del centro de distribución se compararon sus valores. Se pudo ver que la mediana se quedó igual para ambos conjuntos y que 92% representaba correctamente los datos de dichos conjuntos. Por otro lado, se pudo ver que el promedio del primer conjunto (90.4%) representaba efectivamente los datos; sin embargo, el promedio del segundo conjunto (77.6%) no. Esto permitió ver que cuando no hay valores atípicos, el promedio y la mediana son aproximadamente similares y que los valores atípicos hacen que el promedio y la mediana sean diferentes. Con esto, se pudo establecer de forma oficial que la mediana es un punto centro y no se afecta por valores atípicos mientras que el promedio es un punto de balance y si se afecta por los valores atípicos.

En general, la discusión sobre distribución, centro y variabilidad fue la misma para ambas secciones. Sin embargo, es en las medidas de tendencia central que cambia la forma en que se enseña estos temas. La sección CA utilizó los *applets* desarrollados en este estudio mientras que la sección SA utilizó un método tradicional. Primero, se explicará el método tradicional y luego el método que utilizó los *applets*.

## **Método tradicional en la Sección SA**

Al finalizar el ejemplo de los conjuntos de datos que representaban las notas de un estudiante en un curso de estadística, se estableció la relación entre el promedio y la mediana y el tipo de distribución de un conjunto de datos. Se expuso por medio de histogramas los tipos de distribuciones discutidos al inicio de la clase. Se estableció que cuando una distribución es simétrica, continua y contiene una sola moda (unimodal) el promedio y la mediana son aproximadamente iguales. Cuando la distribución es sesgada hacia la derecha, continua y unimodal el promedio suele ser mayor que la mediana. Cuando la distribución es sesgada hacia la izquierda, continua y unimodal el promedio suele ser menor que la mediana. Y finalmente, cuando la distribución es uniforme y continua el promedio y la mediana son aproximadamente iguales. Al terminar la explicación, se administró la post-prueba.

## ***Applets* en la sección CA**

Con el applet *Fixed Distribution*, se expuso los diferentes tipos de distribuciones básicas. Las diferentes distribuciones expuestas en clase fueron: la distribución simétrica, la distribución continua y unimodal sesgada hacia la derecha, la distribución continua y unimodal sesgada hacia la izquierda y la distribución continua uniforme. En la dinámica con este applet, se expuso en la interface las distribuciones conocidas con su promedio y mediana. Además, se podía ver el promedio, la mediana y la dispersión de los datos en dicha distribución. Esto permitía visualizar como los datos se concentraban y variaban en la distribución y la forma en que el promedio y la mediana se ajustaban al conjunto de datos. Con el histograma, se podía observar claramente la distribución de los datos y la forma que tenía. En general, con este applet, los estudiantes pudieron observar que a medida que cambiaba la forma de la distribución, el promedio y la mediana

cambiaban. En el caso del promedio, pudieron ver como se afectaba por los valores atípicos y que en las distribuciones asimétricas su valor es diferente al valor de la mediana.

Con el applet *Create your own data set* se mostró, como el promedio y la mediana reaccionaban al introducir un nuevo valor al conjunto de datos. Se utilizó el mismo ejemplo de los conjuntos de las notas de un estudiante de un curso de estadística introductoria para visualizar como cambiaban dichas medidas de tendencia central a medida que los datos se añadían. Finalmente, se les permitió usar el applet cinco minutos para que visualizaran libremente los datos de su predilección a medida que añadían valores y pudieran visualizar como ambas medidas cambiaban.

### **Recopilación de datos**

Los datos se recopilaron utilizando el instrumento diseñado para la investigación (pre-prueba y post-prueba). La información respecto a los factores considerados fueron recolectados por medio del inciso uno hasta el inciso cinco. La información respecto a los métodos de enseñanza se recopiló utilizando la parte del avalúo. Esta información es la que nos permite medir la efectividad y ver si los objetivos de los *applets* se cumplieron. Antes de comenzar con el concepto de tendencia central, se administró un cuestionario y el avalúo. La descripción de los incisos en el instrumento fueron detallados anteriormente. Los participantes tuvieron unos 10 minutos para completar dicho avalúo (pre-prueba). Luego de la pre-prueba la profesora continuó la clase introduciendo el concepto de centro. Luego de finalizar la explicación del tema, se administró el avalúo nuevamente (post-prueba). Los estudiantes tuvieron la misma cantidad de tiempo en la post-prueba que en la pre-prueba.

Los datos recopilados fueron almacenados en una base de datos protegida con un código, donde solamente el investigador principal tiene acceso. En esta base de datos se incluye las

contestaciones de cada inciso, tanto de la pre-prueba como la post-prueba de cada participante. Para mantener el anonimato de los participantes se utilizó un código de identificación escogido por los mismos participantes cuando firmaron la Hoja de Consentimiento Informado.

### **Análisis de datos**

Los datos recopilados del instrumento, fueron analizados descriptivamente. Primero, se calificaron las contestaciones del avalúo. Si el estudiante tenía una contestación correcta obtenía un punto y si no obtenía cero puntos. Luego, se sumaba la cantidad de puntos obtenidas por el estudiante. Un estudiante podía obtener desde cero hasta siete puntos. Al tener la cantidad de puntos obtenidos en la pre-prueba y en la post-prueba se calculó la diferencia de la puntuación en la post-prueba menos la puntuación en la pre-prueba.

La diferencia de los resultados de la post-prueba y la pre-prueba es el parámetro que mide la efectividad de los métodos de enseñanza. Dichas diferencias de las respectivas secciones, son comparadas para medir la efectividad de los métodos de enseñanza de los tópicos de medidas de tendencia central. Se definió  $\bar{x}_{d_{CA}}$  como el promedio de la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y la pre-prueba de la sección CA y  $\bar{x}_{d_{SA}}$  como el promedio de la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba de la sección SA. La hipótesis nula del estudio es:  $H_0: \mu_{d_{CA}} - \mu_{d_{SA}} = 0$ . En otras palabras, no hay diferencia entre las medias de las diferencias de las puntuaciones en la post-prueba y pre-prueba de las respectivas secciones. Por otro lado, la hipótesis alterna establece que  $H_1: \mu_{d_{CA}} - \mu_{d_{SA}} > 0$ . Es decir, la hipótesis alterna de este estudio establece que la media de las diferencias de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba de la sección CA es mayor a la media de las diferencias de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba de la sección SA.

Utilizando la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y la pre-prueba se llevó a cabo una comparación de medias para verificar si se rechazaba o no rechazaba las hipótesis establecidas en este estudio. Luego, por medio de un análisis de regresión múltiple se verificó la significancia de los factores considerados en la efectividad de los métodos de enseñanza teniendo como variable respuesta la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba y como variables predictoras los factores considerados, el método de enseñanza y la puntuación obtenida en el examen #1 del curso ESMA 3015. Se consideró la puntuación obtenida el examen #1 del curso ESMA 3015 como descriptor de la habilidad general de los estudiantes. Hubiera sido mejor usar el GPA; sin embargo no se colectó esta información.

Por otro lado, utilizando los incisos ocho, nueve y diez del avalúo se tabuló las frecuencias de las contestaciones y se analizaron por sección con el fin de verificar si los *applets* cumplían los objetivos por los cuales fueron desarrollados. En los incisos seis y siete, al ser preguntas abiertas, se categorizó por grupos las respuestas de los estudiantes. Se categorizaron las respuestas en grupos de correcto o de incorrecto. En general, en este estudio se utilizaron dos métodos estadísticos principales para medir la efectividad de los métodos de enseñanza: la comparación de medias y el análisis de regresión múltiple. A continuación una se dará una explicación de los métodos.

**Comparación de medias.** Según Daniel, W. W. y Cross, C. (2013) una comparación de medias es un método estadístico que se utiliza para saber sobre la diferencia entre dos poblaciones. En una comparación de medias entre dos poblaciones se establece como hipótesis nula,  $H_0$  que  $\mu_1 - \mu_2 = 0$  (no hay diferencia entre los promedios de las poblaciones) mientras que la hipótesis alterna,  $H_1$  pueden ser las siguientes posibilidades: (1)  $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$  (hay diferencia entre los promedios de las poblaciones) (2)  $\mu_1 - \mu_2 > 0$  (el promedio de la población uno es mayor que el promedio de la población dos) y (3)  $\mu_1 - \mu_2 < 0$  (el promedio de la población uno es menor que el promedio de la población dos).

Normalmente, en una comparación de medias se desconoce el promedio  $\mu$  y la varianza  $\sigma^2$  de la población, por lo que se utilizan los promedios y varianzas de las muestras ( $\bar{x}$  y  $s^2$ , respectivamente). Cuando se desconoce las varianzas de las poblaciones y la muestra no es suficientemente grande, se utiliza la distribución  $t$  para llevar a cabo la comparación de medias. Para utilizar la distribución  $t$  se debe suponer que las dos muestras están distribuidas normalmente y el cumplimiento de uno de dos posibles casos: (1) las varianzas de las poblaciones son iguales y (2) las varianzas de las poblaciones no son iguales (Daniel, Cross et, 2013). Solamente se explicará el caso (1).

Suponiendo que las varianzas desconocidas son iguales, la comparación de medias utilizará el estadístico de prueba

$$t_o = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde  $\bar{x}_1$  es el promedio de la muestra 1,  $\bar{x}_2$  es el promedio de la muestra 2,  $n_1$  es el tamaño de la muestra 1,  $n_2$  es el tamaño de la muestra 2, y

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

donde el estimador  $S_p^2$  es conocido como una varianza combinada (“Pooled variance”). Además, el estadístico sigue una distribución  $t$  con  $n_1 + n_2 - 2$  grados de libertad si las muestras son independientes, tienen varianzas iguales y siguen una distribución normal (Daniel & Cross. et, 2013). Estos estadísticos se utilizan con frecuencia en una prueba de hipótesis. Una prueba de hipótesis es un proceso de toma de decisiones que se basa de una hipótesis estadística con el fin de verificar si una hipótesis se puede apoyar según los datos disponibles. Las hipótesis estadísticas son hipótesis que se pueden verificar por medio de métodos estadísticos (Daniel et, 2013).

La prueba de hipótesis se basa de los pasos explicados en la Tabla 7:

Tabla 7 - Pasos para llevar a cabo una prueba de hipótesis

Paso	Explicación
Paso 1	Entender la naturaleza de los datos disponible para saber que prueba de hipótesis se llevará a cabo.
Paso 2	Considerar las suposiciones de la prueba de hipótesis escogida.
Paso 3	Establecer la hipótesis nula e hipótesis alterna de la prueba de hipótesis.
Paso 4	Elegir el estadístico que se utilizará como prueba.
Paso 5	Indicar la distribución del estadístico de prueba y establecer el nivel de significancia $\alpha$ .
Paso 6	Establecer la regla de decisión basado en las regiones de rechazo y no rechazo de la distribución establecida en el Paso 5.
Paso 7	Calcular el estadístico de prueba para verificar si se encuentra en la región de rechazo o en la región de no rechazo.
Paso 8	Llevar a cabo una decisión estadística que se base del estadístico de prueba calculado en el Paso 7, su ubicación en la distribución indicada y nivel de significancia establecido en el Paso 5. Si el estadístico de prueba se encuentra en la región de rechazo, se rechaza la hipótesis nula; por otro lado, si el estadístico de prueba se encuentra en la región de no rechazo, no se rechaza la hipótesis nula.
Paso 9	Establecer una conclusión basado en la decisión tomada en el Paso 8. Si la hipótesis nula fue rechazada se concluye que la hipótesis alterna es cierta; de otro modo, si la hipótesis nula no fue rechazada se concluye que la hipótesis nula puede ser cierta.
Paso 10	Hallar los valores $p$ ( $p$ -values). El $p$ -value es la probabilidad de observar un valor igual o más extremo que el estadístico de prueba definido por la hipótesis alterna (Daniel, Cross, et, 2013).

**Análisis de Regresión Múltiple.** Según Montgomery (2012), un análisis de regresión múltiple es una técnica que busca establecer un modelo empírico que pueda ilustrar la relación entre una variable respuesta o dependiente  $y$  y una o varias variables predictoras  $x$ . Las variables predictoras son aquellas que se usan para describir, predecir, estimar o controlar la variable respuesta.

El modelo que se busca entre la variable respuesta y variables predictoras por medio del análisis de regresión es uno lineal. Dicha relación lineal se describe por un coeficiente de regresión  $\beta$ . Es por esto que uno de los objetivos principales del análisis de regresión es ajustar el modelo a los datos estimando los coeficientes de regresión mayormente utilizando el método de cuadrados mínimos (Montgomery et, 2012). Cuando se tiene más de una variable predictora se considera una regresión múltiple.

Una regresión múltiple es aquella regresión que contiene dos o más variables predictoras o regresoras y es de la forma de la forma  $Y = X\beta + \epsilon$ , donde

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2p} \\ & & & \vdots & & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \epsilon = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

donde  $n$  es la cantidad de participantes en el estudio y  $p$  el número de coeficientes de regresión, (Montgomery et, 2012). El parámetro  $\beta_0$  es el intercepto de la regresión y  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  son los coeficientes de regresión. El vector columna  $\epsilon$  es el error estadístico del modelo y cada componente tiene un comportamiento aleatorio, es independiente y con distribución normal con media cero y varianza  $\sigma_\epsilon^2$ ,  $N(0, \sigma_\epsilon^2)$  (Montgomery et, 2012). La aleatoriedad, y normalidad de los errores, su

varianza constante y un promedio igual a cero son varios de los supuestos de un análisis de regresión múltiple.

Como parte del análisis de regresión múltiple se debe corroborar los supuestos por medio del análisis de residuales. Un residual  $e_i = y_i - \hat{y}_i, i = 1, 2, \dots, n$ , donde  $\hat{y}_i$  es el  $i$ -ésimo valor estimado por el modelo de regresión múltiple de la variable dependiente (Montgomery et, 2012). Una forma efectiva de llevar a cabo el análisis de residuales es graficando los residuales respecto a los valores estimados del modelo y los residuales respecto a su probabilidad. La gráfica de los valores estimados del modelo respecto a los residuales permite ver si el promedio de los errores es cero, si la varianza es constante y si hay independencia entre los errores. Si los residuales están en una forma parecida a una banda horizontal y no hay un patrón en particular, entonces las suposiciones respecto al promedio, la varianza e independencia entre los errores son correctas (Montgomery et, 2012). La segunda gráfica es basada en los residuales respecto a su probabilidad acumulada. Si dichos residuales se ajustan a la línea de probabilidad normal, entonces, se puede asumir que los residuales tienen una distribución normal (Montgomery et, 2012).

Sin embargo, hay algunos residuales que son considerablemente más grandes, y de acuerdo a su magnitud se podrían considerar como *outliers* (valores atípicos). Otras observaciones a considerar son los *leverage points* o los puntos de influencia. Los puntos de influencia son puntos que tienen un valor atípico respecto a las variables predictoras y controlan significativamente las propiedades del modelo. Después que el modelo no sea sensitivo a observaciones influyentes, entonces el modelo puede ser utilizado (Montgomery et, 2012). Para saber que datos son los que tienen mayor influencia en el modelo, se puede utilizar la distancia de Cook. La distancia de Cook, que se denota como  $D_i$ , es una métrica que mide cuanto influencia una observación basado en la interacción de la sensibilidad relativa de  $\hat{\beta}$  y la asociación que tiene con el peso de una observación

y el grado al cual la  $i$ -ésima observación se puede considerar atípica según el modelo (Cook, 1977).

La distancia de Cook, se puede calcular de la siguiente manera:

$$D_i = \frac{r_i^2}{p} \frac{VAR(\hat{Y}_i)}{VAR(e_i)}$$

donde  $r_i^2$  mide el grado en el que una observación se puede considerar atípica,  $p$  es el número de variables predictoras,  $VAR(\hat{Y}_i)$  es la varianza de los valores estimados por el modelo y  $VAR(e_i)$ , es la varianza de los residuales (Cook, 1977). Si un dato u observación tiene un  $D_i > 1$  entonces se considera ese dato u observación como influyente. Otro criterio, aunque subjetivo, es comparar las Distancias Cook de los datos. Si una de esas distancias es mucho mayor en comparación con los otros datos, entonces se debe estudiar ese dato u observación ya que pudiese ser influyente (Montgomery *et*, 2012).

Sin embargo, aunque se lleve a cabo este proceso, algunos análisis de regresión múltiple no proveen toda la información necesaria utilizando un modelo ya sea por una alta variabilidad entre los datos, o porque se quiere tener un modelo solamente con las variables predictoras que sean significativos. Es por esto, que se debe llevar a cabo la selección de variables, un proceso que tiene como fin aumentar la confiabilidad del modelo resultante o establecer un modelo con las variables predictoras significativas. Existen diferentes métodos para este proceso. Uno de esos métodos son los procedimientos paso a paso o los *stepwise-type procedures*.

En este caso, se utilizó la eliminación hacia al frente (*Forward Elimination*). Este método tiene como objetivo conseguir un modelo óptimo basado en un modelo inicial con ninguna de las variables predictoras consideradas. El método va añadiendo una variable predictora por iteración hasta conseguir un modelo óptimo según un criterio especificado (Montgomery *et*, 2012).

En este caso, el criterio especificado para la selección de variable predictoras es el Criterio de Información de Akaike (*Akaike Information Criterion*), AIC. El criterio está definido como  $AIC_i = -2\log L_i + 2V_i$ , donde  $L_i$ , es la máxima verosimilitud del modelo candidato  $i$  es ajustada por los  $V_i$  parámetros del modelo disponible que permitan maximizar la probabilidad que el modelo candidato a generado respecto el conjunto de datos (Wagenmakers & Farrel, 2004). El AIC se enfoca en conseguir el modelo que mejor aproxima datos generados por un proceso (de-Graft Acquah, 2009) estimando la discrepancia entre el modelo verdadero y el modelo aproximado (Wagenmakers & Farrel, 2004). El modelo con el menor AIC es el modelo que menor discrepancia tiene con el modelo verdadero y a su vez el mejor entre los modelos candidatos (Wagenmakers & Farrel, 2004).

## CAPÍTULO IV- RESULTADOS

Los resultados obtenidos son basados en los incisos del instrumento. Primero, en la sección de resultados generales respecto a las secciones CA y SA, se comparan las medias de las secciones. Segundo, en la sección del modelo de regresión se expone y explica el modelo escogido. En las secciones de las contestaciones del inciso ocho, el inciso nueve y el inciso diez se muestran la frecuencia de estudiantes que eligieron una de las posibles contestaciones, por sección. Luego, los resultados del inciso siete serán explicados. Tercero, en la sección de resultados generales del avalúo se expone y se compara la proporción de éxito de las secciones de los incisos seis al diez y. Por último, en la sección de observaciones no planificadas se expondrán algunos resultados que muestran observaciones interesantes vistas en el estudio pero que no contestan las preguntas de investigación.

### Resultados generales respecto a las secciones SA y CA

Las hipótesis fueron definidas como:

$$H_0: \mu_{d_{CA}} - \mu_{d_{SA}} = 0$$

$$H_1: \mu_{d_{CA}} - \mu_{d_{SA}} > 0$$

Además, se definió  $\bar{x}_{d_{CA}}$  como el promedio de la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba de la sección CA y  $\bar{x}_{d_{SA}}$  como el promedio de la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y pre-prueba de la sección SA.

Con el fin de corroborar si se cumple la hipótesis  $H_1$  se calculó los promedios de las muestras y sus varianzas para llevar a cabo una comparación de medias. La comparación de medias utiliza la prueba estadística t con  $n_1 + n_2 - 2$  grados de libertad y cumple las suposiciones de normalidad, varianzas iguales e independencia de las muestras. Estas medidas se pueden ver en la Tabla 8.

Tabla 8 - Resumen de los estadísticos de las muestras

	<b>Sección CA</b>	<b>Sección SA</b>
<b><math>n</math></b>	24	26
<b><math>\bar{x}</math></b>	1.46	2.42
<b><math>s^2</math></b>	2.085	2.814

En la comparación de medias, se obtuvo que no se rechaza  $H_0$  con un  $\alpha = 0.05$  ( $p$ -value = 0.9831, y un estadístico de prueba  $t_0 = -2.1602$  con 48 grados de libertad). Esto quiere decir que no hay suficiente evidencia para concluir que el promedio de las diferencias de las puntuaciones en la post-prueba y pre-prueba de la sección de la sección CA es mayor que de la sección SA.

### **Modelos de regresión**

El modelo inicial de regresión es de la forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \beta_4x_4 + \beta_5x_5 + \beta_6x_6 + \beta_7x_7$$

donde  $x_i, i = 1, 2, \dots, 7$  son las variables predictoras y  $Y$  es la diferencia de las puntuaciones obtenidas en la post-prueba y en la pre-prueba. Las variables predictoras son la sección, el sexo, si ha visto cursos de estadísticas o temas de estadísticas en la escuela superior, el sistema educativo secundario, el último curso de matemáticas visto, si ESMA 3015 es el primer curso de estadística visto en la universidad y la puntuación obtenida en el primer examen de ESMA 3015, respectivamente.

**Modelo de regresión de la diferencia de la post-prueba y la pre-prueba.** El modelo escogido fue hallado utilizando el método de eliminación hacia al frente. El modelo cumple las suposiciones de seguir una distribución normal, tener una varianza constante e independencia entre los errores (ver Apéndice D). Este modelo tiene un coeficiente de determinación múltiple  $R^2$  de 0.08941. Esto quiere decir que el 8.941% de los datos se ajustan el modelo y que el modelo explica el 8.941% de la variabilidad de los datos. Además, se puede ver en la Tabla 9 que a un nivel de significancia de 0.10, la variable significativa es la sección del participante.

El intercepto del modelo establece que la diferencia de las puntuaciones obtenidas de no pertenecer en la sección SA es en promedio 1.4583 puntos. El coeficiente de la sección SA establece que si un participante pertenece a la sección SA, aumenta su diferencia, en promedio 0.9647 puntos.

Tabla 9 - Modelo seleccionado para la diferencia de la puntuación en la post-prueba y en la pre-prueba

<b>Coeficiente</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Valor de t</b>	<b>P-value</b>	<b>Intervalo de Confianza</b>
<b>Intercepto</b>	1.4583	0.3205	4.551	$3.65 \times 10^{-5}$ *	(0.9206, 1.9959)
<b>Sección SA</b>	0.9647	0.4444	2.171	0.0346*	(0.2193, 1.7101)

“\*” Estadísticamente significativo (valor  $p < 0.10$ )

## Contestaciones de incisos siete al diez

El inciso ocho pregunta que histograma muestra una distribución donde el promedio es menor que la mediana. Este inciso se puede ver en el Apéndice A. Llevando a cabo la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad, se verificó si la diferencia entre las contestaciones correctas respecto a ambas secciones era significativa. En la Tabla 10 se puede ver que no hay diferencia significativa en la frecuencia de las contestaciones correctas de las secciones en la pre-prueba del inciso ocho pero si hubo diferencia significativa en la post-prueba. Esto implica que las frecuencias de las secciones son diferentes en las contestaciones correctas en la post-prueba. En general, se puede observar que hubo mayor aprovechamiento en la sección SA.

Por otro lado, el inciso nueve pregunta cuál de los histogramas presentados, muestra una distribución o distribuciones donde el promedio es aproximadamente igual a la mediana. Este inciso se puede ver en el Apéndice A. Según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad, no hubo diferencia significativa entre las contestaciones correctas de las secciones en la pre-prueba. Respecto a la post-prueba del inciso nueve, según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad hubo diferencia significativa entre las frecuencias de las contestaciones correctas de las secciones. Además, la sección SA obtuvo 47% más de contestaciones correctas en comparación con la sección SA. Por lo que, se puede ver que hubo más aprovechamiento en la sección en la post-prueba.

El inciso diez se puede ver, en el Apéndice A. Según la Tabla 10, sobre el 75% de los estudiantes en ambas secciones obtuvieron la contestación correcta en la pre-prueba. Sin embargo, no hubo una diferencia significativa entre ambas secciones, según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad en la pre-prueba. En la post-prueba, el aumento entre las frecuencias de

contestaciones correctas en ambas secciones fue menos del 10%. Se puede observar que no hay diferencia significativa según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad.

Con lo ya explicado se puede establecer que el inciso ocho e inciso nueve tienen el mismo objetivo pero con dos tipos de distribuciones diferentes, el inciso ocho con la distribución sesgada y el inciso nueve con la distribución simétrica. En la Tabla 10 Se puede ver que en ambos incisos el desempeño de las secciones muy similar en la pre-prueba pero diferente en la post-prueba. Sin embargo, en el inciso diez los estudiantes obtuvieron un mejor desempeño en comparación con los otros dos incisos. El inciso diez tiene como objetivo identificar el promedio en una distribución simétrica. La gran mayoría de los estudiantes en este inciso seleccionaron la contestación correcta. Esto permite ver una posible tendencia donde los estudiantes trabajan con mayor facilidad las distribuciones simétricas. Sin embargo, no se puede establecer una comparación directa debido a que no se colocó en el instrumento una parte con el mismo objetivo del inciso diez utilizando una distribución sesgada

Finalmente, el inciso siete contiene dos preguntas abiertas. En la primera pregunta se pide añadir un dato a un conjunto de datos que logre hacer el promedio mayor que la mediana. La segunda pregunta pide una justificación o razón por la cual se añadió dicho dato. El inciso siete se puede ver en el Apéndice A. Según la Tabla 10 en ambas secciones menos del 20% eligieron un dato correcto en la pre-prueba. En esta misma tabla, se puede ver que ninguna de las secciones obtuvo una frecuencia de contestaciones correctas mayor a 50% en la post-prueba. Ambas frecuencias de contestaciones correctas fue una baja. A pesar de esto, ambos métodos lograron aumentar la cantidad de estudiante que contestaron correctamente. Sin embargo, según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad no hubo diferencia significativa entre las secciones respecto a la frecuencia de contestaciones correctas en la pre-prueba y la post-prueba.

La segunda parte del inciso siete preguntaba por una justificación, o razón por la cual se añadió el dato de la pregunta anterior. Al igual que todos los incisos, este se puede ver en el Apéndice A. Según la Tabla 10, menos del 20% de los estudiantes en ambas secciones dieron una razón o justificación válida para añadir el dato en la primera pregunta en el inciso siete en la pre-prueba. Aunque la sección CA obtuvo una mayor frecuencia en contestaciones correctas, según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad no hubo diferencia significativa entre las secciones. La Tabla 10 muestra una mejoría en la post-prueba respecto a dar una razón por añadir un dato. Sin embargo, en ninguna de las dos secciones, se obtuvo una frecuencia mayor del 50%. Además, se puede ver que la sección SA obtuvo un mayor desempeño en comparación con la sección CA pero, según la prueba Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) para homogeneidad, no hubo una diferencia significativa entre las secciones respecto a la frecuencia de contestaciones correctas.

En general, ambas secciones en el inciso siete no obtuvieron más del 50% de contestaciones correctas. Por lo que una de las razones por la cual algunos estudiantes de ambas secciones contestaron incorrectamente el inciso fue porque añadieron el valor 43 ya que seguía una secuencia de aumentar dos unidades entre los datos del conjunto de datos (33, 35, 37, 39 y 41). El valor 43 no lograba hacer que el promedio del conjunto de datos fuese mayor que su mediana. Además, la razón dada para añadir dicho dato no era relacionado con las propiedades de las medidas de tendencia central. Esto pudiese implicar que los estudiantes tuvieron dificultades para lograr el objetivo del inciso siete.

Tabla 10 - Resultados de Prueba de homogeneidad respecto a la frecuencia de contestaciones correctas por inciso

Inciso	Prueba	Frecuencia de contestaciones correctas		P - Value
		Sección CA (n = 24)	Sección SA (n = 26)	
<b>Inciso 8</b>	Pre	25.00%	23.08%	0.8897
	Post	33.33%	76.92%	0.0396*
<b>Inciso 9</b>	Pre	25.00%	30.77%	0.7001
	Post	33.33%	80.77%	0.0073391*
<b>Inciso 10</b>	Pre	83.33%	76.92%	0.8001
	Post	91.67%	80.77%	0.6780
<b>Inciso 7 – Dato</b>	Pre	16.67%	19.23%	0.8309
	Post	41.67%	50.00%	0.6642
<b>Inciso 7 – Justificación</b>	Pre	16.67%	11.54%	0.6283
	Post	45.83%	46.15%	0.9867

“\*” Estadísticamente significativo (valor  $p < 0.05$ )

## Resultados generales del avalúo

La Tabla 11 resume el éxito de los métodos de enseñanza basados en su posible desempeño en cada inciso del avalúo. Se usó un par ordenado donde sus posibles valores en cada elemento son cero y uno. El valor cero indica que no hubo éxito (contestación incorrecta) en el inciso y el valor uno indica que si hubo éxito (contestación correcta). El primer valor indica éxito o fracaso en la post-prueba mientras que el segundo valor del par ordenado indica éxito o fracaso de la pre-prueba.

Por lo tanto, los incisos por sección pueden tener una de las siguientes combinaciones (0,0), (0,1), (1,0), y (1,1). Las combinaciones (1,0), y (1,1) se definen como éxito del método mientras que las combinaciones (0,0), (0,1) se definen como fracaso. Con dicha frecuencia, se calculó el porcentaje de éxito en cada inciso y se compararon utilizando una comparación de proporción a un nivel de significancia de 0.05. Se puede ver que hay diferencia significativa en el inciso ocho e inciso nueve en las secciones.

La diferencia significativa en los incisos ocho y nueve entre las secciones pudo haber ocurrido por la influencia de la discusión en clase. En la clase de la sección SA, se dio un ejemplo similar a los problemas establecidos en el inciso ocho e inciso nueve para visualizar los tópicos de medidas de tendencia central mientras que en la clase de la sección CA se utilizaron los *applets* para visualizar estos tópicos. Por lo que, los estudiantes de la sección SA pudieron haber relacionado dicho ejemplo con los incisos.

Tabla 11 - Frecuencia de éxito respecto al método de enseñanza

Incisos	Frecuencia por sección		<i>P-value</i>
	CA ( <i>n</i> = 24)	SA ( <i>n</i> = 26)	
<b>Inciso seis - Promedio</b>	87.50%	88.46%	0.9173
<b>Inciso seis - Mediana</b>	95.83%	92.31%	0.5972
<b>Inciso siete – Dato añadido</b>	29.17%	23.08%	0.6262
<b>Inciso siete – Justificación</b>	33.33%	38.46%	0.7067
<b>Inciso ocho</b>	33.33%	76.92%	0.001209*
<b>Inciso nueve</b>	29.16%	80.77%	0.00008491*
<b>Inciso diez</b>	83.33%	84.62%	0.9023

“\*” Diferencia de por ciento por método (CA, SA) estadísticamente significativo (valor  $p < 0.05$ )

### Observaciones no planificadas

En esta sección se mostrarán observaciones consideradas importantes pero que no contestan las preguntas del estudio. Primero, se hizo un análisis de regresión múltiple teniendo como variable respuesta la puntuación obtenida en la pre-prueba. El modelo seleccionado cumple todas las suposiciones de seguir una distribución normal, tener una varianza constante e independencia entre los errores (Ver Apéndice D). Este modelo, tiene un coeficiente de determinación múltiple  $R^2$  de 0.3943. Esto quiere decir que el 39.43% de los datos se ajustan al modelo y dicho modelo explica el 39.43% de la variabilidad de los datos. Además, a un nivel de significancia de 0.10, se puede ver en la Tabla 12 que las variables significativas fueron: el último curso de matemática visto en la universidad y si ESMA 3015 es el primer curso de estadística visto en el Recinto Universitario de Mayaguez.

En el modelo seleccionado, el intercepto establece que el promedio de la puntuación obtenida en la pre-prueba fue de 1.7847 puntos si el participante no vio como último curso de matemáticas Pre-Cálculo, Cálculo u otro curso de matemáticas, o si ESMA 3015 es el primer curso visto de estadísticas en la UPRM. Por otro lado, si un estudiante vio Pre – Cálculo como el último curso de matemática en la universidad, aumenta en promedio 1.0803 puntos. De igual forma, si un estudiante vio Cálculo como el último curso de matemáticas en la universidad, aumenta en promedio 2.0615 puntos. Si vio algún Otro último curso de matemáticas aumenta en promedio 2.2153 puntos. Finalmente, si un participante no ha visto ESMA 3015 por primera vez, su puntuación de la pre-prueba aumenta en promedio 1.6752 puntos. Se puede ver que a mayor complejidad y dificultad el nivel del último curso de matemáticas visto, mayor es el aumento en promedio de la puntuación obtenida en la pre-prueba.

Tabla 12 - Modelo para la puntuación de la pre-prueba

<b>Coficiente</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Valor de t</b>	<b>P-value</b>	<b>Intervalo de Confianza</b>
<b>Intercepto</b>	1.7847	0.2288	7.8000	$6.75 \times 10^{-10}$ *	(0.0730, 3.4963)
<b>Último curso de matemática visto – Pre - Cálculo</b>	1.0803	0.6289	1.7180	0.0927*	(0.2353, 1.9253)
<b>Último curso de matemática visto - Cálculo</b>	2.0615	0.4183	4.9280	$1.17 \times 10^{-5}$ *	(0.1020, 4.021)
<b>Último curso de matemática visto - Otros</b>	2.2153	1.2831	1.7270	0.0911*	(0.4785, 3.9521)
<b>ESMA 3015 no es el primer curso de estadística visto en el RUM</b>	1.6752	0.9496	1.7640	0.0845*	(0.3491, 3.0013)

“\*”Estadísticamente significativo (valor  $p < 0.10$ )

Luego, se hizo el análisis de regresión múltiple teniendo como variable respuesta la puntuación obtenida en la post-prueba. El modelo seleccionado cumple todas las suposiciones de seguir una distribución normal, tener una varianza constante e independencia entre los errores (Ver Apéndice D). El modelo seleccionado tiene un coeficiente de determinación múltiple  $R^2$  de 0.3840. Esto quiere decir que el modelo explica un 38.40% la variabilidad de los datos y el 38.40%

de los datos se ajustan a este modelo. A un nivel de significancia de 0.10, se puede ver en la Tabla 13 que las variables significativas fueron: la sección del participante, si el participante tomó algún curso de estadística o vio temas de estadística en su escuela superior y la puntuación obtenida en el primer examen del curso ESMA 3015.

En el modelo seleccionado, el coeficiente de pertenecer a la sección SA establece que si el participante pertenece a la sección SA, aumenta en promedio 0.8216 puntos. Por otro lado, según el coeficiente de la puntuación del primer examen, por cada punto que aumente un estudiante en el examen, el estudiante aumenta 0.1382 puntos en la post-prueba. Finalmente, si el estudiante no se acuerda haber tomado un curso o temas de estadística en su escuela superior, disminuye en promedio unos 0.9232 puntos en la post-prueba.

Tabla 13 - Modelo para la puntuación de la post-prueba

<b>Coefficiente</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Valor de t</b>	<b>P-value</b>	<b>Intervalo de Confianza</b>
<b>Intercepto</b>	-1.1057	1.2799	-0.8640	0.3922	(-1.4580, -0.7534)
<b>Puntuación examen #1</b>	0.1382	0.3267	4.229	0.000113*	(-1.1649, 1.4413)
<b>Sección SA</b>	0.8216	0.3583	2.293	0.02655*	(-1.5321, 0.1111)
<b>No cursos o temas de estadística en escuela superior</b>	-0.008501	0.3996	-0.021	0.9831	(-0.8816, 0.8646)
<b>No recordar cursos o temas de estadística en escuela superior</b>	-0.9232	0.5164	-1.788	0.0806*	(-1.6580, 0.1884)

“\*” Estadísticamente significativo (valor  $p < 0.10$ )

## CAPÍTULO V - DISCUSIÓN

Este capítulo tiene como objetivo contestar las dos preguntas de investigación (1) ¿Existe alguna efectividad de los *applets* de medidas de tendencia central como herramienta de enseñanza en un curso de estadística introductoria? (2) ¿Cuáles son los errores comunes, confusiones y dificultades que tienen los estudiantes en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria?

### **Primera Pregunta de Investigación: ¿Existe alguna efectividad de los *applets* de medidas de tendencia central como herramienta de enseñanza en un curso de estadística introductoria?**

La primera pregunta de investigación cumple dos de los cuatro propósitos de este estudio; cuantificar la efectividad de los *applets* como herramientas tecnológicas para la enseñanza en tópicos de medidas de tendencia central y verificar qué factores pudiesen afectar dicha efectividad. En el Capítulo IV se observó que no hay evidencia para concluir que, en promedio, el aumento en aprovechamiento de la sección CA es mayor al de la sección SA. Además, se llevó a cabo un análisis de regresión múltiple para ver qué factores considerados son significativos. El modelo de regresión múltiple establece que pertenecer a la sección SA aumenta 0.9647 puntos de la diferencia, en promedio. Por otro lado, en la Tabla 11 se puede ver que hay diferencia significativa en el inciso ocho e inciso nueve respecto al porcentaje de éxito. En ambos incisos, la sección SA tuvo un mayor porcentaje en comparación con la sección CA.

**Segunda Pregunta de Investigación: ¿Cuáles son los errores comunes, confusiones y dificultades que tienen los estudiantes en los tópicos de medidas de tendencia central en un curso de estadística introductoria?**

Los resultados expuestos en el Capítulo IV de los incisos ocho, nueve y diez muestran una posible tendencia donde los estudiantes trabajan mejor con distribuciones simétricas. Mokros y Russel (1995) obtuvieron resultados similares al observar el razonamiento de estudiantes y maestros de cuarto a octavo grado sobre el promedio y la mediana en diferentes tipos de distribuciones. Ambos concluyeron que los estudiantes trabajan mejor con datos simétricos. Por otro lado, los resultados expuestos respecto al inciso siete indican que los estudiantes tienen dificultad eligiendo un dato que haga el promedio mayor que la mediana o explicando por qué dicho dato añadido lo logra.

**Limitaciones del estudio**

Debido a que este es un proyecto pionero en Puerto Rico, hubo varias limitaciones que afectaron los resultados del proyecto. La profesora de las secciones no hace un uso frecuente de *applets* para enseñar sus cursos. Además de esto, el método tradicional es el método que se utiliza normalmente. Por lo que, la vasta experiencia de la profesora utilizando este método versus uno pionero, pone en desventaja el método que utiliza el applet como herramienta de enseñanza. Además, muchos estudiantes en Puerto Rico no se exponen constantemente a herramientas tecnológicas para enseñar temas y tópicos de estadística; en este caso, de tendencia central. Es por esto, que el factor de la ansiedad tecnológica pudo afectar el desempeño del uso de los *applets* en el salón de clases. Chan e Ismail (2012) establecieron que esta misma dificultad puede ocurrir cuando los estudiantes o el profesor no frecuentan el utilizar tecnología en el salón de clases.

Además, ambas secciones tenían 50 minutos para dar la clase. De estos 50 minutos se tenía que tener en consideración la administración de la pre-prueba y la post-prueba antes y después de la discusión de tendencia central. Por lo tanto, el factor tiempo limitó el diseño de la clase. Es por esto que el uso del applet de manera individual fue de cinco minutos en la sección donde se utilizaba *applets* como herramienta de enseñanza. En general, el ser esta la primera vez que se lleva a cabo un experimento con este propósito en Puerto Rico, tener menos de 50 minutos para diseñar una clase con el fin de medir efectividad el método que utiliza el applet y que sea la primera vez que se utilice formalmente un método de enseñanza de esta forma son factores que pudieron afectar el estudio.

Por otro lado, otra limitación pudo haber ocurrido en el diseño de la clase. Durante la explicación del curso de la sección SA se dio un ejemplo similar al inciso ocho e inciso nueve donde se exponen los cuatro histogramas de dichos incisos a la vez mientras que en la sección CA se exponen estos histogramas uno a la vez. Por lo que, los estudiantes de la sección CA no habían visto ese tipo de ejercicio mientras que los de la sección SA si lo habían visto.

Otra limitación del estudio pudo haber sido el desarrollar dos *applets* en inglés mientras el curso se dictó en español. Aunque en Puerto Rico sea frecuente utilizar ambos idiomas durante la discusión en una clase, algunos estudiantes pudiesen haber tenido dificultades con los conceptos discutidos. Algunos de estos conceptos como una distribución sesgada hacia la derecha (en inglés es *right skewed distribution*), no tienen traducciones literales o directas, lo que le dificulta al estudiante relacionar el concepto en inglés. En clase, se explicó este concepto en español pero el mismo fue mostrado en inglés al utilizar los *applets*.

## **Implicaciones del estudio**

Los resultados de este estudio tienen implicaciones positivas en la enseñanza de tópicos de medidas de tendencia central y el uso de la tecnología, específicamente *applets*, como herramienta de enseñanza. Primero, al igual que Doi, Wong y Potter (2016) se recomienda desarrollar *applets* ya que permite desarrollar una herramienta tecnológica personalizada a las necesidades en particulares de un curso.

Segundo, se puede ver que los métodos de enseñanza que usa *applets* y el método de enseñanza tradicional son efectivos para la enseñanza de medidas tendencia central. En todos los incisos de la parte del avalúo se pudo observar una mejoría entre la pre-prueba y post-prueba (Tabla 11). Esto indica, al igual que Rubin (2007), que las herramientas tecnológicas son efectivas para aclarar ideas erróneas y deben utilizarse para visualizar conjuntos de datos (Garfield & Ben-Zvi, 2007).

En general, este estudio pudo ver la efectividad de los *applets* en la enseñanza y compararlo con el método tradicional. Se pudo observar los diferentes factores que son influyente en la efectividad y desempeño de los métodos de enseñanza. Además se pudo ver los diferentes errores y confusiones que tienen los estudiantes en diferentes tópicos de medidas de tendencia central.

## **Trabajo Futuro**

Como trabajos futuros consideraríamos: (1) repetir el experimento teniendo en consideración las limitaciones antes expuestas; (2) desarrollar un experimento que pueda cuantificar el impacto de las limitaciones que pueden causar usar por primera vez o pocas veces el uso de la tecnología en la enseñanza de las estadísticas, en específico la ansiedad tecnológica; (3) desarrollar *applets* y medir su efectividad en la enseñanza de otros temas como variabilidad, distribución, muestreo, y estadística inferencial para un curso de estadística introductoria; (4) explorar las dificultades de las destrezas medidas en los incisos siete, ocho, y nueve y (5) hacer un estudio para ver el efecto del lenguaje en las herramientas tecnológicas en un curso de estadística introductoria.

## **Conclusiones**

En este estudio, se pudo ver elementos que se encuentran en la literatura: (1) gracias a las herramientas tecnológicas se logró mejorar los conceptos erróneos que tienen los estudiantes (Rubin, 2007), y (2) la tecnología podría causar ansiedad tecnológica en los estudiantes y el profesor durante la clase (Chan & Ismail, 2012).

Por otro lado, según los resultados de este estudio se pudo ver que la experiencia matemática previa y el conocimiento general de los estudiantes son factores influyentes en la efectividad de los métodos de enseñanza. Ambos métodos de enseñanza cumplen los objetivos de los incisos. Otro factor que pudo haber sido influyente en la efectividad del uso de las herramientas tecnológicas fue la ansiedad tecnológica debido al poco o ningún uso de herramientas en el salón de clases por parte del profesor y los estudiantes. Chan e Ismal (2012) indican que en este tipo la ansiedad tecnológica pudiese afectar la clase. Sin embargo, la efectividad del método tradicional

es estadísticamente significativa al identificar el promedio de una distribución simétrica y asimétrica en comparación con el uso de *applets*.

A pesar de los métodos de enseñanza utilizados, los estudiantes tuvieron dificultad para añadir un dato a un conjunto de datos para que el promedio del conjunto de datos sea mayor que la mediana y en la sección CA el poder identificar el promedio en las distribuciones asimétricas y simétricas. Se recomienda como trabajo futuro investigar las razones por la cual a los estudiantes se les dificulta estas destrezas y buscar actividades, o métodos de enseñanza para superarlas.

### **Recomendaciones**

Se recomienda hacer la pre-prueba y post-prueba fuera de la clase donde se va a discutir el material evaluado. Además, para minimizar la ansiedad tecnológica, se debe ensayar la clase utilizando las herramientas tecnológicas. Por último, se recomienda dar la post-prueba dentro de un examen o prueba. Esto permite no dar la pre-prueba y post-prueba en un mismo día o un intervalo de tiempo corto. Por último, se recomienda desarrollar *applets* en el mismo idioma que se lleve a cabo el curso para mantener consistencia con el lenguaje.

## CAPÍTULO VI- LITERATURA CITADA

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Garfield, J., Gould R., Lock, R., Moore, T., Rossman, A., Stephenson, B., Utts, J., Velleman, P., & Witmer, J. (2005). *Guideliness for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College Report*. The American Statistical Association. Available at <http://www.amstat.org/education/gaise/>.
- Bakker, A. and others (2004). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.
- Chance, B. and Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *International Association for Statistical Education*.
- Chang, W., Cheng, J., Allaire, J.J., Xie, Y. & McPherson, J. (2015). Shiny: Web Application Framework for R. *R package version 0.11.1*. Retrieved Feb. 23, 2015. Available at. [CRAN.R-project.org/package=shiny](http://CRAN.R-project.org/package=shiny)
- Chan, S. W., and Ismal Z. (2012). The role of information technology in developing students' statistical reasoning. *Elsevier Ltd*.
- Clement, J. (1987). Overcoming students' misconceptions in physics. The role of anchoring intuitions and analogical validity. *Proceedings of the Second International Seminar, Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*. Ithaca, NY: Cornell University.
- Cook, D. (1977). Detection of Influential Observation in Linear Regression. *Technometrics, Vol 19, No. 1 (pp 15-18)*. American Society for Quality.
- Cooper, L. and Shore, F. (2008). Students Misconceptions in Interpreting Center and Variability of Data Represented via Histograms and Stem-and-Leaf Plots. *Journal of Statistics*

- Education*, 16:2. To link to this article:  
<http://dx.doi.org/10.1080/10691898.2008.11889559>
- Daniel, W. W., and Cross C. (2013). *Biostatistics a Foundation for Analysis in the Health Sciences*. Tenth Edition *John Wiley & Sons, Inc.*
- de-Graft Acquah, H. (2010). Comparison of Akaike Information criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC) in selection of an asymmetric price relationship. *Journal of Development and Agricultural Economics Vol. 2(1) pp. 001-006*
- Doi J., Potter G., and Wong, J. (2016). Web applications teaching tools for statistics using R and Shiny. *Technology Innovations in Statistics Education*, No. 9 (1).
- Ferrini-Mundy, J., & Martin, W. G. (2000). Principles and standards for school mathematics. *Reston: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*.
- Garfield, J. and Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistics Review*, 75, 3, 372-396
- Groth, R.E. (2003). High School students' level of thinking in regard to statistical study design. *Math. Educ. Res. J.*, 15, 252-269.
- Kahle, D. (2014). Animating Statistics: A New Kind of Applet for Exploring Probability Distributions. *Journal of Statistics Education*, 22:2
- Kamthan, P. (1999). *Java Applets in Education*. Published on: Sunday 7<sup>th</sup> March 1999.
- Kaplan, J., Gabrosek J., Curtiss P., and Malone C. (2014). Investigating student understanding of histograms. *Journal of Statistics Education*, Volume 22, Number 2.
- Lane, D. and others. (2008). "Rice Virtual Lab in Statistics". Available at:  
<http://www.math.wm.edu/~leemis/chart/UDR/UDR.html>

- Lesser, L., Wagler, A. and Abormegah, P. (2014). Finding a Happy Median: Another Balance Representation for Measures of Center. *Journal of Statistics Education Volume 22, Number 3 (2014)*.
- Mevarech, Z. R (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics, 14, 415-429*
- Montgomery, D., Peck E., and Geoffrey, Vining G. (2012). Introduction to Linear Regression Analysis. Fifth Edition. *Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.*
- Mokros, J. and Russel, J.S. (1995). "Children's Concepts of Average and Representativeness". *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 26, No. 1 (Jan., 1995), pp. 20-39.*  
Published by: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. *Reston, VA: NCTM.*
- Pollatsek, A., Lima, S. and Well, A. D. (1981), "Concept or Computation: Students' Understanding of the Mean," *Educational Studies in Mathematics, 12(2), 191-204.*
- R Team. (2015). R: A Language and Environment for Statistical Computing, "R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Available at [www.R-Project.org](http://www.R-Project.org)
- Rossmann, A. and Chance, B. (2004). *The Rossmann/Chance Applet Collection*. Available at: [www.rossmanchance.com/applets](http://www.rossmanchance.com/applets)
- Rubin, A. (2007). Much had changed; little has changed; revisiting the role of technology in statistics education. *Technology Innovations in Statistics Education, 1(1)*.
- Shaughnessy, J. M. and Zawojewski, J. S. (2000), "Mean and Median: Are They Really So Easy?," *Mathematics Teaching in the Middle School, 5(7), 436-440.*

Wagenmakers J. E., and Farrel, S. (2004). AIC model selection using Akaike Weights.

*Psychonomic Bulletin & Review.*

## CAPÍTULO VII - APÉNDICE

### Apéndice A – Instrumento utilizado

#### Cuestionario

Complete las siguientes preguntas. Debe hacerlo de manera anónima y únicamente escribir el código que creó.

**1) Sexo**

- a. Hombre
- b. Mujer
- c. Prefiero no Contestar

**2) Proviene de un sistema educativo secundario:**

- a. Público
- b. Privado
- c. Home Schooling
- d. Otros: \_\_\_\_\_

**3) ¿En la escuela superior, tomó algún curso de estadística o estudió temas de estadística en la clase de matemáticas?**

- a. Si
- b. No
- c. No recuerdo

**4) Excluyendo este curso de estadística (ESMA3015), su último curso de matemática visto fue:**

- a. Razonamiento Matemático
- b. Pre Calculo (I, II o ambos)
- c. Calculo (I, II, III o todos)
- d. Otros: \_\_\_\_\_

**5) ¿Es ESMA3015 su primer curso de estadística en el RUM?**

- a. Si
- b. No: Indique cuál(es) curso(s) tomó anteriormente:

\_\_\_\_\_

**Incisos seis e inciso siete**

- 6) Le pregunta a 5 estudiantes del RUM, ¿cuántos minutos te toma correr una milla? Aquí lo que contestaron. Calcule el promedio y la mediana de este conjunto de datos.

**15, 24, 11, 17, 13**

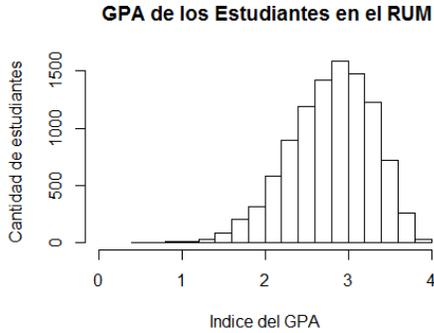
Promedio	Mediana

- 7) El conjunto de datos 33, 35, 37, 39, 41 tiene un promedio de 37 y una mediana de 37. Se quiere añadir un sexto dato a este conjunto de tal manera que el promedio sea mayor que la mediana.
- ¿Qué dato añadiría usted? \_\_\_\_\_
  - ¿Por qué decidió añadir este dato?

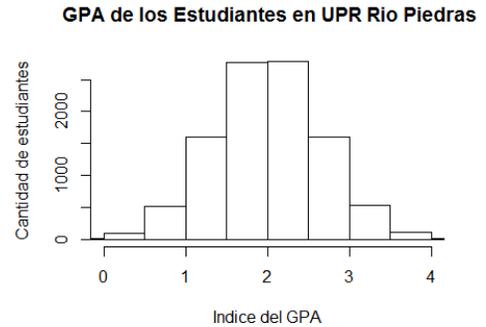
**Inciso ocho e inciso nueve**

Conteste las preguntas 8 y 9 usando los siguientes histogramas.

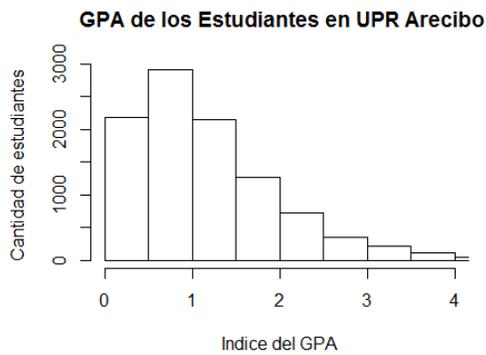
**Histograma A**



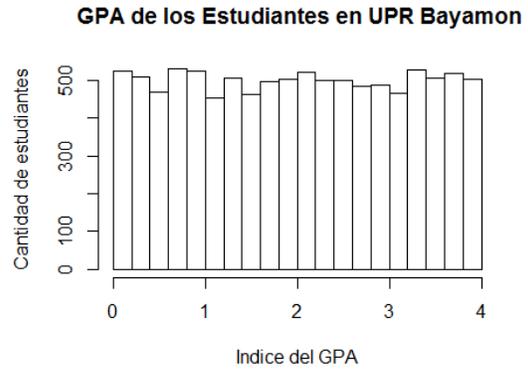
**Histograma B**



**Histograma C**



**Histograma D**



**8) ¿En cuál(es) de estos histogramas el promedio es mayor que la mediana?**

- a. Histograma A
- b. Histograma B
- c. Histograma C
- d. Histograma D
- e. Histograma B y D

**9) ¿En cuál(es) de estos histogramas el promedio es similar (aproximadamente igual) a la mediana?**

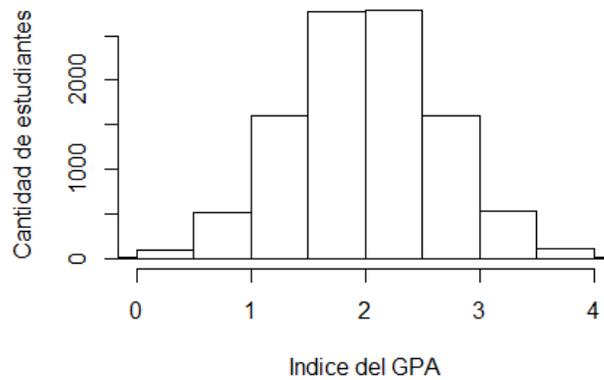
- a. Histograma A
- b. Histograma B
- c. Histograma C
- d. Histograma D
- e. Histograma B y D

**Inciso diez**

10) El siguiente histograma muestra los GPA de los estudiantes de la UPR-Río Piedras. Según esta gráfica, ¿cuál diría usted es el promedio aproximado del GPA de los estudiantes de la UPR-Río Piedras?

- a. 0.00
- b. 1.00
- c. 2.00
- d. 3.00
- e. 4.00

**GPA de los Estudiantes en UPR Río Piedras**



## Apéndice B – Hoja de Consentimiento

### CONSENTIMIENTO INFORMADO

**TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN:** Desarrollo y Efectividad de un applet de tendencia central como método y herramienta de enseñanza para un curso de estadística introductoria

**INVESTIGADOR(A):** Luis Miguel Mestre

**CORREO ELECTRÓNICO:** luis.mestre2@upr.edu

**LUGAR:** Universidad de Puerto Rico en Mayagüez

### INTRODUCCIÓN

Usted ha sido invitado para participar en un estudio de investigación. Antes de tomar una decisión respecto a su participación es importante que lea este consentimiento. De no entender vocabulario o contexto utilizado en este consentimiento, haga las preguntas pertinentes para que entienda el diseño del estudio, los riesgos que puede tener al participar y los beneficios que puede obtener por dicha participación. Es por esto, que puede solicitar una copia de este documento y tener tiempo adicional respecto a su participación en este estudio.

### PROPÓSITO DEL ESTUDIO

Medir la efectividad de los *applets* como método de enseñanza en la unidad de tendencia central en un curso de estadística introductoria en la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. Además de calcular la efectividad del applet como método de enseñanza, se cuantificará la proporción de los resultados escogidos (en los incisos de selección múltiples) y obtenidos en los problemas abiertos y los factores demográficos y pedagógicos que se consideran significantes respecto a un applet como herramienta tecnológica y método de enseñanza.

### PROCEDIMIENTOS

En dos secciones de un curso de estadística introductoria de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez, con el mismo profesor o instructor, se enseñará en el mismo orden y se evaluará de igual forma ambas secciones. La única diferencia entre ambas secciones, respecto a su orden, estructura, evaluaciones y métodos de enseñanza, es el método de enseñanza sobre tendencia central. El método de enseñanza en la sección A usará el método tradicional con el cual se enseña tendencia central, mientras que la sección B usará el applet desarrollado para la enseñanza de la unidad de tendencia central. Se les administrará en la misma clase la pre-prueba y la post-prueba a ambas secciones.

Los datos se van a recopilar utilizando el mismo instrumento, el avalúo (pre-prueba y post-prueba). La primera parte del instrumento es un cuestionario para recopilar los factores demográficos, anónimamente, de los individuos participantes del estudio. La segunda parte es el avalúo, que se usará como pre-prueba y post-prueba para verificar el conocimiento, destrezas y entendimiento de los conceptos de las medidas de tendencia central antes y después del método de enseñanza.

Con el fin de respetar la privacidad y confidencialidad de los estudiantes participantes, el investigador reclutador, Luis Miguel Mestre, es quien único sabrá quiénes son los participantes. A cada participante se le otorgará aleatoriamente un código de dos letras y cuatro números, hecho por el mismo participante. Con esas dos letras y cuatro números se identificará el cuestionario y el avalúo (pre-prueba y post-prueba) para

saber que son del mismo individuo. Dicha información será recolectada por el investigador reclutador y será digitalizada. Todos los investigadores, tendrán acceso a los datos digitalizados.

## **RIESGOS**

Los riesgos en aspectos físicos, académicos, emocionales o sociales son poco o ninguno a la hora de participar en este estudio. No habrá ningún tipo de represalia por no querer participar. La información personal que se le pregunta no lo identificará como individuo; sin embargo, siempre tendrá la opción de no contestar preguntas respecto a su información que considere muy personal o que pudieran invadir su privacidad. Debido a que la investigación se lleva a cabo durante el transcurso de la clase, usted pudiera sentir síntomas típicos a un curso de estadística introductoria como la ansiedad.

## **BENEFICIOS**

Los individuos pueden ser parte de un estudio el cual pueda medir, objetivamente, la efectividad de *applets* en la enseñanza de la Unidad de tendencia central y poder compararlo con métodos de enseñanzas tradicionales. Es por esto, que los individuos pueden aportar con su participación dicha medición y el desarrollo de instrumentos y métodos para comenzar a integrar *applets* como herramientas tecnológicas a cursos de estadística introductoria en un futuro en Puerto Rico.

## **PARTICIPACIÓN VOLUNTARIA**

La participación es estrictamente voluntaria. La participación o no participación no afectará la nota del participante. El estudiante tendrá el derecho a retirarse de la investigación en cualquier momento, lo que implica que podrá solicitar que su información sea borrada de la base de datos, pero permanecerá en su sección del curso. No habrá ningún tipo de sanción o represalias en su contra. Sin embargo, los datos obtenidos hasta ese momento seguirán formado parte del estudio a menos que solicite que su información sea borrada de la base de datos. Al retirar su participación, deberá informar al grupo investigador si desea que sus respuestas sean eliminadas.

## **PARTICIPANTES DEL ESTUDIO**

Para esta investigación se trabajará con dos secciones de los cursos de estadística introductoria del departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Puerto Rico en Mayaguez durante el segundo semestre del año académico 2017-2018. Los estudiantes matriculados en dichas secciones son los potenciales individuos para ser participantes. En ambas secciones se espera al menos 30 estudiantes; por lo que, se espera un total, como máximo de 60 estudiantes participantes. Si usted es menor de 21 años, sus padres o encargados deben firmar una hoja de consentimiento autorizándolo a participar en este estudio.

## **PRIVACIDAD Y CONFIDENCIALIDAD**

Los cuestionarios y avalúo no tendrán el nombre de ningún estudiante participante. En vez del nombre del estudiante participante, se tendrá un código de dos letras escogidos aleatoriamente el cual permitirá identificar los instrumentos de un mismo individuo; sin embargo, la identidad de dicho individuo no se podrá identificar mediante dichos instrumentos. Quien único sabrá de su participación en el estudio será el investigador, Luis Miguel Mestre. Sus datos recolectados (tanto el cuestionario de su información demográfica, como la pre-prueba y post-prueba), podrán ser de acceso por los otros investigadores. Para que el acceso de sus datos sea únicamente de los investigadores, los datos serán digitalizados y almacenados por una base de datos estrictamente confidencial la cual tendrá métodos de seguridad (como una contraseña) para la protección de dichos datos, que serán identificados por individuos (en base al

código que se le otorgó aleatoriamente). Por tanto, en esta investigación, en ningún momento se utilizara su nombre para analizar y recolectar datos.

### **COMPENSACIÓN**

A los estudiantes que decidan participar en la investigación se les compensará con puntos de bono. La cantidad de la bonificación será criterio del profesor o instructor.

De tener alguna pregunta, duda o asunto que discutir sobre sus derechos como participante en este estudio, pueden comunicarse con la oficina del Comité para la Protección de los Seres Humanos en la Investigación del RUM o enviar un correo electrónico a la siguiente dirección: [cpshirum@upr.edu](mailto:cpshirum@upr.edu).

**CONSENTIMIENTO**

Yo, \_\_\_\_\_ (nombre en letra de molde), he leído el procedimiento descrito anteriormente. El (la) investigador(a) me ha explicado el estudio y ha contestado mis preguntas. Voluntariamente doy mi consentimiento para participar en el estudio “Desarrollo y Efectividad de un applet de tendencia central como método y herramienta de enseñanza para un curso de estadística introductoria”.

\_\_\_\_\_  
Firma del Participante

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Firma del Investigador Principal

\_\_\_\_\_  
Fecha

**CODIGO DE IDENTIFICACION**

\_\_\_\_\_  
**Primera Letra**

\_\_\_\_\_  
**Segunda Letra**

\_\_\_\_\_  
**Cuatro números del cero al nueve (0-9)**

## **Apéndice C – Aprobación del CPSHI**

March 07, 2018

Greetings Luis Mestre,

As a member of the Institutional Review Board of the University of Puerto Rico - Mayagüez Campus, I have considered the Review Application for your project titled "Desarrollo y Efectividad de un applet de tendencia central como método y herramienta de enseñanza" (Protocol num. 20180228001). After an evaluation of your protocol, I have determined that your research qualifies for an Expedited approval. Remember that any modifications or amendments to the approved protocol or its methodology must be reviewed and approved by the IRB before they are implemented. The IRB must be informed immediately if an adverse event or unexpected problem arises related to the risk to human subjects. The IRB must likewise be notified immediately if any breach of confidentiality occurs. We appreciate your commitment to uphold the highest standards of human research protections and remain.

Sincerely,

Institutional Review Board (IRB)

University of Puerto Rico,

Mayagüez Campus

Office: Celis 108

Tel.: (787) 832-4040 Ext. 6277

Web Page: <http://www.uprm.edu/cpshi/>

## Apéndice D – Validación de los supuestos de los modelos

### Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la post-prueba y pre-prueba

En la Figura 7, se puede ver que los residuales cumplen con independencia entre los errores y una varianza constante ya que al modelo ser de una sola variable, es una prueba de ANOVA. De igual forma, en la Figura 8 se puede ver que el modelo es una prueba de ANOVA, por lo que los errores se ajustan a una distribución normal.

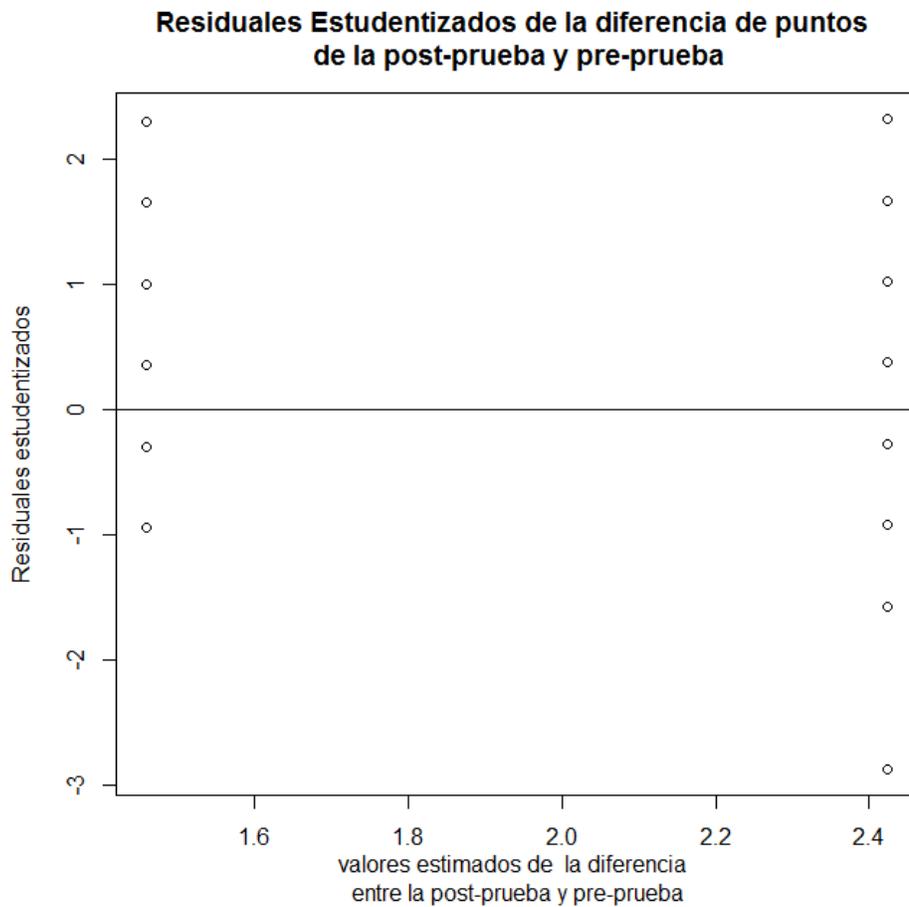


Figura 7 - Residuales Estudentizados de la diferencia de puntos de post-prueba y pre-prueba

**Gráfica de normalidad de residuales  
de la diferencia de puntuación obtenida  
en la post-prueba y pre-prueba**

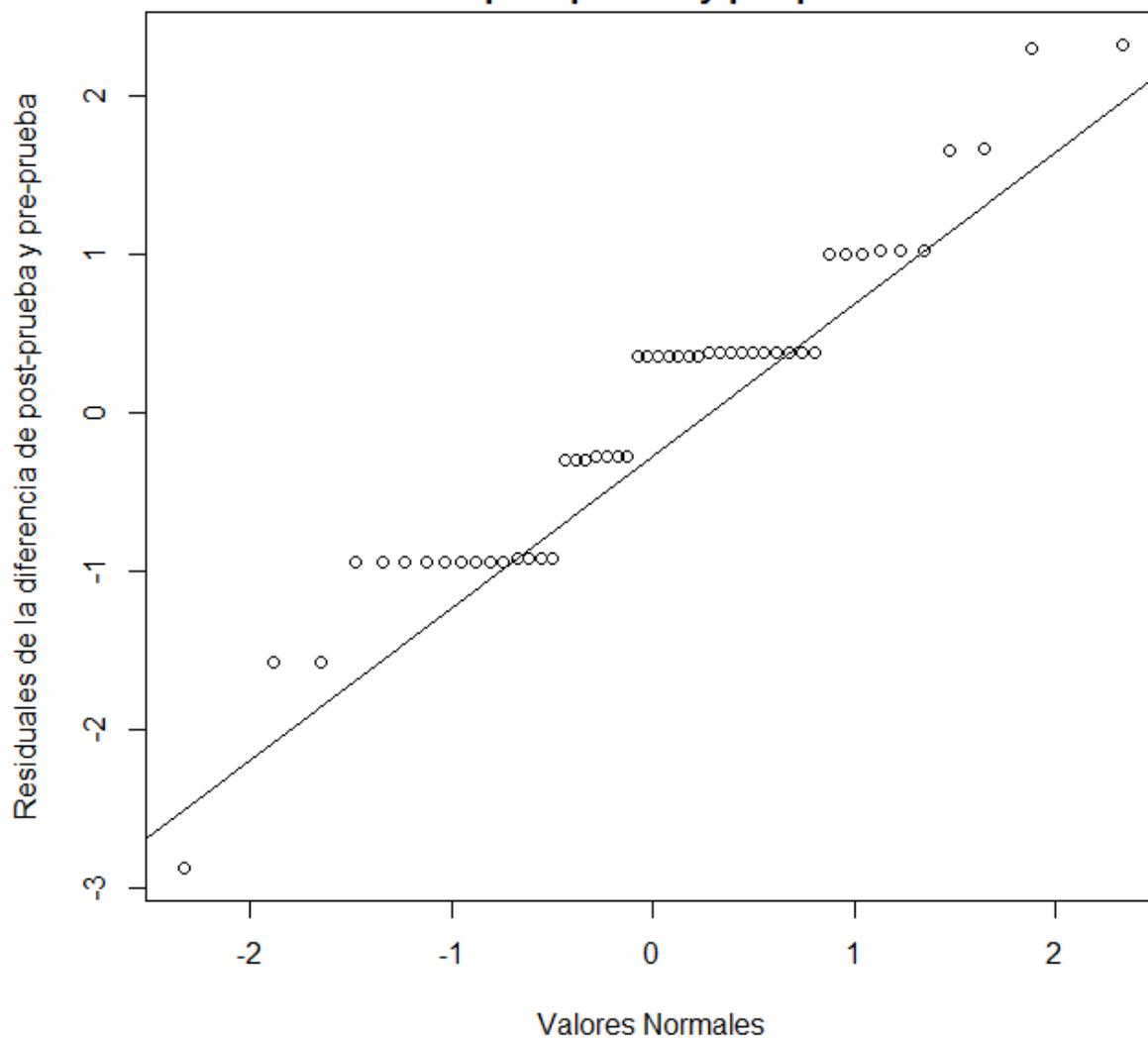


Figura 8- Gráfica de Residuales de la diferencia de post-prueba y pre-prueba

## Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la pre-prueba

En la Figura 9 se puede ver que los residuales no siguen un patrón en particular, por lo que se cumple la suposición de varianza constante e independencia entre los errores. Una gráfica que muestra el arreglo que se ve en la Figura 9, indica un modelo de dos variables. Un modelo de dos variables es equivalente a una prueba ANOVA de dos vías. Además, en la Figura 10, al ser este modelo equivalente a una prueba ANOVA de dos vías, los errores se ajustan una distribución normal.

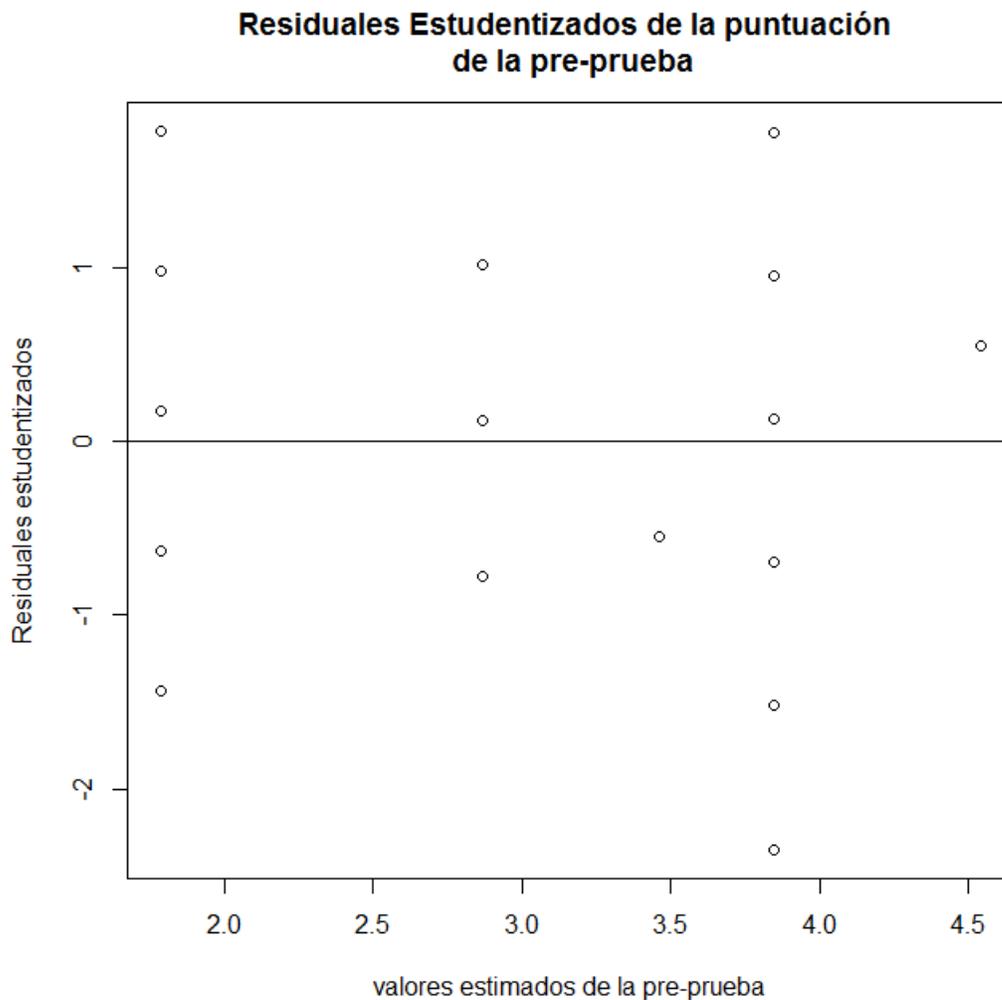


Figura 9 - Residuales Estudentizados de la puntuación de la pre-prueba

### Gráfica de normalidad de residuales de la puntuación obtenida en la pre-prueba

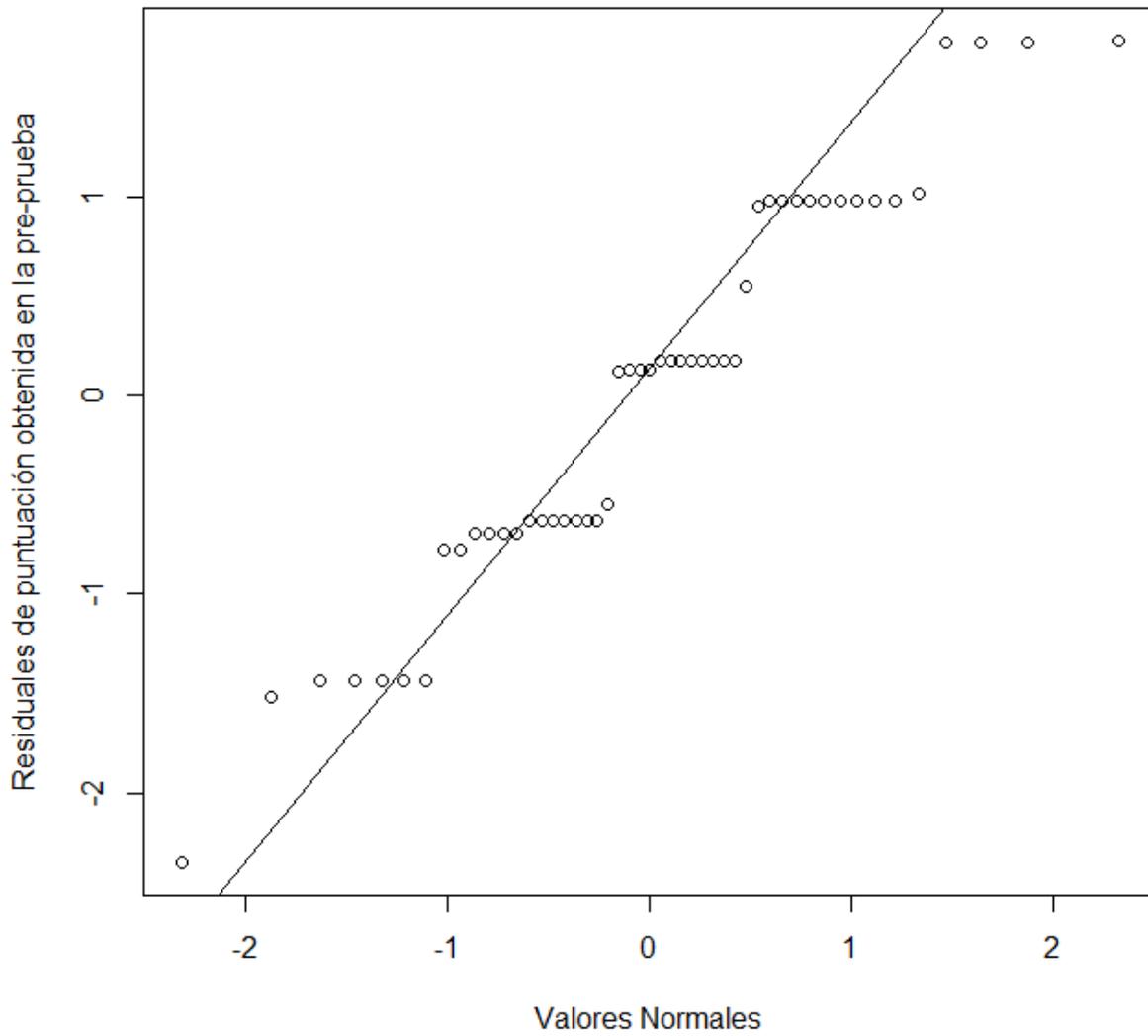


Figura 10 - Gráfica de normalidad de residuales de la puntuación obtenida en la pre-prueba

## Validación de los supuestos del modelo de la diferencia de la post-prueba

En la Figura 11 se puede ver que los residuales no siguen un patrón. Esto permite ver que el modelo cumple con las suposiciones de una varianza constante e independencia entre los datos. En este caso, el modelo se basa de tres variables por lo que, no es equivalente a una prueba de ANOVA de una o dos vías. Por otro lado, en la Figura 12, se puede ver que los residuales se ajustan a una distribución normal.

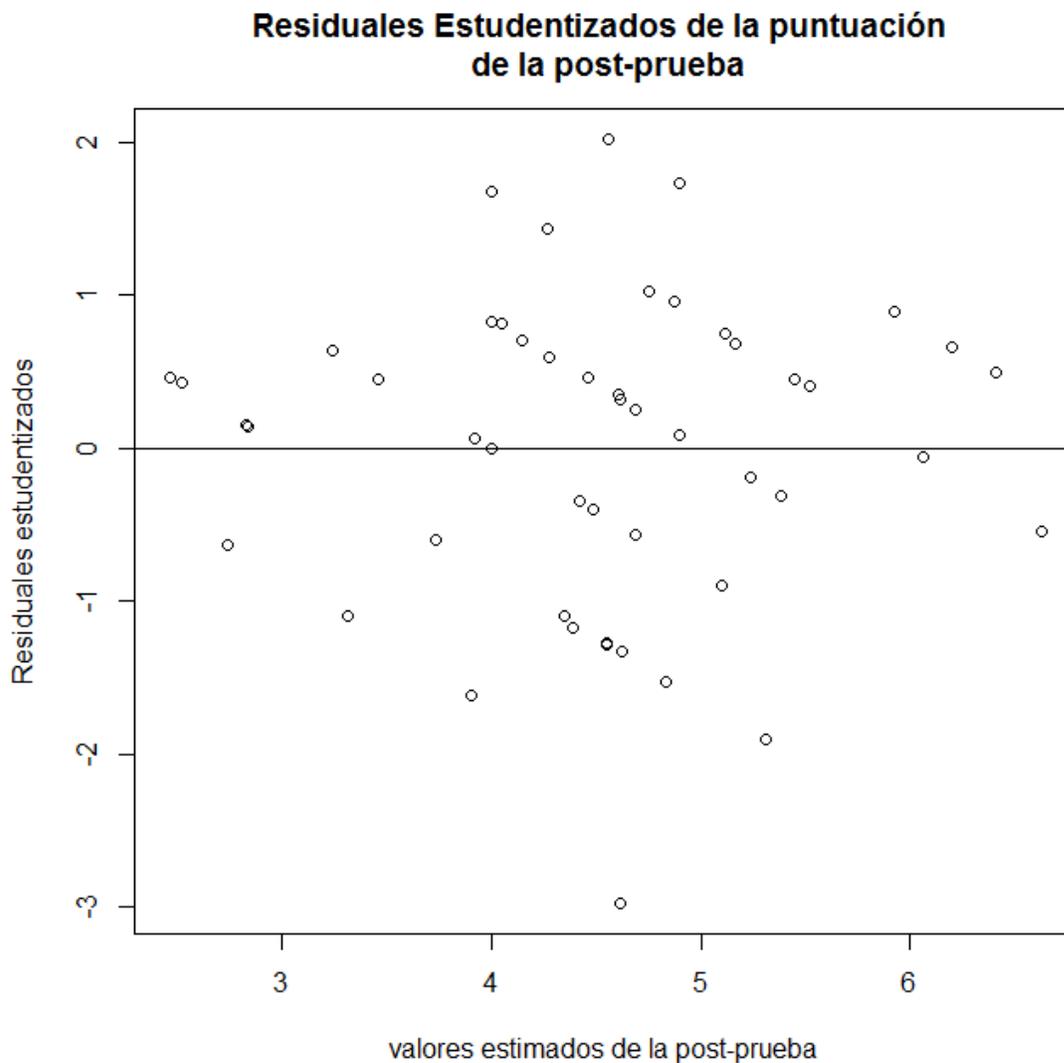


Figura 11 - Residuales Estudentizados de la puntuación de la post-prueba

**Gráfica de normalidad de residuales  
de la puntuación obtenida en la post-prueba**

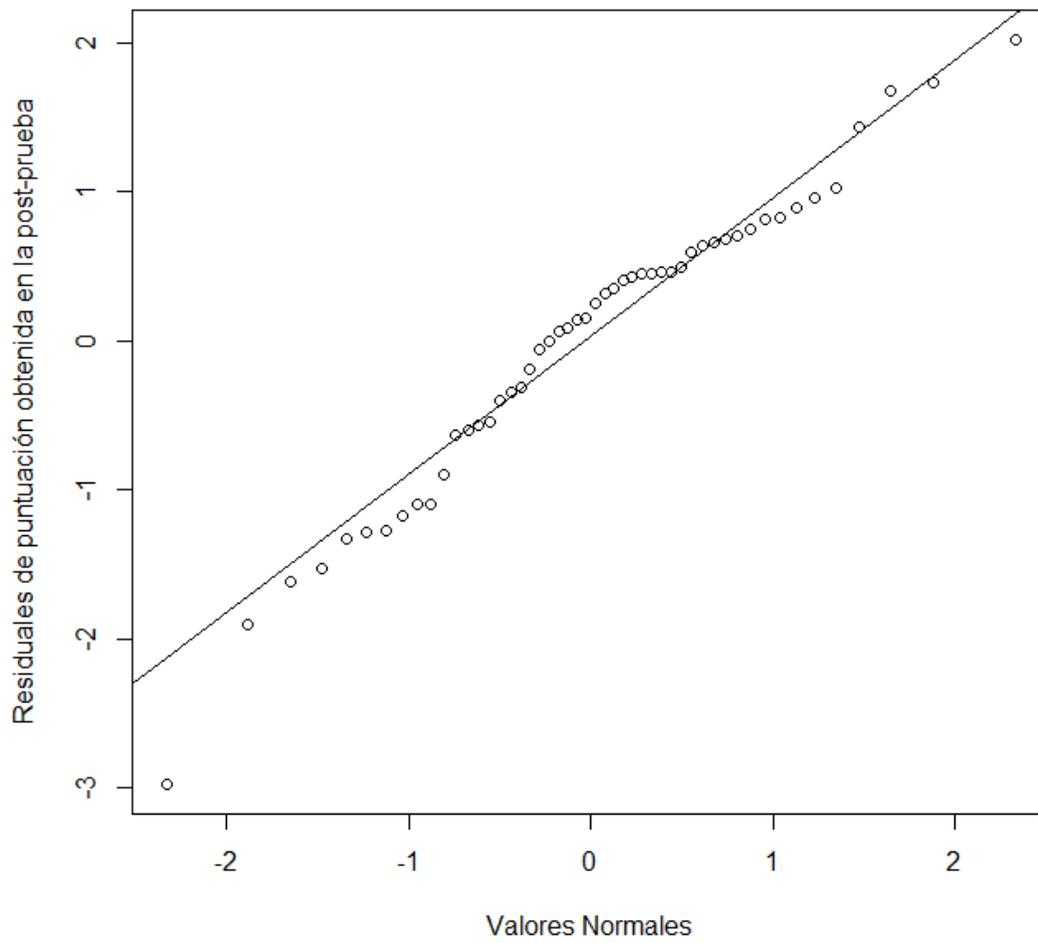


Figura 12 - Gráfica de normalidad de residuales de la puntuación obtenida en la post-prueba