

**MODELO COMPUTACIONAL DE UN SISTEMA PARA LA
EXTRACCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA DE LAS OLAS**

Por

Carlos Andrés Garavito Garzón

Tesis sometida en cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado de

MAESTRÍA EN CIENCIAS

en

MATEMÁTICA APLICADA

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ

Julio, 2009

Aprobada por:

Paul E. Castillo, Ph.D
Miembro, Comité Graduado

Fecha

Krzysztof Rozga, Ph.D
Miembro, Comité Graduado

Fecha

Héctor J. Jiménez, Ph.D
Presidente, Comité Graduado

Fecha

Iván J. Baigés Valentín, Ph.D
Representante de Estudios Graduados

Fecha

Silvestre Colón, Ms,ME
Director del Departamento

Fecha

Abstract of Disertación Presented to the Graduate School
of the University of Puerto Rico in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science

**KINETIC ENERGY FROM SEA WAVES: A COMPUTATIONAL
MODEL**

By

Carlos Andrés Garavito Garzón

July 2009

Chair: Héctor J. Jiménez

Major Department: Mathematical Sciences

The search for novel forms to generate electricity, renewable and clean, is a priority for today's society. Renewable energy resources exploited and exploitable in each place are: the ability to produce biomass, position relative to the sun, wind, sea and others.

The movement of the sea is a promising source of energy, renewable and clean, but conditions of each place are different, it makes difficult to use just one generation technology for every maritime area, each region has its specific conditions that benefit one to and other technology.

This research produced a mathematical and computational model for the extraction of kinetic energy from Sea Waves power, especially for superficial and intermediate depths. The system cost of a float and an arm coupled to an electrical generator, the mathematical model implemented allows the variation of different parameters to assist a glimpse of the possibilities, limitations, advantages and disadvantages of this particular form of generation.

Resumen de Disertación Presentado a Escuela Graduada
de la Universidad de Puerto Rico como requisito parcial de los
Requerimientos para el grado de Maestría en Ciencias

**MODELO COMPUTACIONAL DE UN SISTEMA PARA LA
EXTRACCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA DE LAS OLAS**

Por

Carlos Andrés Garavito Garzón

Julio 2009

Consejero: Héctor J. Jiménez
Departamento: Ciencias Matemáticas

La búsqueda de nuevas formas de generar electricidad, renovables y limpias, es una prioridad para la sociedad actual. Entre los recursos energéticos renovables explotados y explotables en cada lugar se encuentran: la capacidad de producir biomasa, posición respecto al sol, vientos y el mar entre otros. El movimiento del mar es una fuente promisoría de energía, pero debido a la variación de sus condiciones de un lugar a otro, se hace difícil una unificación tecnológica que sea óptima para todas las regiones marítimas de la tierra, cada región tiene sus condiciones particulares que beneficia una u otra tecnología.

Este proyecto de investigación modela matemáticamente y computacionalmente un sistema de recuperación de energía movido por el oleaje del mar, especialmente para aguas profundas e intermedias. Este sistema consta de un flotador (boya) y un brazo acoplados a un generador, el modelo matemático implementado permite la variación de los diferentes parámetros ayudando a vislumbrar las posibilidades, restricciones, bondades y desventajas de esta forma de recuperación.

Copyright © 2009

por

Carlos Andrés Garavito Garzón

A todo aquel que habiendo perdido la esperanza, en la mano de Dios tejedor del destino encontró alivio para continuar con su camino.

AGRADECIMIENTOS

A Dios fuente de toda fortaleza y todo conocimiento.

A mi familia en especial a mi madre por su apoyo y afecto.

Al equipo de la Red Sísmica de Puerto Rico encabezados por Christa Von Hillebrandt y Victor Huerfano al igual que a todo el staff por el apoyo, financiamiento y la información suministrada para el desarrollo de este proyecto.

Al departamento de Ciencias Matemáticas por darme la oportunidad de poder continuar con mis estudios.

Al Dr. Paul Castillo por su apoyo incondicional y guía durante toda mi estadía en la Universidad de Puerto Rico, su ejemplo y tenacidad me han servido de ejemplo en la búsqueda de mis metas personales y profesionales.

Al Dr. Hector J. Jiménez por dirigir este proyecto.

Al Dr. Rafael Hurtado de la Universidad Nacional de Colombia.

A la Ing. Eddy J. Mesa por sus colaboración, ideas y dedicación que hicieron posible la culminación de este trabajo.

Todos los agradecimientos se quedan siempre cortos y sería imposible enumerar todas los pequeños y grandes aportes que en los aspectos personal y académicos he recibido de todos mis amigos, gracias por siempre estar, vivir y alegrar cada momento con su apoyo, presencia y consejos.

Los amigos y la familia son el combustible que da aliento a continuar cuando ya no queda nada.

Índice general

	<u>página</u>
ABSTRACT ENGLISH	II
RESUMEN EN ESPAÑOL	III
AGRADECIMIENTOS	VI
Índice de cuadros	X
Índice de figuras	XII
LISTA DE ABREVIATURAS	XIII
LISTA DE SIMBOLOS	XIV
1. MOTIVACIÓN Y FUNDAMENTOS	1
1.1. Fundamentos	2
1.1.1. Principio de Arquímedes:	2
1.1.2. Modelo de Ondas de Airy	3
2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO	11
2.1. Consideraciones Generales	12
2.2. Ecuaciones de Movimiento	12
2.2.1. Fuerzas Viscosas	14
2.2.2. Fuerza Boyante y Volumen Sumergido.	16
2.3. Acoplamiento con las olas Incidentes	18
3. GENERACIÓN DE ENERGÍA	24
3.1. Aspectos específicos del modelo	25
3.2. Efecto del Resorte en el Cómputo de la Energía	29
3.3. Descripción del Funcionamiento:	30
4. RESULTADOS NUMÉRICOS	32
4.1. Parámetros Usados	33
4.2. Respuesta de la boya a la Frecuencia y Amplitud	36
4.3. Cálculo de Potencia Para un caso Real	45
5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	50
5.1. Trabajos Futuros	51

APENDICES	53
6. METODOS DE RUNGE-KUTTA	54
7. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL	59
7.1. Módulo Geométrico	59
7.2. Módulo Runge-Kutta	60
7.3. Módulo de Animaciones	61

Índice de cuadros

<u>Tabla</u>	<u>pagina</u>
1-1. Características de las aguas según su profundidad y el número de onda (referencia [1]).	9
2-1. Momentos de inercia al rededor de los ejes principales para algunas formas geométricas de interés.	14
2-2. Estimado del número de Reynolds para cada medio.	15
2-3. Coeficientes de arrastre para algunas figuras [3].	16
2-4. Comportamiento del error para la calibrar la malla en la simulación para $R_1 = 1,0m$	18
4-1. Valores de los parámetros usados en las simulaciones.	34
4-2. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $0,1m$	39
4-3. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $0,1m$ y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.	40
4-4. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $0,5m$	41
4-5. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $0,5m$ y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.	42
4-6. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $1,0m$	43
4-7. Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de $1,0m$ y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.	44
4-8. Valores de potencia encontrados.	45
4-9. Valores de potencia encontrados usando las serie 1 de tiempo de Punta Miquillo.	47

4-10. Valores de potencia encontrados usando las serie 1 aumentada en un factor de 10 de tiempo de Punta Miquillo.	48
--	----

Índice de figuras

Figura	pagina
1-1. Esquema del sistema físico propuesto.	3
1-2. Modelo de la ola que se propaga en la superficie.	6
2-1. Esquema del sistema físico propuesto.	11
2-2. Corte 2D sobre la selección del volumen sumergido.	17
2-3. Frecuencia Vs L, para diversos valores de R_1	21
2-4. Esquema de funcionamiento.	22
2-5. Condición extrema sistema boya-brazo.	22
3-1. Sistema usado para capturar movimiento y generar energía.	25
3-2. Fases del movimiento de la boya.	26
3-3. Resorte usado para obtener energía..	28
3-4. Sistema brazo boya propuesto..	29
4-1. Coordenada Y del centro de masa de una Boya de radio $1,5m$, longitud de brazo $2,0m$	35
4-2. Energía acumulada como función del tiempo, Radio Boya $1,5m$, $\kappa = 1,4$, Longitud brazo $1,5m$ usando los diferentes valores de amplitud usados.	36
4-3. Respuesta a la frecuencia de una boya de radio $0,5m$, brazo $0,5m$, amplitud de ola $0,5m$ y profundidad de $6,0m$	37
4-4. Serie de Datos 1, amplitudes bajas.	47
5-1. Sistema brazo boya para aprovechamiento de olas capilares, el soporte flota.	52
6-1. Energía para $h = 1e - 1$, el esquema con este paso no conserva energía.	56
6-2. Energía para $h = 1e - 2$	57
6-3. Energía para $h = 1e - 3$	57
6-4. Energía para $h = 1e - 4$	58

LISTA DE ABREVIATURAS

EDO	Ecuación diferencial Ordinaria.
N	Newton (Unidad de fuerza).

LISTA DE SIMBOLOS

t	Tiempo (segundos)
κ	Longitud de onda.
K	Constante elástica.
Kw	Kilovatio.
Kwh	Kilovatio-hora.

Capítulo 1

MOTIVACIÓN Y FUNDAMENTOS

Uno de los problemas que más afecta el desarrollo y sostenimiento de la humanidad es el tema energético. Durante el siglo XX la fuente primordial que permitió el desarrollo económico fueron los combustibles fósiles. Estos han tenido amplia difusión debido a que en un comienzo sus costos eran bajos. Actualmente su uso comienza a ser cuestionado debido a los altos y fluctuantes precios que han alcanzado y la contaminación ambiental generada por su uso. La búsqueda de nuevas fuentes de energía baratas, de fácil acceso y no contaminantes se ha convertido en una prioridad para la humanidad. El desarrollo de celdas solares, celdas de hidrógeno, bio-combustibles etc. toma cada día mayor importancia [2].

La búsqueda de nuevas formas rentables de energía se torna bastante complicada pues no todas las regiones gozan de las mismas ventajas geográficas, lo que hace complejo tomar un modelo estándar de energía para todos. Por ejemplo, si tomamos energía solar como estándar mundial, en los países cercanos al ecuador puede funcionar bastante bien debido a su posición privilegiada respecto a este recurso, pero en los países cercanos a los polos donde la luz solar es débil puede que la energía obtenida sea insuficiente. Este hecho nos hace pensar que cada región debe identificar y usar los recursos propios para generación de energía en forma razonable y adecuada a sus necesidades.

1.1. Fundamentos

En esta sección describiremos los elementos necesarios para la formulación y solución del modelo que nos permitiera transformar el movimiento de las olas marinas en energía eléctrica.

1.1.1. Principio de Arquímedes:

Cuando un cuerpo se sumerge en un fluido se hunde o permanece cerca a la superficie (flota) de acuerdo al valor de su densidad. A este fenómeno se le conoce como principio de Arquímedes y establece que, *Cuando un cuerpo se encuentra inmerso en un fluido será empujado con una fuerza ascendente (ó boyante) igual al peso del volumen de fluido desplazado por él.*

$$F_B = m_{fluido}g = \rho_{fluido}V_s g. \quad (1.1)$$

En la ecuación (1.1) V_s es el volumen de fluido desplazado por el cuerpo al estar sumergido, ρ_{fluido} es la densidad de la fase líquida y g es la aceleración gravitacional. El cuerpo flotará sólo si la fuerza boyante es mayor que el peso,

$$\rho_{cuerpo} < \rho_{fluido}. \quad (1.2)$$

Note que aunque la mayoría de los barcos estan hechos de madera o acero, estos flotan debido a que no toda su base esta hecha en metal macizo, dentro tienen grandes espacios vacios que permiten sostener la estructura del barco y a su vez permiten que flote.

La fuerza boyante F_B , define un punto de equilibrio para el centro de masa dentro del fluido que lo contiene, si se saca al cuerpo de dicha posición presentará un comportamiento oscilatorio análogo al de un sistema masa resorte. Supongamos que nuestro cuerpo es una caja de densidad uniforme ρ_m y masa m , sobre la caja actuan

el peso $W = mg$ y la fuerza boyante $F_B = \rho_{fluido}V_s g$, sea x la porción de longitud del cuerpo que se encuentra sumergida. como se ilustra en la figura 1-1.

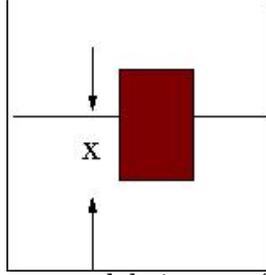


Figura 1-1: Esquema del sistema físico propuesto.

La ecuación de movimiento en este caso (despreciando la fuerza de fricción), esta determinada por,

$$m\ddot{x} = mg - \rho_{fluido}V_s g. \quad (1.3)$$

El volumen sumergido para este caso esta determinado por $V_s = Ax$, con A el área transversal del objeto (note que se ha escogido como positivo la dirección de la fuerza de gravedad) y x la longitud sumergida. La masa del objeto se puede escribir como $m = \rho_m Ah$, donde h es el largo de la caja. Sustituyendo estas relaciones en 1.3 se obtiene.

$$\ddot{x} = g - \frac{\rho_{fluido}}{\rho_m h} x = -g \cdot \frac{\rho_{fluido}}{\rho_m h} \left(x - \frac{\rho_m h}{\rho_{fluido}} \right). \quad (1.4)$$

Note que la ecuación (1.4) es del tipo masa resorte, la frecuencia natural asociada a éste sistema viene dada por $\omega_0^2 = g \frac{\rho_{fluido}}{\rho_m h}$ y la posición de equilibrio está dada por $x_0 = \frac{\rho_m h}{\rho_{fluido}}$. Note que al forzar el sistema (crear una ola) las frecuencias cercanas a la natural serán las que transmitan energía en forma más eficiente [3].

1.1.2. Modelo de Ondas de Airy

El mar y los fenómenos asociados a él han tenido la atención de los científicos durante siglos, es una gran fuente de alimento y un medio de transporte natural.

El estudio de las ondas que se propagan sobre su superficie es aún hoy en día un tema abierto, si bien se tienen modelos teóricos sobre el comportamiento de las olas que funcionan bastante bien, la complejidad del fenómeno hace que su descripción sea difícil. La propagación de ondas en el mar esta vinculada con temas como fluidos, transferencia de calor y métodos numéricos lo que lo hace un problema bastante complejo y a su vez atractivo. A continuación haremos una descripción del modelo más simple de olas que se tiene, se conoce como la *Teoría Lineal de Airy*, la cual se usará como la ola típica en este trabajo.

Flujo Potencial y Ecuación de Euler Irrotacional

Supongamos que el agua es un fluido de viscosidad despreciable, incompresible e irrotacional. Note que la viscosidad del agua es $8,93 \times 10^{-4} Pa$ a $25^\circ C$ y la de materiales como la glicerina es de $1,50 Pa$ a $25^\circ C$, lo que sustenta la hipótesis sobre la viscosidad. El agua es un fluido incompresible ya que mantiene su densidad constante bajo presión, ésto no ocurre en los gases ya que ellos tienden a llenar todo el volumen accesible variando así su densidad conforme son comprimidos.

La ecuación que describe el comportamiento de un un fluido no viscoso e incompresible se denomina ecuación de Euler ([1, 4]). En general la masa del sistema también se conserva por lo que adicionalmente a la ecuación de Euler se debe considerar la ley de conservación. Dicha ecuación se conoce como *ecuación de continuidad* (1.6)

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} + \nabla p = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (1.6)$$

\mathbf{u} es la velocidad del fluido, ρ es su densidad y p es la presión. Note que dado que el flujo es incompresible la densidad del fluido se mantiene constante por lo que

(1.6) se reduce a.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1.7)$$

Para el caso de las olas gravitacionales se considera que el flujo es irrotacional lo que implica que $\nabla \times \mathbf{u} = 0$ (esta suposición se logra usando el concepto de capa límite [4]). En los campos vectoriales que satisfacen esta propiedad se tiene que $\mathbf{u} = -\nabla\phi$, éste potencial se puede calcular resolviendo la ecuación de Laplace que sale naturalmente de combinar la irrotacionalidad con la ecuación (1.7),

$$\nabla^2\phi = 0. \quad (1.8)$$

Los flujos para los cuales la ecuación (1.8) es válida se conocen como *Flujos Potenciales*. La ecuación (1.5) se puede volver a escribir usando $\mathbf{u} = -\nabla\phi$ y se obtiene que,

$$\nabla \left(\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \rho \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + p \right) = 0.$$

De donde,

$$\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \rho \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + p = f(t). \quad (1.9)$$

En la ecuación (1.9) se puede tomar sin pérdida de generalidad $f(t) = 0$. Note que si se hace cero el término que depende del potencial en (1.9) se llega a la famosa ecuación de Bernoulli. Uno de los aspectos de mayor importancia de la ecuación de Bernoulli es que representa un caso particular de la conservación de energía en el fluido.

Condiciones de Borde

La ecuación de (1.8) basta para determinar la dinámica de los fluidos que se consideran, el problema se centra ahora en como relacionar la ecuación (1.8) con

la perturbación sobre la superficie (ola). Note que la ola se propaga en la interfase agua-aire. Esta superficie $S(x, y, z, t)$ (ver figura 1-2) se debe mover en la misma forma que el resto del fluido, al rededor de la posición de equilibrio fijada en $z = 0$. Luego para $S(x, y, z, t)$ se debe cumplir,

$$\frac{\partial S(x, y, z, t)}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)S(x, y, z, t) = 0. \quad (1.10)$$

Esta condición asume que la superficie del fluido esta libre. Es conveniente expresar $S(x, y, t) = \eta(x, y, t) - z$, donde $\eta(x, y, t)$ es la forma de la ola que se propaga sobre el agua. Reemplazando en (1.10) y usando $u = -\nabla\phi$ obtenemos,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0. \quad (1.11)$$

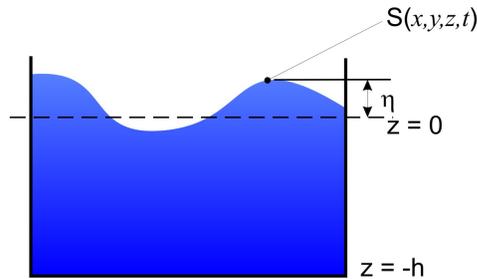


Figura 1-2: Modelo de la ola que se propaga en la superficie.

La ecuación (1.11) es conocida como la condición cinématica de superficie libre, dado que consideraremos el caso lineal, (1.11) se reduce a,

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} = 0. \quad (1.12)$$

En (1.9) no se consideraron los efectos de la interfaz de los dos fluidos ni los efectos gravitacionales. En la superficie del agua el término de presión p esta determinado por la presión atmosférica p_a y la tensión superficial. La tensión superficial es el fenómeno que hace que el fluido se comporte como una capa delgada en su

superficie. Éste fenómeno depende del radio de curvatura de la superficie R . Usando estos argumentos, p toma la forma,

$$p = p_a - \gamma R. \quad (1.13)$$

Donde γ es la tensión superficial y R es el radio de curvatura de la superficie. Note que γR es despreciable debido a que $\gamma \propto 10^{-3}$ mientras $p_a \propto 10^4$. Se adiciona el termino $\rho g z$ a la ecuación (1.9) debido al efecto de la gravedad sobre el agua. Al reemplazar en 1.9 se obtiene,

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + g\eta(x, y, t) + p_a \right)_{z=0} = 0. \quad (1.14)$$

Como ϕ es invariante respecto a la adición de una constante, al transformar $\phi \rightarrow \phi + K(t)$ se puede eliminar la presión de la ecuación (1.14). Las condiciones de borde en el fondo $z = -h$ son más sencillas dado que el borde es rígido y la velocidad normal debe ser cero, lo que implica $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$. Despreciando los términos no lineales de la ecuación (1.14), el sistema de ecuaciones a resolver se muestra en (1.15),

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta(x, y, t) \right)_{z=0} = 0, \quad (1.15)$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} = 0, \quad (1.16)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=-h} = 0 \quad (1.17)$$

$$\nabla^2 \phi = 0. \quad (1.18)$$

Solución de las Ecuaciones y relaciones de dispersión

Para solucionar el sistema de ecuaciones (1.15) se hace uso de la siguiente suposición sobre el potencial ϕ ,

$$\phi = F(z) \exp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}). \quad (1.19)$$

Esta suposición tiene sentido ya si la onda se propaga sobre la superficie las direcciones de propagación probables están restringidas al plano x, y , $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ y $\mathbf{x} = (x, y)$. Sólo falta determinar el efecto de la altura. Sustituyendo en (1.15), se obtiene la siguiente ecuación diferencial,

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} - k^2 F(z) = 0. \quad (1.20)$$

Usando la condición de borde sobre el fondo $z = -h$, se obtiene que la solución de (1.20) está dada por

$$F(z) = C \cosh k(z + h). \quad (1.21)$$

Aplicando las condiciones de borde restante se llega a que (ver referencia [1]).

$$\eta(x, y, t) = \operatorname{Re}(a \exp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})), \quad (1.22)$$

$$\phi(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left(\left(\frac{aig}{\omega} \right) \frac{\cosh k(z + h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \right). \quad (1.23)$$

Con $a = \frac{C\omega}{ig}$, $k = |k|$ y Re es la parte real. La relación de dispersión permite determinar la frecuencia en función del número de onda. Este hecho nos permite determinar los rangos de frecuencia según la profundidad del lecho marino. En este caso si se combina la condición de frontera de superficie libre con la obtenida a través de la ecuación de Bernoulli se obtiene,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = g \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

Sustituyendo la solución para ϕ (1.23), en la relación anterior se obtiene

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (1.24)$$

Según la el valor de k y h se puede clasificar las aguas como, *Superficiales* o *Pandas* (*Shallow*), *Intermedias* (*Intermediate*) y *Profundas* (*Deep*), algunas características de estos tipos de agua se encuentran en la tabla (1.1.2) [1],

	Superficiales	Intermedias	Profundas
Aproximación	$kh \ll 1$	-	$kh \gg 1$
Valor Práctico	$kh < \frac{1}{20}$	$\frac{1}{20} < kh < \frac{1}{2}$	$kh > \frac{1}{2}$
Relación de dispersión	$\omega^2 = k^2 gh$	$\omega^2 = gk \tanh(kh)$	$\omega^2 = gk$
Forma de onda	$a \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})$		
Velocidad de Fase	$V_f = \sqrt{gh}$	$V_f = \sqrt{\frac{g \tanh(kh)}{k}}$	$V_f = \sqrt{\frac{g}{k}}$
Velocidad de Grupo	$V_g = \sqrt{gh}$	$V_g = \frac{1}{2} V_f \left(1 + kh \frac{1 - \tanh^2(kh)}{\tanh(kh)} \right)$	$V_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}}$

Cuadro 1-1: Características de las aguas según su profundidad y el número de onda (referencia [1]).

Energía Asociada

Las ondas son capaces de transportar momentum y energía. Este hecho es la base fundamental de nuestro proyecto. La energía asociada a la onda es debida a la perturbación que generó la misma, entre mayor sea esta perturbación mayor será la energía de la onda. La energía cinética promedio de la onda viene dada por (ver [1]),

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_{-h}^{\eta} \overline{(\nabla \phi)^2} dz.$$

Dado que η es una pequeña perturbación en torno a la superficie, podemos considerar que el límite superior de la integral es 0,

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_{-h}^0 \overline{(\nabla \phi)^2} dz = \frac{1}{4} \rho (a\omega)^2 (k \tanh(kh))^{-1}. \quad (1.25)$$

Note que $k \tanh(kh) = \frac{\omega^2}{g}$ de la relación de dispersión, por lo que la expresión final para la energía de la onda vendrá dada por

$$T = \frac{1}{4}\rho a^2 g. \quad (1.26)$$

Para una ola de 20cm de altura propagándose en agua salada $\rho = 1027$, la energía cinética promedio es de $100,78 \frac{\text{Joules}}{\text{m}^2}$. Esta energía presente en el oleaje marino será la fuente de energía recuperable.

Capítulo 2

DESCRIPCIÓN DEL MODELO

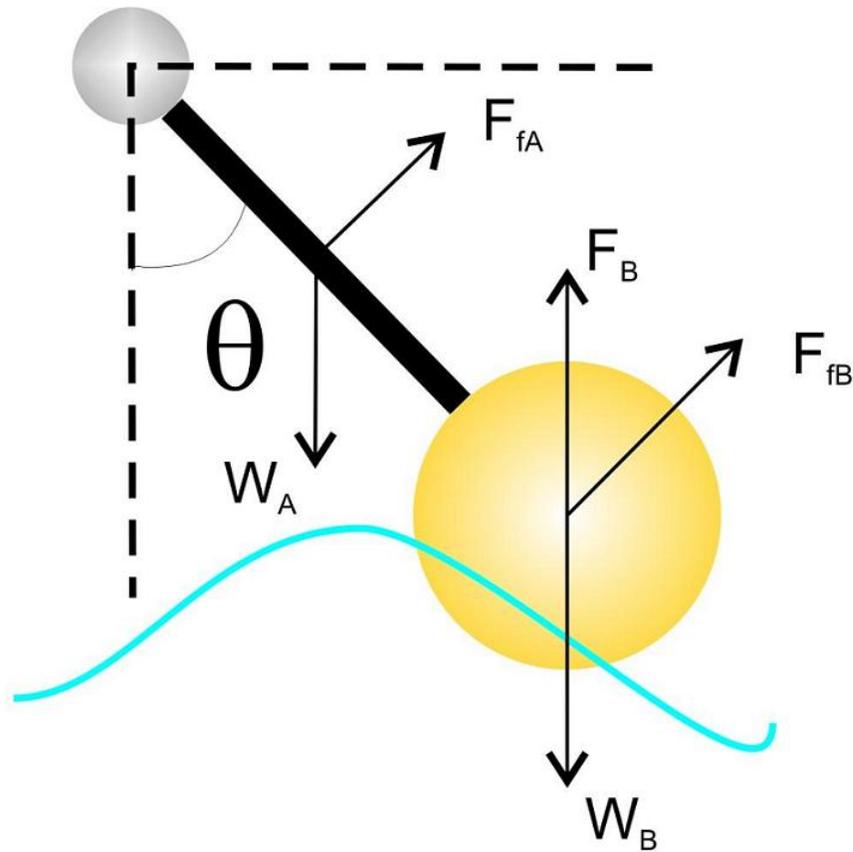


Figura 2-1: Esquema del sistema físico propuesto.

El modelo inicial toma un flotador que se mueve de acuerdo a la ola. En la figura 2-1, se muestra el diagrama de fuerzas usado para una boya típica. La cantidad F_B representa la fuerza boyante, $W_B = m_B g$ es el peso de la boya, $W_A = m_A g$ es el peso del brazo, F_{fB} es la fuerza de fricción sobre la boya y F_{fA} es la fuerza de fricción sobre el brazo. El nivel del agua ($\eta(x, t)$) cambia con respecto a la posición y el tiempo de acuerdo con el modelo de olas basado en la teoría lineal de Airy descrita en el

capítulo anterior. En esta sección presentaremos algunas hipótesis fundamentales del modelo y en las subsecuentes secciones se describirán los componentes usados en el modelo al igual que algunas justificaciones sobre las hipótesis del mismo.

2.1. Consideraciones Generales

El modelo propuesto se basa en los siguientes supuestos:

1. *La forma de la ola sólo depende del tiempo y de la coordenada x ($\eta(x, t)$):* Dado que el radio de la ola es pequeño en comparación con con el frente de onda en la dirección y , este se puede considerar como homogéneo en dicha dirección.
2. *Las amplitudes de las olas incidentes estan determinadas por la teoría lineal de Airy:* Es el modelo más simple para describir olas. Para que el modelo sea factible debe funcionar con olas de amplitudes pequeñas que son las más comunes en las costas y aguas cercanas a la orilla.
3. *La velocidad del viento se considera como nula dado que se puede aislar el sistema del mismo:* Si la carga aerodinámica sobre el sistema es muy alta, el desplazamiento angular del brazo se hara nulo reduciendo la cantidad de energía que se puede extraer de la ola.
4. *Todos los torques se miden con respecto al eje que sostiene la boya.*
5. *La Altura de la base del sistema se encuentra al nivel promedio de la marea:* Para despreciar el efecto de la marea sobre el sistema. Se considera que el sistema esta los suficientemente arriba para que no sea cubierto por la misma.
6. *El sistema se encuentra en equilibrio translacional:* No hay contribución debido al desplazamiento del soporte donde se encuentra el sistema de boya.

2.2. Ecuaciones de Movimiento

Dado que el cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional, la dinámica del sistema queda completamente determinada por los torques. La ecuación (2.1) describe el comportamiento dinámico del sistema, la longitud del brazo L , llega hasta el centro

de la boya.

$$I\ddot{\theta} = -\frac{L}{2}\sin(\theta)W_A - L\sin(\theta)W_B + LF_{fB}(\theta, \dot{\theta}) + \frac{L}{2}F_{fA}(\theta, \dot{\theta}) + L\sin(\pi - \theta)F_B. \quad (2.1)$$

I es el momento de inercia total del sistema brazo-boya. Se asume un brazo cilíndrico hueco de largo L y radios externos e internos r_1 y r_2 , se considera también una boya esférica hueca de radio externo R_1 y radio interno R_2 . La deducción de (2.1) es el resultado de la aplicación la teoría de sólido rígido. Los dos primeros términos del lado derecho de (2.1) son producidos por los pesos de la boya y el brazo, los siguientes son debidos a las fuerzas viscosas que actuan sobre el sistema y a la fuerza boyante que obedece el principio de Arquímedes.

En el capítulo 3, se mostrará en forma breve la forma de captar el movimiento pero, la inclusión de los elementos para la captación de movimiento hace que la ecuación (2.1) este incompleta y que sea necesario incluir el efecto de dichas partes sobre el sistema. Con el fin de caracterizar los parámetros del sistema no se incluye el sistema de captación, en el capítulo 3 se hará un análisis del efecto de dicho sistema sobre la frecuencia y los parámetros sugeridos en el desarrollo de este capítulo.

En nuestro caso el momento de inercia I del sistema tiene la siguiente forma funcional,

$$I = I_{brazo} + I_{boya} = I_{brazo0} + M_{brazo} \left(\frac{L}{2}\right)^2 + I_{boya0} + M_{boya}(L)^2. \quad (2.2)$$

Los momentos de Inercia I_{brazo0} e I_{boya0} hacen referencia al momento de inercia en torno al centro de masa. Los términos que dependen de L^2 en la ecuación 2.2 son las correcciones debidas al teorema de los ejes paralelos o de *Steiner* ([5], [6]). Los

momentos de inercia alrededor del centro de masa para los perfiles geométricos del interés de este trabajo se encuentran en la tabla 2.1,

Objeto	Eje Principal 1	Eje Principal 2	Eje Principal 3
Esfera Maciza	$\frac{2}{5}MR^2$	$\frac{2}{5}MR^2$	$\frac{2}{5}MR^2$
Esfera Hueca	$\frac{2}{3}MR^2$	$\frac{2}{3}MR^2$	$\frac{2}{5}MR^2$
Cilindro Macizo	$\frac{1}{12}M(3(r^2) + L^2)$	$\frac{1}{2}M(r^2)$	$\frac{1}{12}M(3(r^2) + L^2)$
Cilindro Hueco	$\frac{3}{12}M(3(r_1^2 + r_2^2) + L^2)$	$\frac{1}{2}M(r_1^2 + r_2^2)$	$\frac{3}{12}M(3(r_1^2 + r_2^2) + L^2)$

Cuadro 2-1: Momentos de inercia al rededor de los ejes principales para algunas formas geométricas de interés.

2.2.1. Fuerzas Viscosas

La fuerza de disipación usada para el brazo y la boya depende de la posición relativa entre la boya y el nivel de agua. El número de Reynolds R_e determina la forma funcional de la fricción a usar, este número se define como la razón entre las fuerzas inerciales y viscosas.

$$R_e = \frac{\rho V_0 L_0}{\mu}. \quad (2.3)$$

Note que V_0 es la velocidad del fluido, L_0 es una longitud característica del cuerpo (en el caso de la esfera el diámetro) y μ es la viscosidad del mismo. En su forma más general la fuerza viscosa toma la siguiente forma,

$$F_f(\theta, \dot{\theta}) = - \begin{cases} bV, & R_e \ll 1. \\ \text{signo}(\dot{\theta}) \frac{1}{2} \rho A C_d (V)^2 & R_e \geq 1000. \end{cases} \quad (2.4)$$

V es la magnitud velocidad del cuerpo, b es un coeficiente que depende de la viscosidad del fluido (agua, aire) y de la geometría del cuerpo (para un cuerpo esférico $b = 6\pi\mu R$ este resultado de conoce como *Ley de Stokes*), ρ es la densidad de fluido A es el área transversal efectiva del objeto con respecto al movimiento del fluido, C_d es el coeficiente de arrastre del cuerpo que depende únicamente de la geometría y $\text{signo}(x)$ se define como 1 si $x > 0$ y -1 si $x < 0$. Note que la fricción se opone

a la dirección de movimiento del cuerpo. Se debe estimar el número de Reynolds del sistema para determinar el régimen viscoso correspondiente. En la tabla (2-2) se encuentra el estimado del número de Reynolds para el aire y el agua salada. Note que si el objeto está en el agua la fuerza viscosa es no lineal y si está en el aire se comporta en forma lineal,

	Densidad ($\frac{Kg}{m^3}$)	Velocida ($\frac{m}{s}$)	L (m)	Viscosidad ($\frac{Kgs}{m}$)	R_e
Agua Salada	1027	$\sim 10^2$	~ 10	$1,003^{-3}$	$\sim 10^5$
Aire	1,2	~ 0	~ 10	$1,832^{-5}$	~ 0

Cuadro 2-2: Estimado del número de Reynolds para cada medio.

Cuando el cuerpo está parcialmente sumergido la fuerza viscosa será una superposición de la parte en el agua más la parte en el aire. Es importante notar que dado que la velocidad del centro de masa es igual en ambos casos, el término dominante es el de arrastre en el agua debido a la baja viscosidad del aire.

$$\frac{1}{2}\rho AC_d(V)^2 \gg 6\pi\mu R.$$

Usando esta suposición obtenemos que la fuerza viscosa en este caso será,

$$F_f(\theta, \dot{\theta}, \dot{\theta}^2) = -\text{signo}(\dot{\theta}) \begin{cases} bV_{cm}, & \text{Si esta totalmente fuera del agua.} \\ \frac{1}{2}\rho AC_d(V_{cm})^2 & \text{Si esta total o parcialmente sumergido.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Donde , V_{cm} es la magnitud de la velocidad del centro de masa del cuerpo ($\frac{L\dot{\theta}}{2}$ para el brazo y $L\dot{\theta}$ para la boya), la ecuación (2.5) es válida tanto para el brazo como para la boya. La forma geométrica determina el coeficiente de arrastre C_d . Entre mas pequeño sea este coeficiente nuestras pérdidas de energía por fricción se reducirán. En la tabla (2-3) se encuentran los coeficientes de arrastre para diferentes cuerpos,

La elección natural en nuestro caso será esfera para la boya y cilindro para el brazo. En el brazo el radio exterior r_1 del cilindro hueco debe ser pequeño para

Objeto	Coefficiente de Arrastre (C_d)	Área efectiva A
Caja	0,8	L^2
Esfera	0,47	πR^2
Cilindro Corto	1,15	$2rh$
Cilindro Largo	0,82	$2rh$
Caja	2,1	$L_x \times L_y$
Cono	0,50	πR^2
Boeing 747	0,031	-
F-4 Phantom II	0,021	-

Cuadro 2-3: Coeficientes de arrastre para algunas figuras [3].

disminuir el área efectiva y consecuentemente el arrastre. En el caso de la boya la elección es mas importante ya que al reducir el radio exterior R_1 se reduce la fricción, también se reduce la fuerza boyante y en esta manera la energía que se puede obtener por medio del sistema.

2.2.2. Fuerza Boyante y Volumen Sumergido.

El elemento fundamental que permite que el sistema pueda recuperar energía es la fuerza boyante, la cual depende del volumen sumergido del cuerpo. La fuerza boyante para cualquier cuerpo se define como,

$$F_B = \begin{cases} 0, & \text{Si esta fuera del agua.} \\ \rho_{fluido} V_s(\theta, \eta(x, t))g, & \text{Si esta parcialmente sumergido.} \\ \rho_{fluido} V_{total}g, & \text{Si esta completamente sumergido.} \end{cases} \quad (2.6)$$

$V_s(\theta, \eta(x, t))$ representa el volumen sumergido que depende de la posición de la boya respecto al nivel de agua, g es la aceleración gravitacional, $\eta(x, t)$ es la altura de la ola y V_{total} es el volumen total del cuerpo. Nuestro problema central es calcular el volumen sumergido de la boya y con un $\eta(x, t)$ arbitrario.

Para determinar el volumen sumergido, una de las formas más simples es dividir la esfera en pequeños cubos de volumen δV en forma análoga a un mallador.

El volumen sumergido de nuestro cuerpo será igual al número de cubos que estén por debajo del nivel de agua y dentro de la esfera cada uno posee un volumen δV y longitud de arista δl .

A manera ilustrativa si (x_0^i, y_0^i, z_0^i) representa las coordenadas las coordenadas del centro de un cubo en el que se dividió la esfera y (r_x, r_y, r_z) es la coordenada del centro de la esfera, éste contribuye al volumen sumergido de la esfera si $\eta(x_0^i, t) \geq z_0^i$ y $(x_0^i - r_x)^2 + (y_0^i - r_y)^2 + (z_0^i - r_z)^2 \leq R^2$, en la figura 2-2 todos los cubos cuyo centro esta por debajo de la línea $\eta(x, y, t)$ aportan al volmen sumergido.

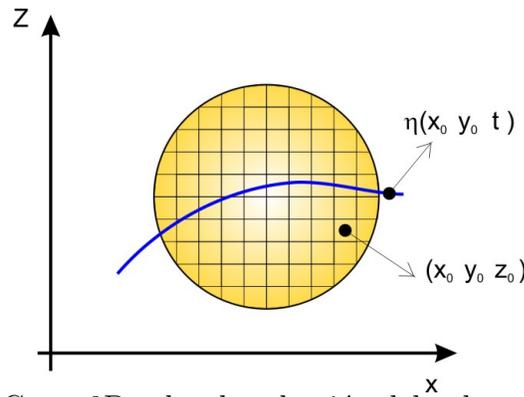


Figura 2-2: Corte 2D sobre la selección del volumen sumergido.

Se debe calibrar la longitud de la arista del cubo para determinar cuando el valor del volumen sumergidos será aceptado. En general si la longitud del lado de cada cubo ($\delta l \rightarrow 0$) es lo suficientemente pequeña ésta converge al valor deseado. Este valor se determina calculando el volumen total de la esfera y si el error es menor que una tolerancia dada, se acepta el δl como el valor para los computos de la simulación.

En los experimentos realizados se toma una tolerancia de 10^{-3} (con la que se espera un error relativamente bajo en el cálculo del volumen) que necesita 160000 elementos para determinar el volumen sumergido.

Número de elementos	Volumen Calculado	δl	Error
1000	$4,416m^3$	$1,64 \times 10^{-1}m$	$2,2 \times 10^{-1}$
8000	$4,224m^3$	$8,08 \times 10^{-2}m$	$3,50 \times 10^{-2}$
16000	$4,194m^3$	$6,39 \times 10^{-2}m$	$5,40 \times 10^{-3}$
64000	$4,189m^3$	$4,03 \times 10^{-2}m$	$2,00 \times 10^{-4}$

Cuadro 2-4: Comportamiento del error para la calibrar la malla en la simulación para $R_1 = 1,0m$.

Para que la boya flote se debe garantizar que la fuerza boyante máxima sea mayor que el peso del sistema boya-brazo, la fuerza boyante máxima se alcanza cuando el objeto esta completamente sumergido (ver ecuación (2.6)) y esta depende únicamente del volumen de la boya, lo que nos permite encontrar una cota mínima del radio de la boya para que ésta flote,

$$R_1 > \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho}(m_{boya} + m_{brazo})}. \quad (2.7)$$

Por ejemplo, si consideramos $m_{boya} = 400Kg$, $m_{brazo} = 100Kg$, $\rho = 1027kg/m^3$ la condición sobre el radio será $R_1 > 0,488m \simeq 0,5m$. La manera en que la masa de la boya esta distribuida juega un papel fundamental en la construcción; si se escogen boyas macizas se necesitan materiales con densidades bajas para satisfacer la condición 2.7. Esta opción tiene serias desventajas ya que restringe drásticamente la variedad de materiales que se pueden usar. En el ejemplo anterior la densidad del material requerida para hacer la boya es de $763,943kg/m^3$. Este valor es cercano a la densidad de materiales como el polipropileno $850Kg/m^3$ [7], pero si se usa una esfera hueca se puede mantener el mismo peso con un volumen mayor y esto amplía la gama de materiales que se pueden usar permitiendo seleccionar los más adecuados.

2.3. Acoplamiento con las olas Incidentes

Como se vio en el Capítulo 1, las olas son la fuente de energía. En la ecuación 2.1 el nivel de agua no aparece en forma explícita, pero su efecto es determinante

en el cálculo de la fricción y la fuerza boyante. El nivel de agua es el elemento de forzamiento del sistema. De la teoría de oscilaciones ([6],[5]) sabemos que todo sistema oscilatorio posee una frecuencia natural. En sistemas mecánicos la frecuencia de oscilación está relacionada al cociente entre las fuerzas inerciales y la masa, para tener una idea general vamos a olvidarnos de las fuerzas disipativas para hacer nuestro análisis. Este concepto es fácilmente extendible a varios tipos de sistemas oscilantes no mecánicos como los son los circuitos eléctricos.

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{L}{2}W_A + LW_B}{I}. \quad (2.8)$$

Al forzar sistemas oscilantes aparecen los fenómenos de resonancia, en los cuales si la frecuencia de forzamiento ω_f es cercana a la frecuencia natural ω_0 el sistema utiliza la energía suministrada por el forzamiento en forma óptima. En la ecuación (2.8) se encuentra la frecuencia natural de nuestro sistema boya-brazo en función del momento de inercia y de los torques generados por el peso.

El único parámetro de construcción que no se ha fijado es el largo del brazo, el cual determina la frecuencia natural del sistema. Note que el momento de inercia $I(L)$ depende de la longitud del brazo; si queremos que el sistema propuesto aproveche al máximo la energía que la ola le suministra se debe garantizar que la frecuencia natural del sistema sea cercana a la de la ola incidente esto es,

$$\frac{\frac{L}{2}W_A + LW_B}{I(L)} = \omega_f^2 \quad (2.9)$$

Note que la masa del objeto y el momento de inercia I dependen de la longitud del brazo, $m_{brazo} = \lambda L$, $\lambda = \rho_1 \pi r^2$ para el cilindro macizo ó $\lambda = \pi(\rho_1(r_1^2 - r_2^2) + \rho_2 r_2^2)$ para el cilindro hueco, ρ_1 y ρ_2 son las densidades del material del cual esta hecho el

cilindro, el momento de inercia total viene dado por,

$$\begin{aligned} I(L) &= \frac{3}{12}m_{brazo}(3(r_1^2 + r_2^2) + L^2) + \frac{L^2}{4}m_{brazo} + \frac{2}{3}m_{boya}R^2 + m_{boya}L^2, \\ &= L^3\frac{1}{2}\lambda + L^2m_{boya} + L\frac{9}{12}\lambda(r_1^2 + r_2^2) + \frac{2}{3}m_{boya}R^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

El torque debido al peso será un polinomio de grado 2 en L , como se muestra en la ecuación (2.11).

$$\begin{aligned} \frac{L}{2}W_A + LW_B &= g \left(\frac{L}{2}m_{brazo} + Lm_{boya} \right), \\ &= g \left(\frac{L^2}{2}\lambda + Lm_{boya} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

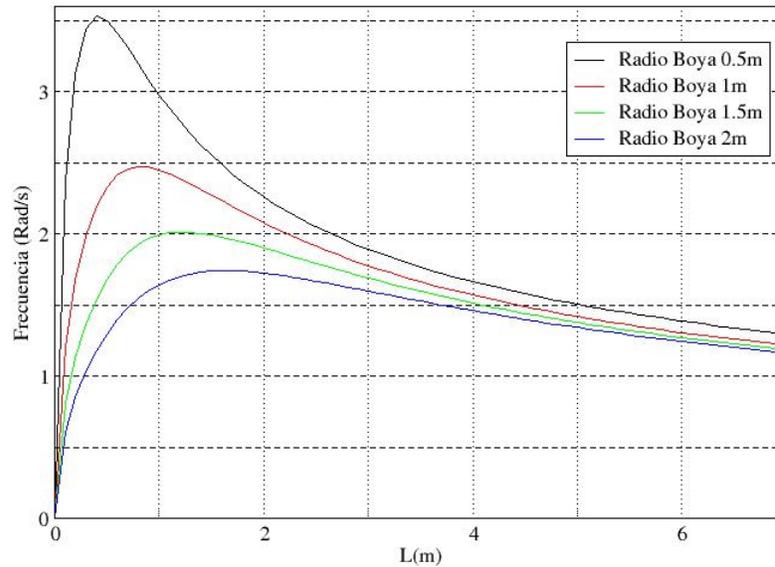
La ecuación que se debe resolver es de la forma,

$$\omega_f^2 = \frac{g \left(\frac{L^2}{2}\lambda + Lm_{boya} \right)}{L^3\frac{1}{2}\lambda + L^2m_{boya} + L\frac{9}{12}\lambda(r_1^2 + r_2^2) + \frac{2}{3}m_{boya}R^2}. \quad (2.12)$$

La ecuación (2.12) determina el valor de L para el cual el sistema esta en resonancia con la frecuencia de la ola incidente. Note que la frecuencia natrual se comporta como $\omega_0 \propto \sqrt{\frac{1}{L}}$ para valores de $L > 2$ (ver Figura 2-3).

La energía de la ola incidente depende de la amplitud, la densidad del fluido y la gravedad. Si bien el valor de L obtenido al usar (2.12) es óptimo para la frecuencia, pero no relaciona dicho valor con el nivel de agua. Usar brazos cortos presenta serios inconvenientes técnicos ya que las olas de gran amplitud podrían dejar la boya más el brazo completamente sumergidos por el agua, esta situación reduce la potencia generada por el sistema ya que dentro del agua la boya alcanza una situación estática. Otra desventaja de esta situación es que los componentes que almacenan la energía y la transforman en electricidad deben estar aislados del agua lo que se dificulta usando brazos cortos. Al considerar estas complejidades del sistema real, hace que determinar la longitud del brazo solo en términos de la frecuencia no sea

Frecuencia Natural Vs L

Figura 2–3: Frecuencia Vs L, para diversos valores de R_1 .

práctico.

La solución más sencilla es usar un criterio que permita estabilidad en la distribución de peso de la boya y el brazo permitiendo al sistema generar la mayor cantidad de energía posible y usar la flotación del soporte para elevar el sistema en caso de olas demasiado grandes. Dado que las olas no tienen un rango estable de fluctuación debido a que son generadas por vientos, corrientes y las mareas que a su vez están determinadas por las condiciones geográficas, las variaciones deben ser asumidas por los elementos del generador para poder garantizar las condiciones mínimas para recuperar energía.

En la Figura 2–4 se muestra en una forma esquemática el problema al que se ve abocado el generador, en caso (a) cuando hay marea baja y el valle de la ola en un momento t , se tiene una longitud del brazo máxima, que corresponde a la longitud del brazo más el diámetro de la boya. En el caso (d) se presenta el caso contrario

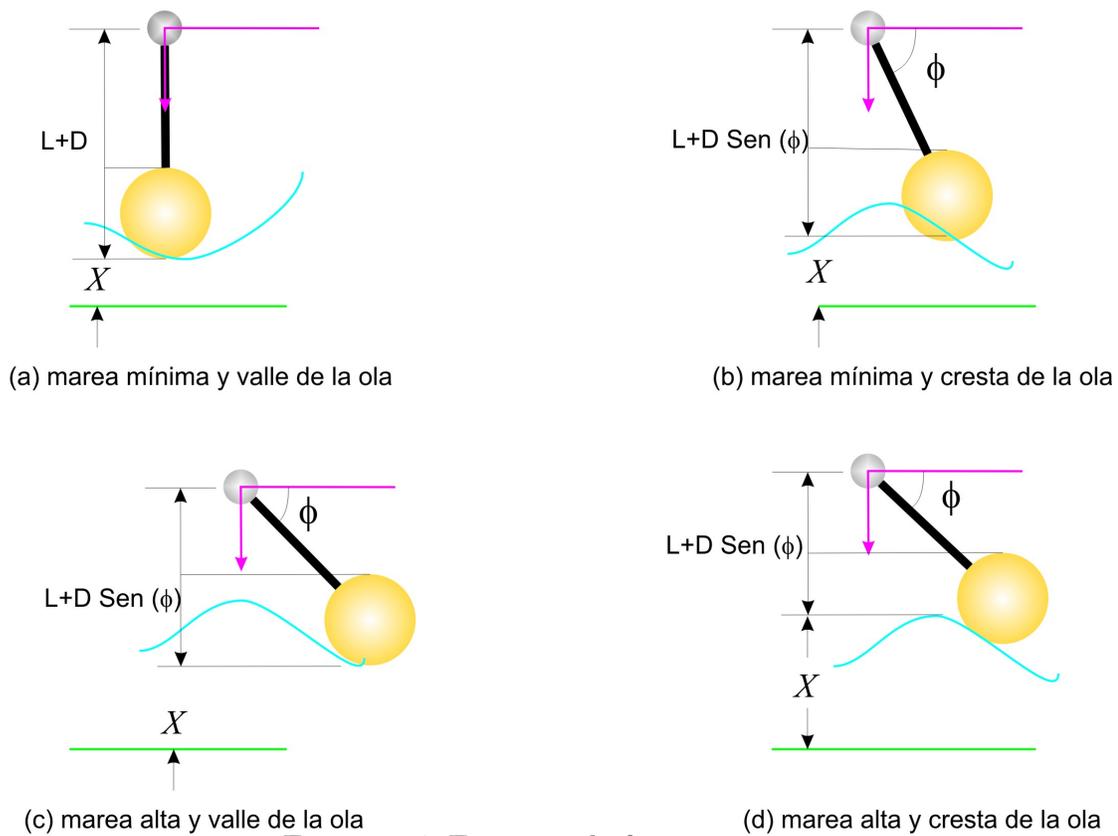


Figura 2-4: Esquema de funcionamiento.

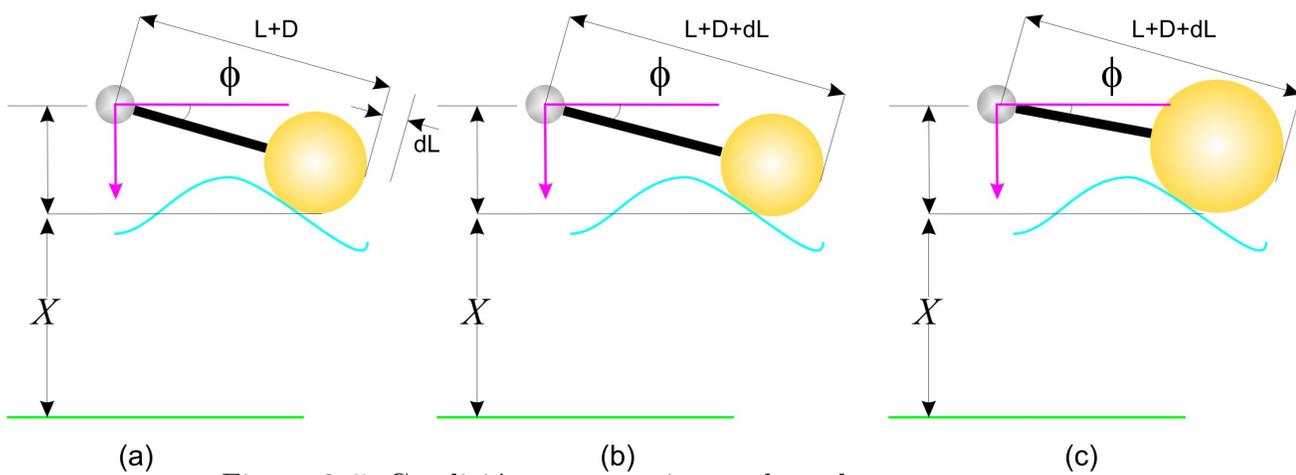


Figura 2-5: Condición extrema sistema boya-brazo.

donde se tiene marea alta y la cresta de la ola, en este caso la longitud del brazo estará dada por la longitud $L \sin \phi + D$ donde D el diámetro de la boya. Note que si ϕ es cero la boya se encuentra cubierta por la ola. Las condiciones (a) y (d) de la figura 2-4 no son desables para nuestro generador dado que en la primera pierde todo el empuje que suministra la ola y en el segundo no se genera trabajo debido a que el movimiento es reducido $\phi \rightarrow 0$. Se debe tener en cuenta que longitudes de brazo grandes permitén que el sistema genere energía para muchas amplitudes de ola. Si solo se sigue el análisis de frecuencia (condiciones cercanas a la resonancia) se garantiza el funcionamiento en forma óptima para amplitudes particulares. Éste hecho funcionaria bien si las olas no variaran en amplitud, cosa que en la práctica no ocurre. Teniendo en cuenta una mejor distribución del peso de la boya y una mejor adaptación a las variaciones en el oleaje se propone un largo inicial $L = R_{boya}$.

Las implicaciones de la selección de este parámetro y la forma adecuada en que se debe escoger el pivote se muestran en detalle en los capítulos 3 y 4.

Finalmente la manera de determinar los parámetros usada será:

1. Estimar la boyancia con masas de prueba para el brazo y la boya.
2. Determinar el radio más adecuado, (ecuación (2.7)).
3. Seleccionar como valor inicial del largo del brazo $L = R_{boya}$.

Capítulo 3

GENERACIÓN DE ENERGÍA

La generación de energía eléctrica es un problema de vital importancia para la sociedad industrial. La capacidad de producción de las fábricas y toda la vida cotidiana depende de ella. En la actualidad los aparatos eléctricos intentan consumir cada vez una cantidad menor de energía. La sociedad solucionó el problema usando combustibles fósiles, pero dado el impacto ecológico y el proyectado agotamiento de estas fuentes, en las últimas décadas ha cobrado auge la búsqueda de nuevas formas de generación de energía.

Para obtener la energía eléctrica se necesita generar algún tipo de movimiento, el cual pueda ser captado y transformado en electricidad mediante un generador. El mayor problema en este caso es generar el movimiento con las características necesarias para captarlo por el generador. En la situación ideal se tiene una máquina acoplada a una fuente de movimiento la cual, capta el movimiento de la fuente transformándolo en energía. Esta situación ideal se ve afectada por:

- Pérdidas de energía debidas al aparato (fricción, calor, desgaste de partes etc).
- Un acople deficiente con la fuente que genera el movimiento.
- Problemas externos y/o aleatorios.

En este caso específico dichas pérdidas son difíciles de calcular dado que el aparato como tal no se ha construido ni ha sido probado, pero pueden suponerse cercanas a otros sistemas parecidos que trabajan con fluidos y generación, como las turbinas eólicas. Las pérdidas que estas tienen del paso de movimiento al generador

y a su vez a las baterías de almacenamiento. Los fabricantes de los turbogeneradores hablan de una eficiencia real de 60 % en óptimas condiciones. Para este trabajo se asumirán unas pérdidas promedio de un 50 % [3, 8].

En nuestro caso, la fuente de movimiento es el mar, la máquina es el sistema brazo-boya, pero el sistema de captación de movimiento no se ha descrito aún. La forma esquemática en la figura 3-1, el disco gris representa al generador, que es el elemento que transforma el movimiento en energía eléctrica, la barra blanca es una biela (elemento mecánico que transmite el movimiento y que se somete a tracción y compresión) y el elemento ranurado color café claro es el captador de movimiento.

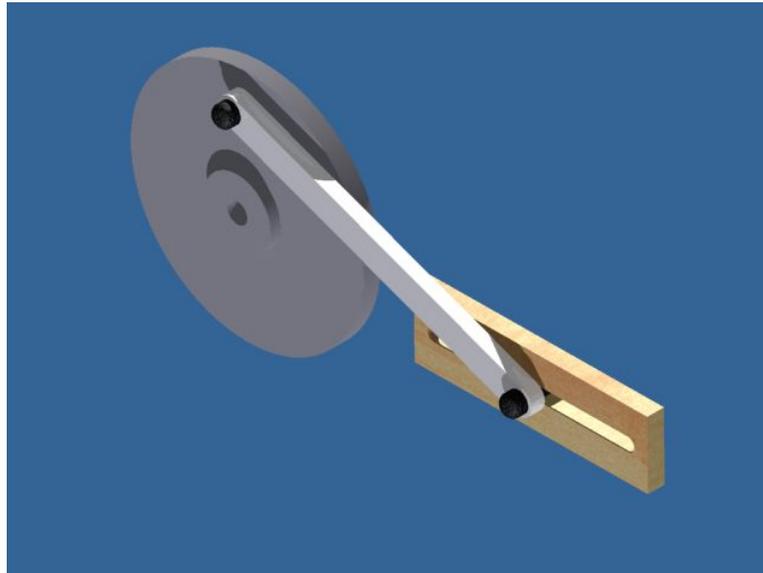


Figura 3-1: Sistema usado para capturar movimiento y generar energía.

3.1. Aspectos específicos del modelo

Para el sistema que se considera, la generación de energía se fundamenta en el movimiento angular del brazo. A mayor camino angular recorrido, mayor trabajo realizado. Para captar la energía generada por el trabajo generado por el brazo se usará un resorte de torsión de constante elástica K , el cual al ser comprimido almacenará la energía suministrada por la boya. Dicho resorte se sugiere únicamente con el propósito de calcular la energía captada por el sistema. En la práctica podría ser

reemplazado por algún otro mecanismo de captación de carácter hidráulico.

Las olas son el elemento que aporta la energía al sistema, aunque el mar se encuentra en continuo movimiento, no en todas las regiones posibles se puede colocar el prototipo, dado que si las amplitudes de estas son pequeñas el sistema no producirá la energía necesaria. Las olas de mayor amplitud se encuentran en zonas más alejadas de la orilla o cerca a accidentes costeros [1]. Debido a que estas son más afectadas por fenómenos atmosféricos (huracanes, trombas marinas), unido a la corrosión y de pérdidas por transporte (resistencia de los materiales usados) es poco factible mantener un sistema en zonas demasiado alejadas de la orilla. Es por esto se selecciona la región cercana a la costa con las olas promedio suficientes para producir cierto mínimo energético.

El movimiento de la boya-brazo consta de dos fases, la primera es *a favor de la gravedad* en la cual el sistema boya brazo gira en el sentido de las manecillas del reloj y la segunda es cuando por acción de la fuerza de empuje la boya sube y el sistema se mueve en contra de las manecillas del reloj (ver figura 3-2). En cada una de estas fases se puede colocar un resorte que se comprima y una vez culminada la fase de movimiento transmita dicha energía a un sistema mecánico que la convierta en electricidad, este sistema como ya se mencionó puede estar integrado por un generador acoplado mecánicamente mediante un sistema de bielas.

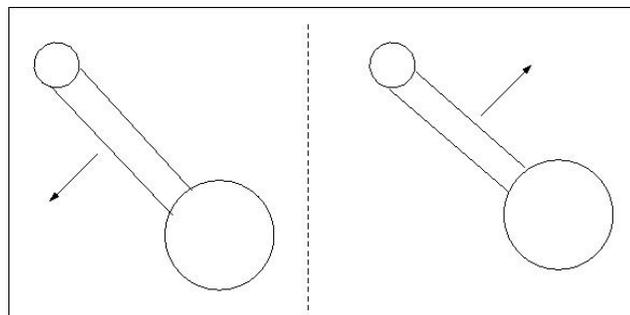


Figura 3-2: Fases del movimiento de la boya.

Las constantes de los resortes de torsión que se pretenden usar (uno a favor y otro en contra de la gravedad) no pueden ser arbitrarias. Al considerar resortes con constantes elásticas muy elevadas el brazo no logrará comprimir el resorte lo suficiente para generar energía, en el caso contrario (constante elástica pequeña) el resorte se desgastaría en una forma muy rápida debido a las múltiples compresiones, en este caso la potencia se vería disminuida dado que el resorte considerado no tendría la fuerza necesaria para empujar la biela. Las fuerzas que determinan las constantes óptimas en cada caso deben ser la fuerza de empuje y el peso del sistema brazo-boya ya que, son estas la que están relacionadas con la energía y permiten la elección de una constante que pueda resistir las continuas compresiones a las que estará sujeta debido a el movimiento del brazo. Note que la inclusión del resorte genera un torque contrario a la dirección de movimiento, este torque es una especie de fuerza disipativa asociada con la extracción de energía ya que se opone a la dirección de movimiento del brazo.

La fuerza aplicada a un resorte depende de la longitud que se elonga Δx y de su constante elástica, para un resorte de torsión se tiene que,

$$K\Delta x = K\Delta\Theta L_{eff}. \quad (3.1)$$

Donde $\Delta\Theta$ es el desplazamiento angular y L_{eff} es la longitud donde se encuentra el resorte (ver figura 3-3).

Para obtener el valor de la constante del resorte se debe igualar la ecuación (3.1) con la fuerza de empuje máxima o el peso del sistema según la fase en la que se encuentre el sistema. Note que $\Delta\Theta$ y L_{eff} son parámetros que se encuentran libres. $\Delta\Theta$ puede ser fijado como un desplazamiento angular máximo que se le permitirá al brazo. En este trabajo se tomará $\Delta\Theta_{max} = \frac{\pi}{4}$. El valor de L_{eff} no puede ser elegido de manera arbitraria. Dado que si $L_{eff} \sim L$ el torque generado por el

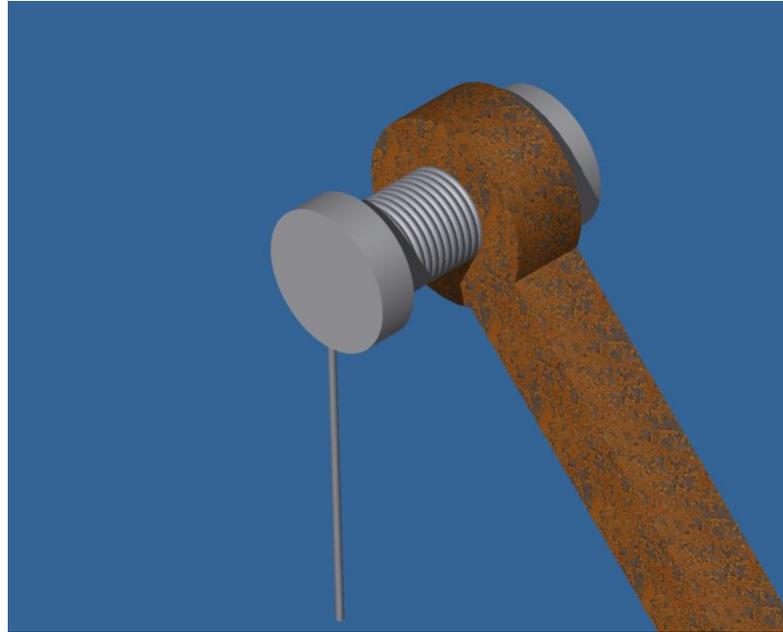


Figura 3-3: Resorte usado para obtener energía..

resorte será demasiado considerable dado que este torque se opone a la dirección de movimiento podría detener el sistema, así que para disminuir al máximo este efecto es aconsejable tomar $L_{eff} \sim \frac{L}{10}$, la constante elástica del resorte viene dada por,

$$K = \frac{F}{\Delta\Theta L_{eff}}. \quad (3.2)$$

Note que si $F \sim 1000N$, $L_{eff} \sim 0,1m$ y $\Delta\Theta = \frac{\pi}{4}$ la constante resultante para el resorte será $K \sim 12732,40N/(m \text{ Rad})$. El diseño de resortes de torsión con estas especificaciones no es sencillo ya que se deben calibrar distintos parámetros (ángulos de funcionamiento, fuerza máximas y mínima, longitud de la base etc.) y seleccionar el material que se va a usar. El procedimiento completo de diseño para este tipo de resortes se encuentra en la referencia [9]. A manera de entendimiento general lo que se pretende es garantizar que el resorte soporte la tensión a la cual será sujeto durante un número elevado de oscilaciones (ciclos) del mismo, esto es importante dado que es el sistema que transmite el movimiento a las bielas y estas a su vez al generador.

Para tener una idea más precisa sobre el tipo de resortes que deben ser usados, al considerar una boya de radio $1m$, en agua salada, la fuerza de empuje máxima esperada será de $110KN$, tomando un ángulo máximo de funcionamiento de $\frac{\pi}{4}$ una longitud de brazo de $1,5m$, se obtiene una constante de $268,66KNm/Rad$. El diámetro del soporte (pasador) es de $8cm$, la tensión mínima es de $5KNm$ el ángulo inicial $0,85^\circ$ y se usa acero inoxidable, el diámetro de alambre a usar será $6,35mm$ y el número de espiras requeridas es de 52, esto suponiendo una resistencia a la fatiga para más des 10^7 ciclos (para garantizar durabilidad). Estos resortes tienen un diámetro similar al de los usados en los amortiguadores de las motocicletas.

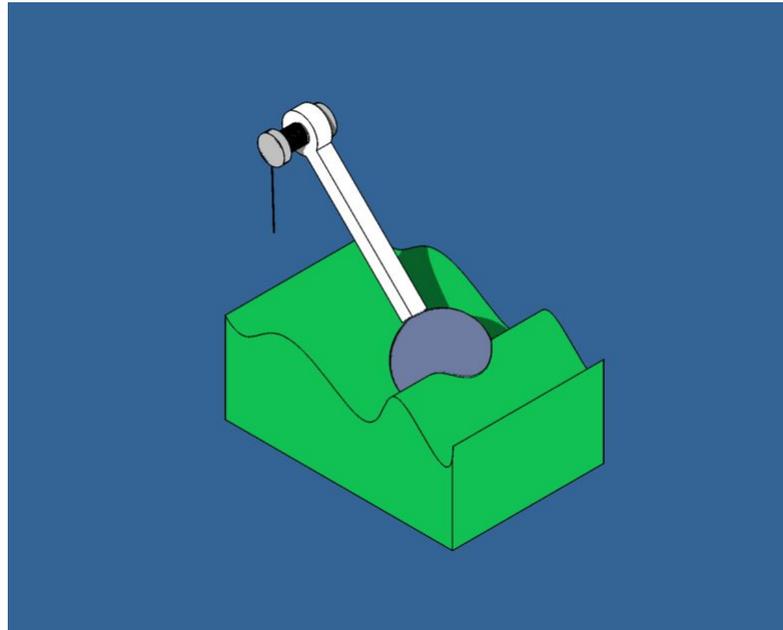


Figura 3-4: Sistema brazo boya propuesto..

Los esbozos de diseño en este caso se hacen para tener una mayor comprensión del sistema en sí y los parámetros que tienen incidencia en la generación de energía, mostrando los posibles puntos de pérdida de energía y para garantizar la posibilidad de construcción de un prototipo con las características del modelo.

3.2. Efecto del Resorte en el Cómputo de la Energía

La ecuación resultante al incluir el resorte sobre el sistema brazo boya es,

$$I\ddot{\theta} = -\frac{L}{2}\sin(\theta)W_A - L\sin(\theta)W_B + LF_{fB}(\theta, \dot{\theta}) + \frac{L}{2}F_{fA}(\theta, \dot{\theta}) + L\sin(\pi - \theta)F_B - K\Delta\theta. \quad (3.3)$$

En el capítulo 2 se mostro un criterio de selección del brazo en función de la frecuencia natural del sistema. La inclusión del resorte como medio de almacenamiento de energía tiene como efecto principal una reducción en la energía que se puede extraer del sistema. En la aproximación de ángulos pequeños ($\sin \theta \approx \theta$ y $\Delta\theta \approx \theta$), la frecuencia natural viene dada por,

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{L}{2}W_A + LW_B + K}{I(L)}. \quad (3.4)$$

El criterio de selección del brazo se fundamentó en que el comportamiento asintótico de la frecuencia natural como $\omega_0 \sim \sqrt{\frac{1}{L}}$. Note que el criterio sigue siendo válido ya que la contribución a la frecuencia natural debida al torque, es una constante (que depende de la fase). El efecto neto de este término en la frecuencia es un corrimiento hacia la derecha en el valor máximo de la potencia y la disminución de la cantidad de energía que el sistema puede almacenar.

3.3. Descripción del Funcionamiento:

Anteriormente se describió los diferentes parámetros asociados como el tipo de resorte y el tipo de acople mecánico. En esta sección se describirá como funciona el sistema en sí. el acople brazo-boya se mueve angularmente sobre un pivote y el movimiento en cada una de sus fases comprime un resorte, uno en la fase a favor de la gravedad y la otra en contra de ésta.

El trabajo desarrollado por este movimiento es almacenado en el resorte que lo pasará a un captador de movimiento angular, que difiere de la figura 3-1 en que la ranura del captador no será lineal sino angular. A su vez este captador moverá el

generador. Las transformaciones del trabajo que se describen buscan lograr las exigencias de un generador eléctrico con un movimiento circular completo y estable. El movimiento circular para lograr el fluido eléctrico y estable para lograr la frecuencia deseada.

En el proceso descrito se pueden tener como fuentes de pérdida de energía por el aparato los siguientes numerales:

- Desgaste del resorte por el uso.
- Paso de los movimientos a través de los elementos mecánicos.
- Pérdida por fricción en los pivotes y acoples del sistema brazo boya.

Capítulo 4

RESULTADOS NUMÉRICOS

Para obtener los valores de potencia y energía es necesario resolver la ecuación diferencial de segundo orden (2.1). En los capítulos anteriores se ha mostrado la complejidad de las fuerzas que intervienen en el proceso lo que hace pensar que obtener una solución analítica puede ser una tarea complicada y que nos condiciona a analizar un número reducido de casos.

Para simular el sistema brazo-boya se resuelve la ecuación (2.1) más el término debido al sistema de captación de movimiento (capítulo 3), usando el método numérico de *Runge-Kutta* de cuarto orden [10–12]. El método de *Runge-Kutta* se propone para la solución de ecuaciones diferenciales de primer grado, por lo que debemos reducir el orden la ecuación 2.1 y añadir el torque generado por el resorte (ver capítulo 3). Esto se logra introduciendo una nueva variable v que físicamente representa la velocidad angular del sistema. Introduciendo v en la ecuación (2.1) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias,

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= v, \\ I\dot{v} &= -\frac{L}{2}\sin(\theta)W_A - L\sin(\theta)W_B + LF_{fB}(\theta, v) + \\ &\quad \frac{L}{2}F_{fA}(\theta, v) + L\sin(\pi - \theta)F_B - K\Delta\theta.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Usando C++, se implementó una rutina para resolver el sistema de ecuaciones (4.1). La herramienta implementada permite usar diversas geometrías para la boya y el brazo, al igual permite calcular los volúmenes sumergidos para un perfil de onda dado. Especificaciones básicas sobre código, su estructura y su funcionamiento se encuentran en el primer apéndice de este documento. La descripción más detallada del método numérico y algunos factores de convergencia se encuentran en el segundo apéndice del trabajo. El término $K\Delta\theta$ se debe a el sistema de captura de movimiento, note que el valor de la constante es determinando de acuerdo a 3.2 y $\Delta\theta$ es el cambio en ángulo en el resorte, al iniciar el sistema este valor es nulo.

4.1. Parámetros Usados

Los parámetros que se ingresan al programa y los valores usados se encuentran en la tabla 4-1. En todos los casos el sistema de unidades usado es el *MKS*, si aplica,

La cantidad fundamental que la simulación debe determinar es la energía almacenada por el resorte, la cual en nuestro caso viene dada por,

$$E_{Total} = \frac{1}{2}K(\Delta\Theta)^2L_{eff}$$

$\Delta\Theta$ es el desplazamiento angular del resorte de torsión. El programa determina al inicializarse, el valor de K_1 (fase a favor de la gravedad) y K_2 (fase donde la ola hace el trabajo) conforme se mostró en el capítulo 3. El programa calcula los cambios en el ángulo y va incrementando el valor de la energía conforme a la ecuación anterior. La energía se computa luego de 5s de comenzada la simulación para despreciar los efectos de la condición inicial y medir solamente la contribución a la energía debida a la ola.

En la figura 4-1, se ilustra como el sistema se estabiliza despues de 5 segundos. Ésta condición de estabilización depende de la magnitud de la fuerza viscosa, dado

Parámetros Físicos del Sistema Brazo-Boya		
Parámetro	Abreviatura	Valor ó Rango
Radio Exterior Boya	R_1	0,5m, 1,0m y 1,5m
Radio Interior Boya	R_2	0,475m, 0,975m y 1,475m
Espesor Boya	δ_{boya}	5mm
Densidad Boya	-	1200 $\frac{Kg}{m^3}$ y 1,2 $\frac{Kg}{m^3}$ PVC centro hueco.
Coefficiente de Arrastre	$C_{d,Boya}$	0,47
Radio Exterior Brazo	r_1	0,05m
Largo Brazo	L	R_1 (Varia en algunos experimentos)
Radio Interior Brazo	R_2	0,043m
Espesor Brazo	δ_{boya}	7mm
Densidad Brazo	-	2000 $\frac{Kg}{m^3}$ y 1,2 $\frac{Kg}{m^3}$ Aluminio centro hueco
Coefficiente de Arrastre	$C_{d,Boya}$	1,2
Parámetros Agua		
Densidad Agua-Salada	-	1027 $\frac{Kg}{m^3}$
Viscosidad	η	$1,003 \times 10^{-3} \frac{Kgs}{m}$
Parámetros Simulación		
Paso de tiempo	h	0,01
Tiempo total de Simulación	T	30,0s
Ángulo inicial	θ_0	0,817Rad
Velocidad Angular inicial (Amplitud Ola)	θ_0 A	0Rad/s 0,1 – 1 m
Número de Onda	k	0,01 – 5 $\frac{rad}{m}$

Cuadro 4-1: Valores de los parámetros usados en las simulaciones.

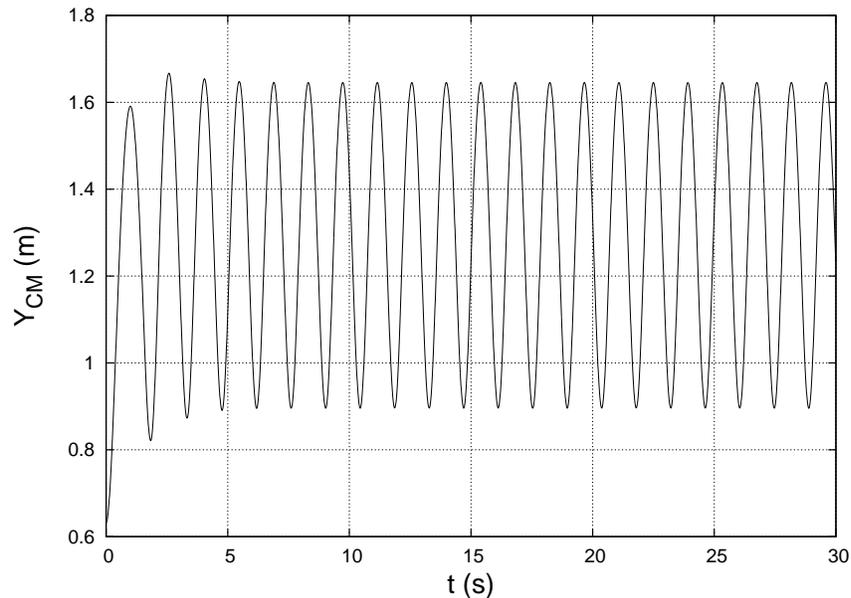


Figura 4–1: Coordenada Y del centro de masa de una Boya de radio $1,5m$, longitud de brazo $2,0m$.

que es esta fuerza la que atenúa los efectos de la condición inicial, en la figura 4–1 se toma una longitud de onda $\kappa = 2,0$, ($\lambda \approx 3,15m$) y la amplitud usada fue de $0,5m$.

Para determinar el valor de la potencia Kwh/h , se convierte el valor E_{max} a Kwh usando el equivalente $1Kwh = 3600000J$. Esta aproximación funciona bien siempre y cuando la energía aumente en forma lineal con el tiempo,

En la figura 4–2 se muestra que la energía aumenta en forma lineal con el tiempo. Esto valida la suposición hecha para determinar los valores Kwh/h que es cierta en cuando se verifica el comportamiento lineal de la energía. Note que si se cambia el sistema de almacenamiento de energía este aumento lineal puede no ser cierto. Esta suposición se hace dado que en este caso, el cómputo de la energía en $30s$ toma al rededor de 12 minutos (debido a que el método de Runge-Kutta evalúa funciones en cada paso) por lo cual una simulación directa sobre una hora se hace bastante larga.

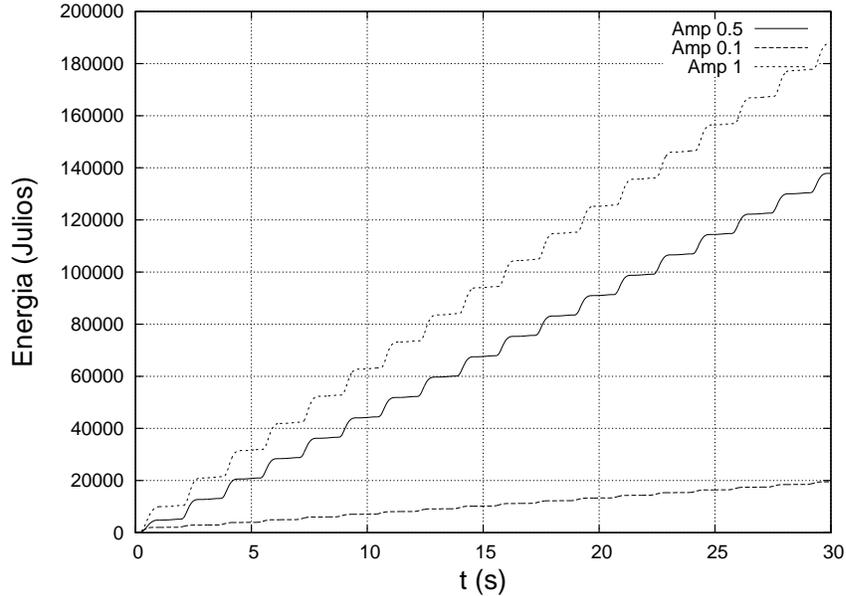


Figura 4–2: Energía acumulada como función del tiempo, Radio Boya $1,5m$, $\kappa = 1,4$, Longitud brazo $1,5m$ usando los diferentes valores de amplitud usados.

4.2. Respuesta de la boya a la Frecuencia y Amplitud

Por un momento vamos a considerar un caso y ideal en el cual las olas no pierden amplitud y la ola es monocromática es decir, es un pulso ideal compuesto en forma exclusiva por una única frecuencia (en este caso la teoría de Airy para olas expuesta en el capítulo 1 es válida). Esto, aunque bastante lejos de las condiciones reales, permitirá determinar las frecuencias para las cuales nuestro sistema funcionará de una manera óptima, es decir transfiriendo en la mejor forma posible la energía de la ola a nuestro sistema de almacenamiento de energía.

En los experimentos realizados se varía el número de onda de la ola incidente dado que, en la práctica es más fácil medir distancias entre los picos de una ola que determinar frecuencia. Hablar de número de onda es análogo a hablar sobre frecuencias dado que las ondas satisfacen relaciones de dispersión específicas. En

nuestro caso, estas relaciones se encuentran en el capítulo 1 en la tabla 1.1.2, la unidad de energía usada es el $\frac{Kwh}{h}$.

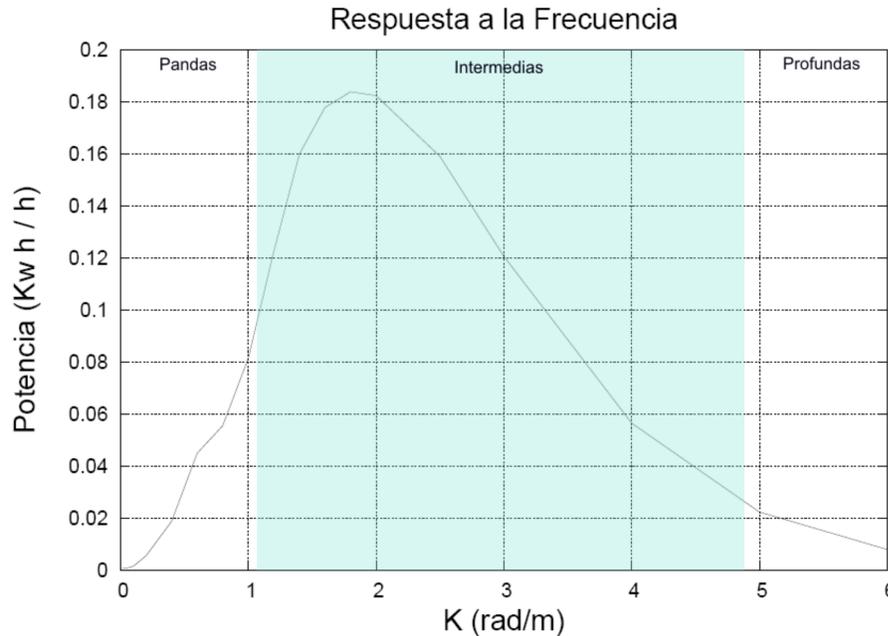


Figura 4-3: Respuesta a la frecuencia de una boya de radio $0,5m$, brazo $0,5m$, amplitud de ola $0,5m$ y profundidad de $6,0m$.

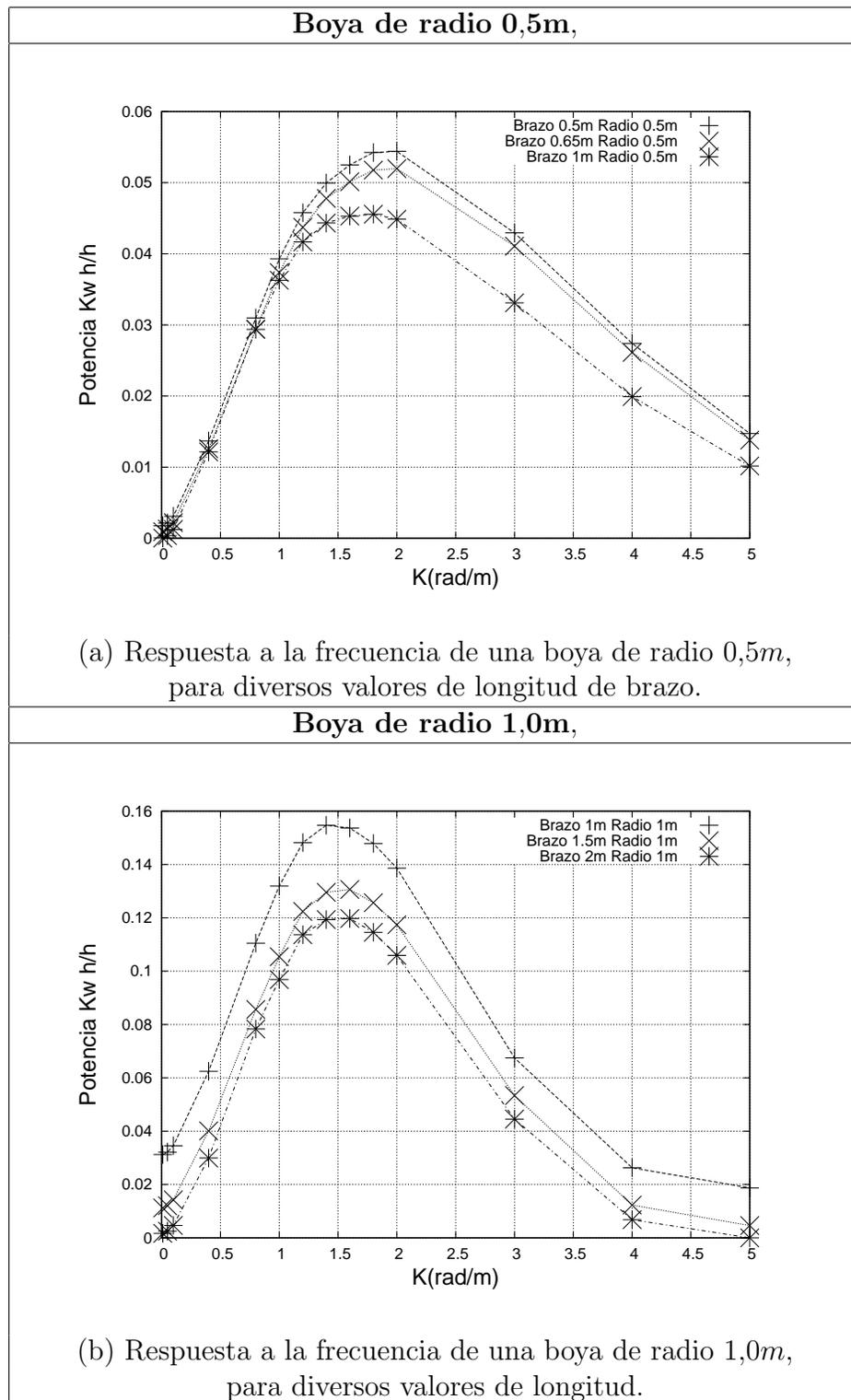
En la figura 4-3, se muestra una curva de potencia típica, en ésta figura se muestran la clasificación de las aguas según se presento en el capítulo 1. Note que la región de aguas intermedias resultan de gran importancia ya que los valores más grandes de potencia de alcanzan en esta región. El pico de potencia de la figura 4-3 es alcanzado en un valor de número de onda de alrededor de $\kappa \approx 1,6$ el valor máximo de potencia alcanzado es de $0,183 \frac{Kwh}{h}$. Recordemos que debido a las pérdidas mencionadas en el capítulo 3, el valor esperado es cerca de la mitad del valor obtenido luego nuestra potencia real es de $0,09 \frac{Kwh}{h}$. Esta potencia alcanza para mantener encendidos 4 bombillas fluorescentes compactas que consumen $20w$ (dato típico para este tipo de bombillas).

A continuación se muestran las diferentes respuestas a la frecuencia para distintos valores del radio y la longitud del brazo. Todos los datos se simulan tomado como profundidad de $6m$ y los datos de la tabla 4-1.

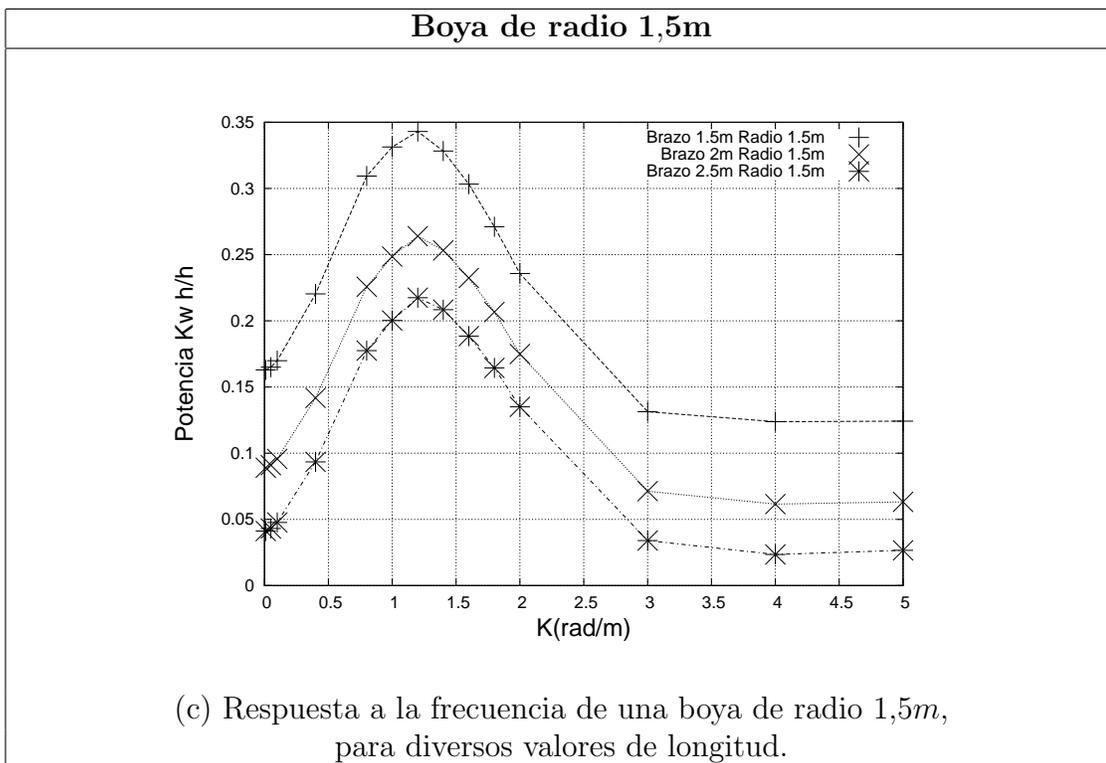
Amplitud de Ola Incidente 0,1m

Las tablas 4-2 y 4-3 contienen las figuras correspondientes a la respuesta en frecuencia del sistema brazo-boya para una amplitud de ola fija de $0,1m$, variando el radio de la boya y los largos del brazo.

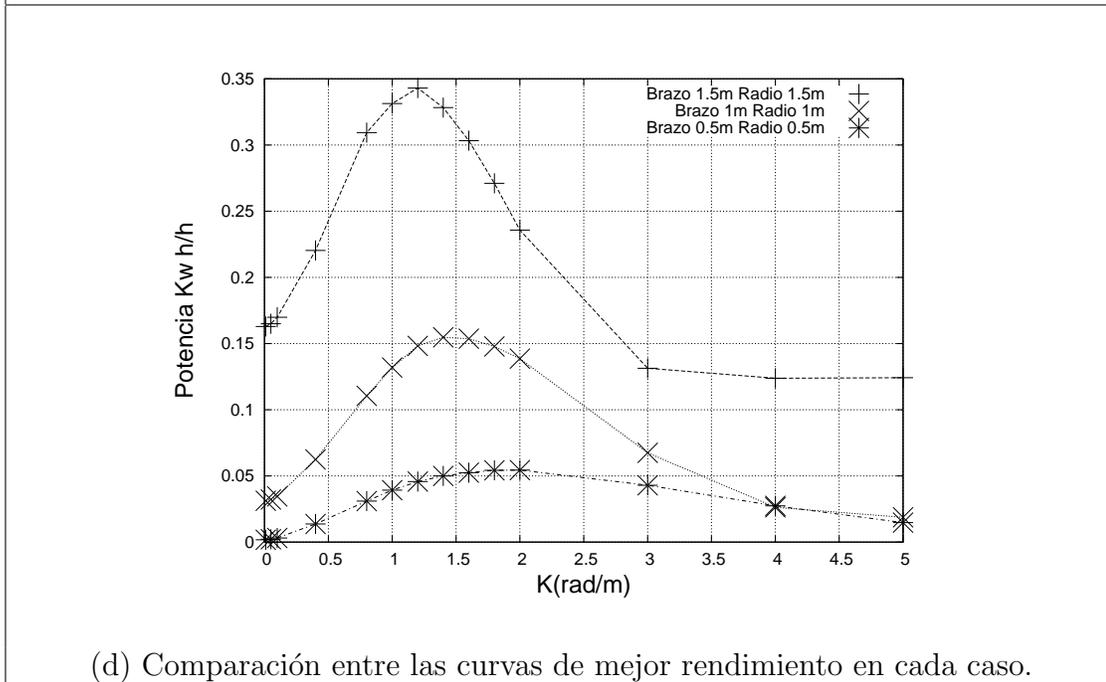
En las tablas 4-2 y 4-3 las figuras (a), (b) y (c) el pico de resonancia no varía con los cambios en el radio de la boya, en la figura (d) se muestra como el pico se mueve de forma significativa con el cambio en la longitud del brazo. Esta característica es típica del sistema en todos los experimentos numéricos realizados.



Cuadro 4-2: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 0,1m.

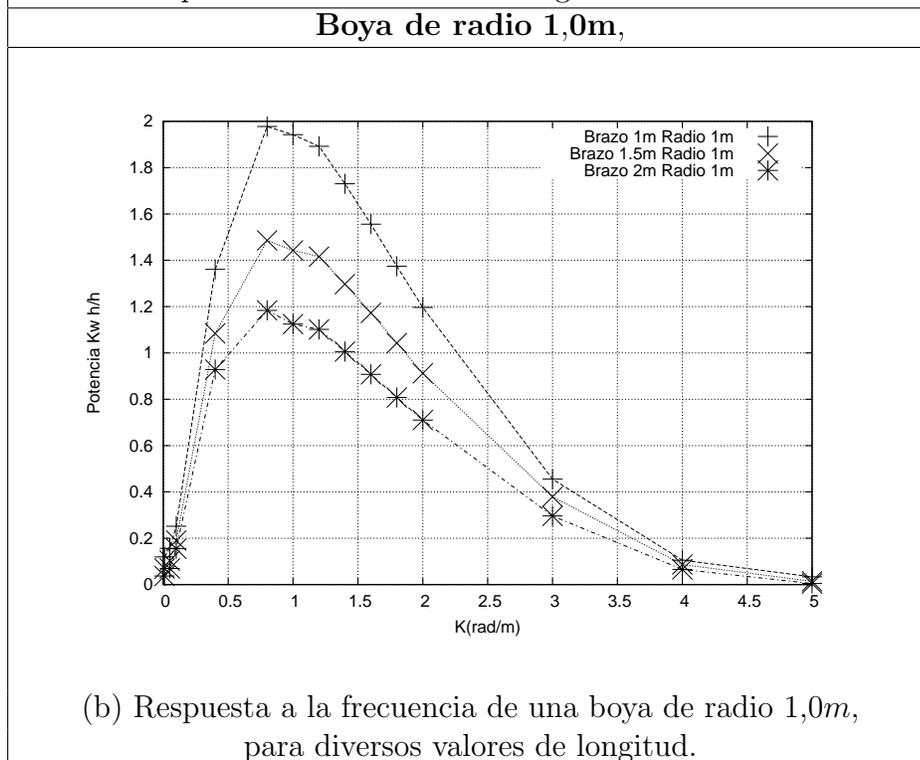
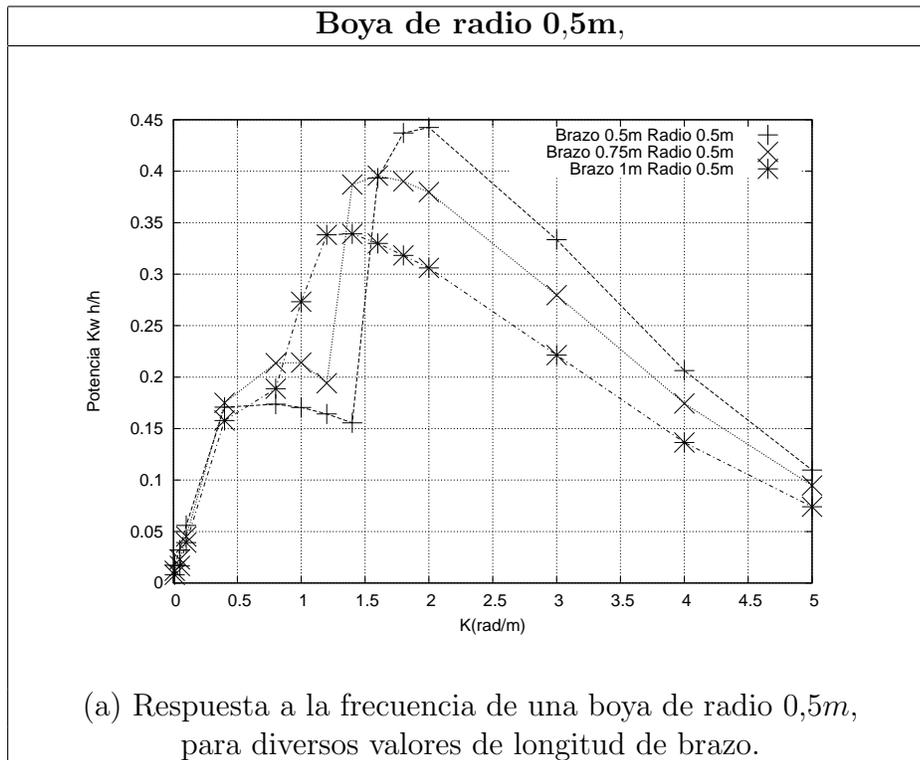


Comparación entre las curvas con mayor rendimiento para la amplitud de 0,1m

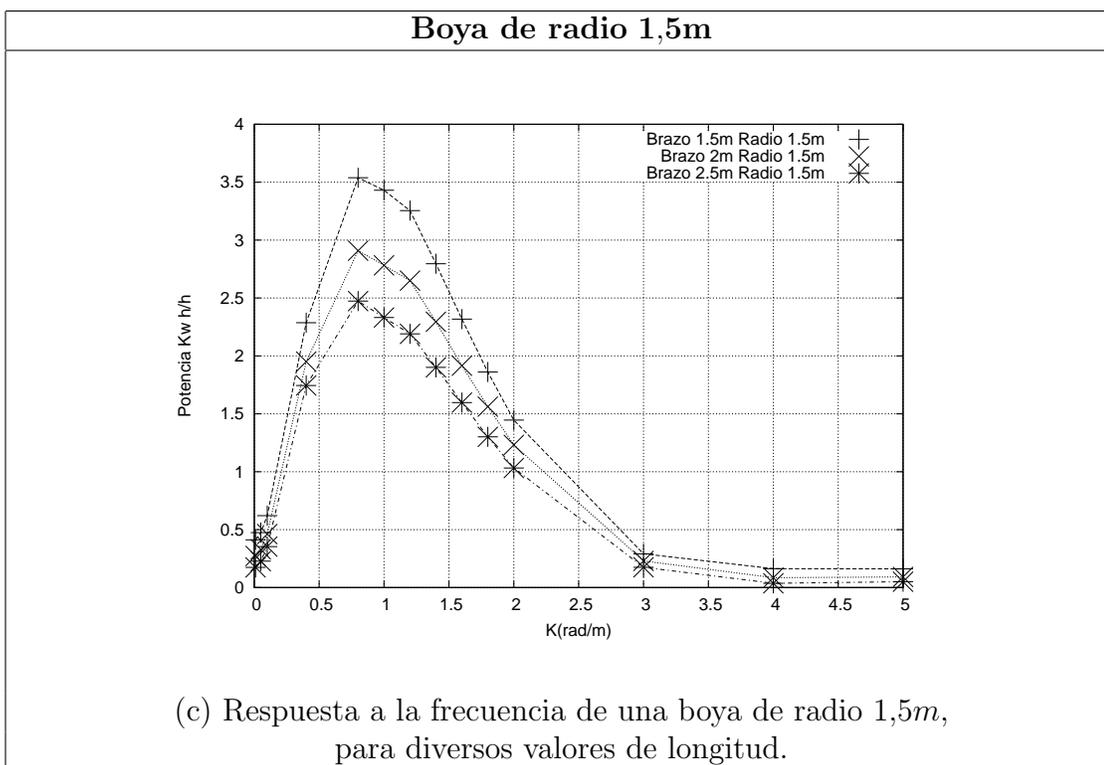


Cuadro 4-3: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 0,1m y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.

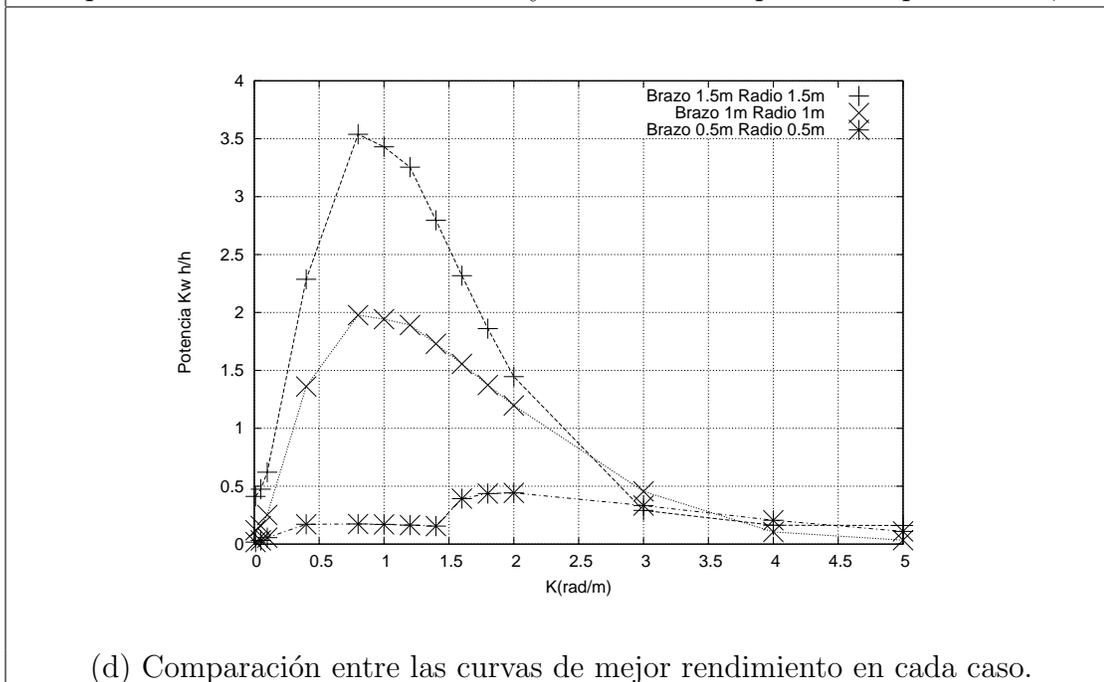
Amplitud de Ola Incidente 0,5m



Cuadro 4-4: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 0,5m.

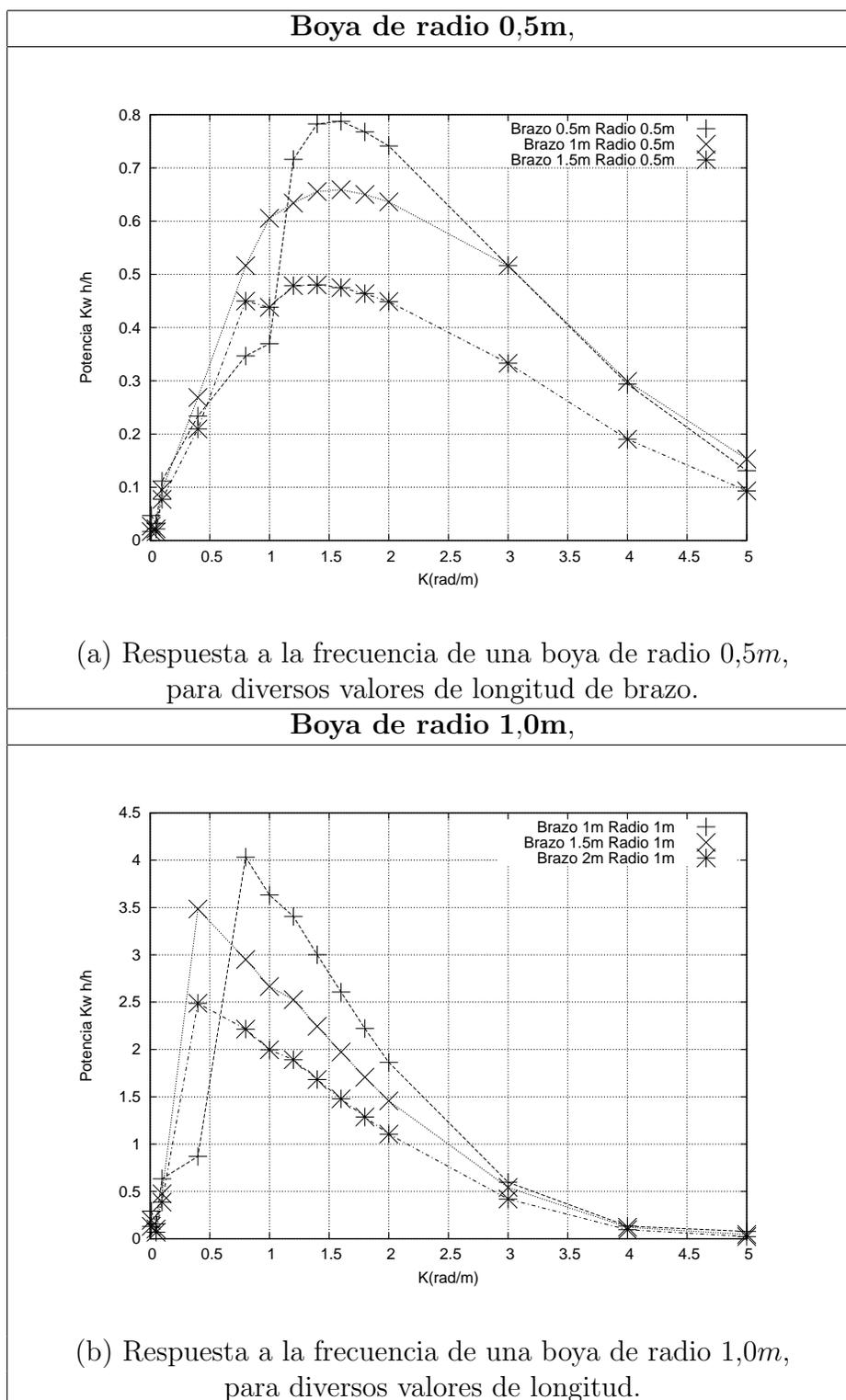


Comparación entre las curvas con mayor rendimiento para la amplitud de 0,5m

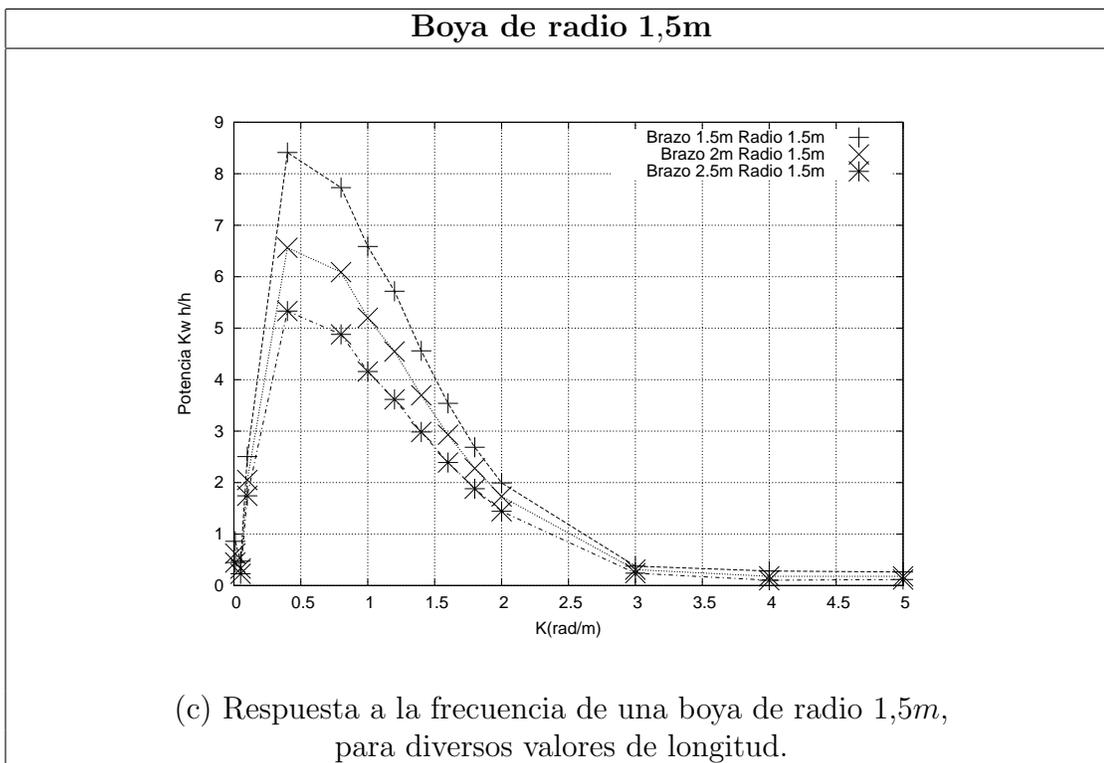


Cuadro 4-5: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 0,5m y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.

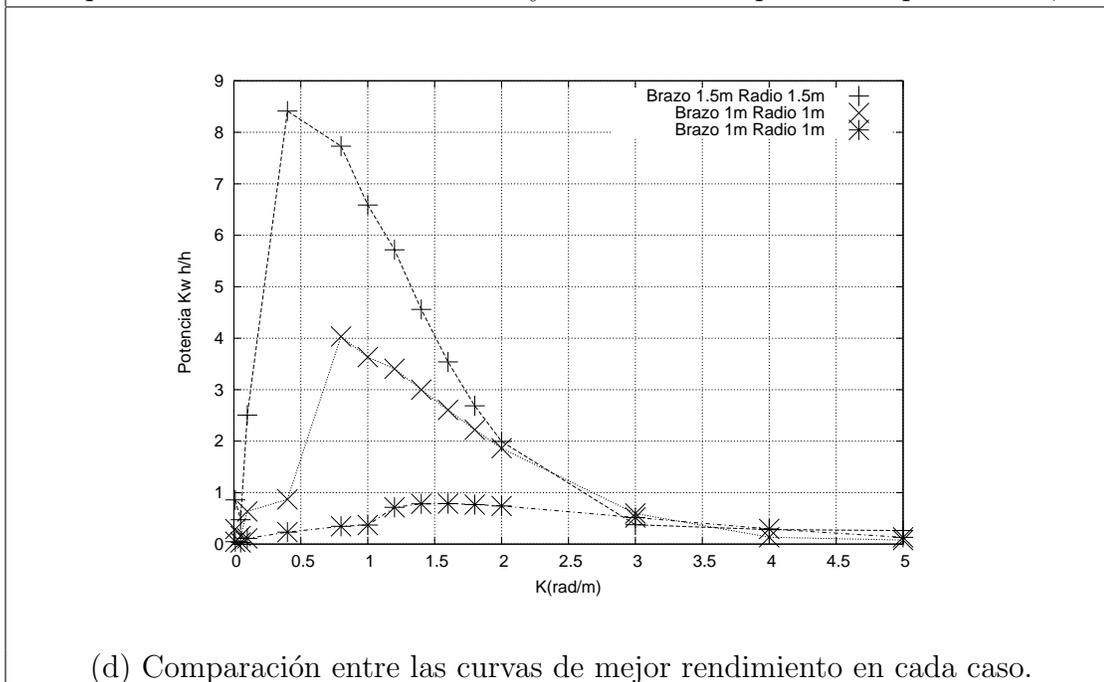
Amplitud de Ola Incidente 1,0m



Cuadro 4-6: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 1,0m.



Comparación entre las curvas con mayor rendimiento para la amplitud de 0,5m



Cuadro 4-7: Respuesta a la frecuencia del sistema boya-brazo para una amplitud de ola incidente de 1,0m y comparación entre las curvas de mayor rendimiento.

4.3. Cálculo de Potencia Para un caso Real

En los capítulos 1 y 4 se realizó un análisis detallado del comportamiento y respuesta del sistema para olas que funcionen con la *Teoría de Airy*, en este caso de estudio se encuentran los siguientes valores de potencia máxima en la tabla 4-8,

Amplitud 0,1m			
Radio (m)	Longitud Brazo (m)	κ	Potencia Máxima Kw h/h
0,5	0,5	2,0	$5,44 \times 10^{-2}$
	0,65	2,0	$5,20 \times 10^{-2}$
	1,0	1,8	$4,55 \times 10^{-2}$
1,0	1,0	1,4	$1,54 \times 10^{-1}$
	1,5	1,6	$1,30 \times 10^{-1}$
	2,0	1,6	$1,19 \times 10^{-1}$
1,5	1,5	1,8	$2,71 \times 10^{-1}$
	2,0	1,2	$2,63 \times 10^{-1}$
	2,5	1,2	$2,17 \times 10^{-1}$
Amplitud 0,5m			
Radio (m)	Longitud Brazo (m)	κ	Potencia Máxima Kw h/h
0,5	0,5	2,0	$4,42 \times 10^{-1}$
	0,75	1,6	$3,95 \times 10^{-1}$
	1,0	1,6	$3,39 \times 10^{-1}$
1,0	1,0	0,8	1,97
	1,5	0,8	1,48
	2,0	0,8	1,18
1,5	1,5	0,8	3,53
	2,0	0,8	2,91
	2,5	0,8	2,47
Amplitud 1,0m			
Radio (m)	Longitud Brazo (m)	κ	Potencia Máxima Kw h/h
0,5	0,5	1,6	$7,87 \times 10^{-1}$
	1,0	1,6	$6,58 \times 10^{-1}$
	1,5	1,4	$4,80 \times 10^{-1}$
1,0	1,0	0,8	4,03
	1,5	0,4	3,48
	2,0	0,4	2,48
1,5	1,5	0,4	8,41
	2,0	0,4	6,56
	2,5	0,4	5,33

Cuadro 4-8: Valores de potencia encontrados.

El consumo promedio de una casa es cercano a los $0,6Kw$ [13]. En cualquier caso nuestro sistema de una boya podría sostener una casa, pero necesitaría un oleaje de amplitud constante. El paso siguiente es usar un modelo de olas más realista. Los datos de amplitudes de olas fueron validados haciendo uso de los datos de mareógrafos de la red sísmica de Puerto Rico [14]. Si bien en un principio se pensó que estos datos serían suficientes para pensar en una simulación real, no fue posible utilizarlos dado que la distancia en tiempo entre datos es de $3m$. Esta situación es muy lenta dado que el sistema boya brazo realiza una oscilación tiempos del orden de los segundos. Se necesita tener datos experimentales o un modelo computacional de una playa en específico. En la actualidad existen códigos como *SWAN* [15] que permiten combinar datos atmosféricos con ciertas características de la playa (profundidades) generando oleajes casi reales.

El grupo del Profesor Aurelio Mercado del departamento de Ciencias Marinas de la Universidad de Puerto Rico recinto de Mayagüez, suministró una serie de tiempo de las alturas de las olas a un lapso de $0,015s$ localizadas en Punta Miquillo (Rio Grande, PR) a $10m$ de la playa. Esta serie fué generada por el estudiante Ernesto J. Rodriguez el cual trabaja en conjunto con el profesor Mercado usando el código *SWAN* para generar éste tipo de datos. En la figura 4-4 se encuentran las series de datos suministradas, que representan la altura de la ola en un punto fijo como función del tiempo.

La serie 1 (figura 4-4) es una serie de datos de bajo oleaje. Esta situación es común para mar en calma. Este experimento verificará la verdadera utilidad del sistema propuesto dada la peor situación posible (mar quieto). Los datos de potencias calculados usando la serie 1 están consignados en la tabla 4-9.

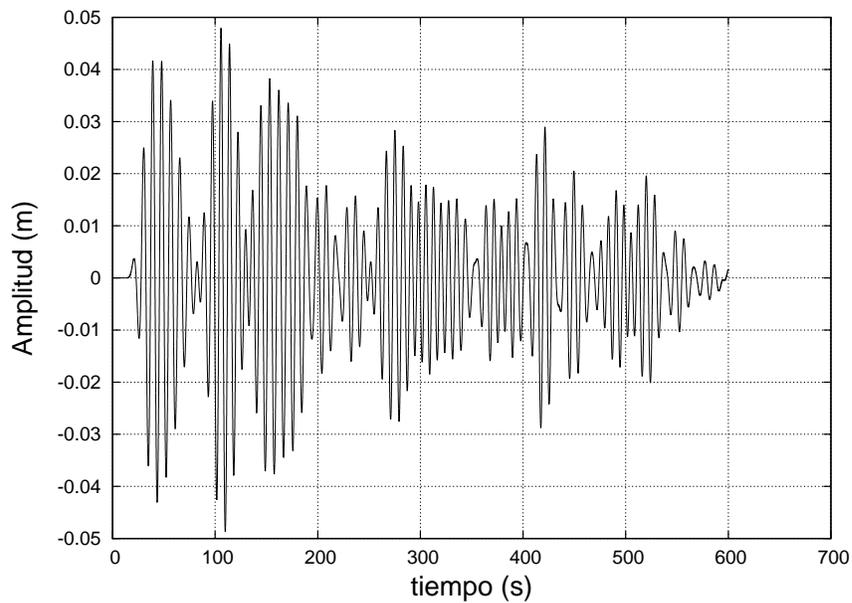


Figura 4-4: Serie de Datos 1, amplitudes bajas.

Serie 1		
Radio (m)	Longitud Brazo (m)	Potencia Máxima Kw h/h
0,5	0,5	$9,21 \times 10^{-5}$
	0,65	$8,73 \times 10^{-5}$
	1,0	$8,32 \times 10^{-5}$
1,0	1,0	$2,77 \times 10^{-4}$
	1,5	$2,46 \times 10^{-4}$
	2,0	$2,34 \times 10^{-4}$
1,5	1,5	$5,65 \times 10^{-4}$
	2,0	$5,09 \times 10^{-4}$
	2,5	$4,82 \times 10^{-4}$

Cuadro 4-9: Valores de potencia encontrados usando las serie 1 de tiempo de Punta Miquillo.

Los valores de la tabla 4-9 nos indican que para suplir el consumo promedio de una casa $0,6Kw$ se necesitarían en el mejor de los casos $R_{Boya} = L = 1,5m$ unas 220 boyas para una casa, lo cual ciertamente resulta imposible.

Este resultado nos hace pensar en sistemas híbridos es decir, en vez de pensar en nuestro sistema como un sistema autónomo de generación (la energía eléctrica se obtiene mediante él en forma exclusiva). Puede ser un sistema de apoyo es decir, en vez de conectarse en forma directa a una terminal. La energía se almacena en una batería la cual a través de un relevo, se suministra a la vivienda, esta idea es usada en sistemas es usado en los autos híbridos (eléctrico-gasolina) donde la batería funciona como un apoyo y reduce el consumo de combustible en el auto [16].

A manera de ejemplo para determinar el comportamiento del sistema brazo-boya en una situación un poco más favorable se amplificaron los datos de la serie 1 en un factor de 10, los resultados de dicha simulación se encuentran en la tabla 4-10,

Serie 1 Amplificada		
Radio (m)	Longitud Brazo (m)	Potencia Máxima Kw h/h
0,5	0,5	$8,67 \times 10^{-3}$
	0,65	$8,09 \times 10^{-3}$
	1,0	$7,62 \times 10^{-3}$
1,0	1,0	$3,19 \times 10^{-2}$
	1,5	$2,89 \times 10^{-2}$
	2,0	$2,78 \times 10^{-2}$
1,5	1,5	$6,00 \times 10^{-2}$
	2,0	$5,43 \times 10^{-2}$
	2,5	$5,16 \times 10^{-2}$

Cuadro 4-10: Valores de potencia encontrados usando la serie 1 aumentada en un factor de 10 de tiempo de Punta Miquillo.

Note que con solo amplificar las amplitudes en un factor de 10, en el mejor de los casos (boya de radio $1,5m$ y brazo $1,5m$), sólo se requieren al rededor de 20 boyas

para satisfacer la demanda energética de una casa (este valor incluye las pérdidas mencionadas en el capítulo 3).

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Este modelo es un trabajo inicial que abre interrogantes de investigación en otras áreas, como modelizaciones para el mar, prototipos a escala que validen y retroalimenten el modelo presentado.

La teoría de Airy y los principios físicos utilizados en el modelo permiten su caracterización y permiten dar un paso posterior a los datos reales validando y retroalimentando el mismo.

Analizando a fondo las disposiciones del sistema brazo-boya propuesto, se encontró que la variación real de las olas es un parámetro importante en la construcción y diseño real del dispositivo, pues si no se tiene esto en cuenta habría muchos momentos en que el dispositivo no podría moverse y por lo tanto no produciría energía.

En el diseño de un prototipo funcional, no se debe incluir solamente brazos de un mismo largo, es necesario usar brazos de distintas longitudes de los cuales uno debe ser igual al radio de la boya a usar y el otro un tanto mayor (vease el capítulo 4 los brazos usados en los experimentos). Es altamente recomendado usar boyas de radios de $1,0m$ y $1,5m$ ya que, es para esta variedad de radios que se tiene un equilibrio entre obtener la fuerza de empuje adecuada y que el sistema se pueda construir.

La potencia en función del número de onda se presenta en campana y presenta su pico mas alto en un punto mas o menos estable (ver tabla 4–8 columna κ) cuyo valor depende de al amplitud de la ola incidente.

Se desarrollo una herramienta computacional capaz de simular y visualizar el movimiento y energía de un sistema brazo-boya. La herramienta es flexible dado que permite el uso de diferentes formas geométricas para la boya y el brazo. Se implementaron rutinas capaces de calcular el volumen sumergido en diversas ocasiones. Al igual la herramienta es capaz de acoplarse con archivos de datos para series de tiempo de alturas.

Se deben investigar en forma más profunda los diversos medios de almacenamiento de energía ya que si bien el resorte resulto eficiente, pueden existir diseños mejores que haga más eficiente el almacenamiento de la energía suministrada por la ola.

5.1. Trabajos Futuros

En la actualidad no existen modelos de playas de Puerto Rico, si bien es cierto que *SWAN* y las distribuciones de frecuencias que se supone han sido válidas en muchos casos, estos modelos hacen referencia al mar del norte. Se debe hacer un modelo teórico para las aguas del caribe que permita adaptaciones a las condiciones del mismo. De la misma manera se hace necesario la implementación de un código propio que permita simular el oleaje del mar y cuyos parámetros sean lo suficientemente flexibles para acoplarlos a los diferentes accidentes geográficos de Puerto Rico.

Es necesario diseñar un sistema experimental que permita verificar si una playa es apropiada o no para colocar el sistema de generación de energía, para lo cual se

recomienda el uso de boyas como las utilizadas para la detección de Tsunamis. En la actualidad la red sísmica está en proceso de recopilación de este tipo de datos, que pueden ser de gran utilidad para la caracterización de las playas de Puerto Rico.

El sistema estudiado sólo funciona en forma eficiente para olas de amplitudes grandes del orden 10cm , en el capítulo 1, se despreció el efecto de la tensión superficial para la generación de la ola. En la referencia [1] se hace un estudio sobre ondas capilares. Estas ondas tienen amplitudes pequeñas (del orden de mm) pero, siempre están presentes en el agua y sus amplitudes son casi constantes. Una manera ingeniosa de obtener energía de estas ondas es usar un prototipo en miniatura del sistema de olas. Se propone como soporte un flotador que a su vez aisle al generador y la biela se acople directo a la boya diminuta inflada con Helio o algún otro gas. Esto con el fin de aumentar la fuerza de empuje, esta solución podría resultar más económica y práctica que el sistema de boyas grande, pero se necesita hacer un estudio de la misma a fin de verificar su eficiencia (el sistema propuesto se encuentra en la figura 5-1).

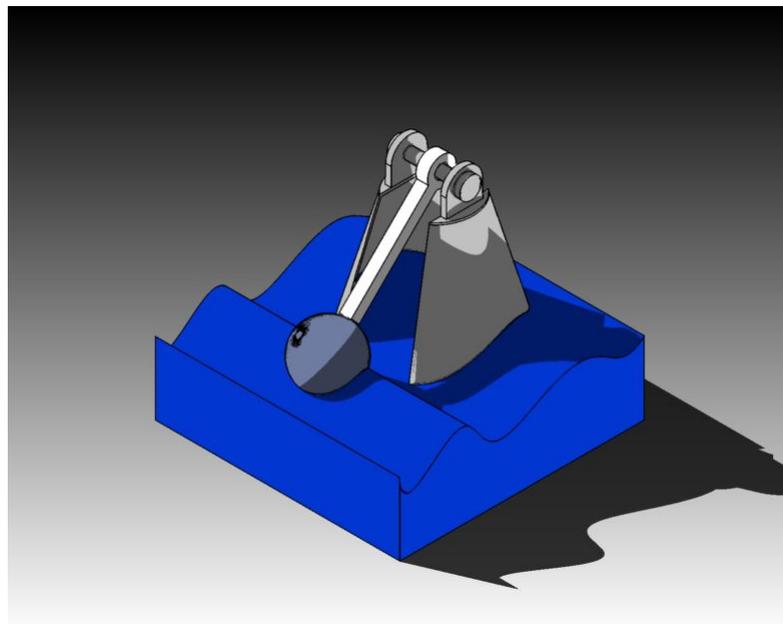


Figura 5-1: Sistema brazo boya para aprovechamiento de olas capilares, el soporte flota.

APÉNDICES

Capítulo 6

MÉTODOS DE RUNGE-KUTTA

Considere la ecuación diferencial ordinaria de primer orden [6.1](#),

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(0) = y_0. \quad (6.1)$$

En muchas ocasiones es imposible encontrar una solución analítica de [6.1](#) y se debe recurrir a métodos numéricos para aproximar la solución, en cuyo caso el problema equivalente a resolver será,

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(\tau, y(\tau)) d\tau. \quad (6.2)$$

Note que en [6.2](#), la manera en que se aproxime la integral va a definir la precisión con la que se resuelve el problema al igual que la convergencia del mismo. Las condiciones de existencia y unicidad de la solución dependen de la cuadratura que se seleccione para resolver el término de la integral en [6.2](#) y las propiedades de f (el lector más interesado en estudiar estos detalles puede consultar las referencias [[10](#), [12](#)]).

Los métodos de Runge-Kutta son aquellos que se pueden escribir como,

$$\begin{cases} k_j = y_n + h \sum_{i=1}^{\nu} a_{i,j} f(t_n + c_i h, k_i), & j = 1, 2, \dots, \nu \\ y_{n+1} = y_n + h \sum_{j=1}^{\nu} b_j f(t_n + c_j h, k_j). \end{cases} \quad (6.3)$$

Note que la matriz $A = a_{i,j}$, $i = 1, 2, \dots, \nu$ es arbitraria, si A es estrictamente triangular inferior se obtiene el esquema explícito, si la matriz no tiene un patrón

definido, el método que ésta representa es implícito, como convención se impone que,

$$\sum_{i=1}^{\nu} a_{i,j} = c_j.$$

En los métodos implícitos para determinar los coeficientes k_j se hace necesario resolver un sistema no lineal. Una de las ventajas de usar métodos de Runge-Kutta es que permiten obtener ordenes altos de aproximación usando pocos términos, uno de los métodos de Runge-Kutta más famosos es el explícito de orden 4, el cual viene dado por 6.4,

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \\ t_{n+1} &= t_n + h, \\ k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1), \\ k_3 &= f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2), \\ k_4 &= f(t_n + h, y_n + hk_3). \end{aligned} \tag{6.4}$$

El método seleccionado para resolver nuestra ecuación diferencial fué 6.4, una desventaja de los métodos de Runge-Kutta es que se requiere evaluar funciones para resolver la ecuación diferencial, en un solo paso de 6.4 se evalúan 5 veces la función $f(t, y)$, en el caso estudiado éste hecho hizo que encontrar la solución fuera lento, en especial cuando se determinaban los volúmenes sumergidos usando el método de la malla (ver capítulo 2).

Otro aspecto acerca del método numérico es la conservación de la energía, este hecho es fundamental ya que esta es la cantidad de interés del proyecto. La mayoría de los métodos numéricos son disipativos, (*Lax – Friedrichs*, *Forward – Euler* etc.), hacer métodos conservativos para EDO's no es tarea sencilla en la referencia [11] en

el capítulo introductorio se toca el problema en forma superficial, el buscar métodos que conserven energía corresponde al estudio de *Métodos Simpléticos* [17],[18],[19].

Para determinar si la disipación del método 6.4 afecta los cálculos de la energía, se plantea el siguiente experimento, se resuelve la ecuación 6.5 (oscilador armónico), durante 1s y se varía el paso, $h = 1e - 1, 1e - 2, 1e - 3, 1e - 4$,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -16y, \quad \frac{dy(0)}{dt} = 1, \quad y(0) = 0. \quad (6.5)$$

En cada paso de tiempo se calcula la energía del sistema que esta dada por,

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2$$

El valor debe ser constante en cada iteración (en nuestro caso $E = 0,5$),

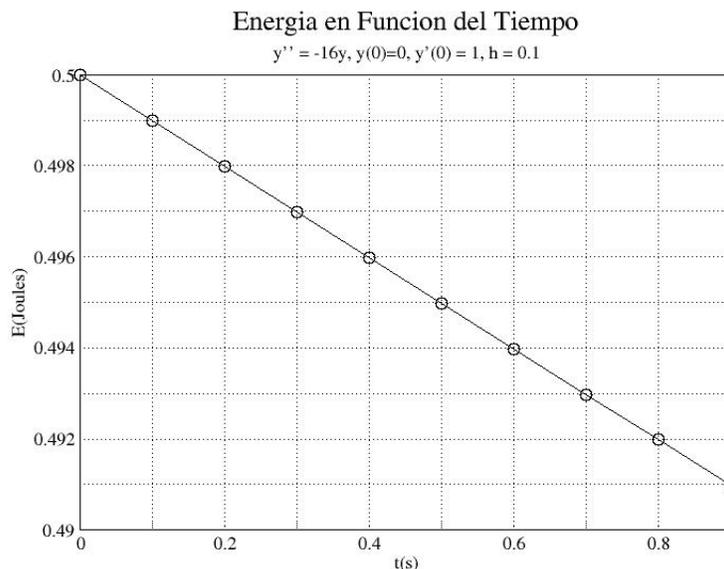


Figura 6–1: Energía para $h = 1e - 1$, el esquema con este paso no conserva energía.

Note que la energía se conserva para $h \leq 1e - 3$, para el paso seleccionado en los experimentos numéricos $h = 1e - 2$, la variación de energía es muy pequeña luego,

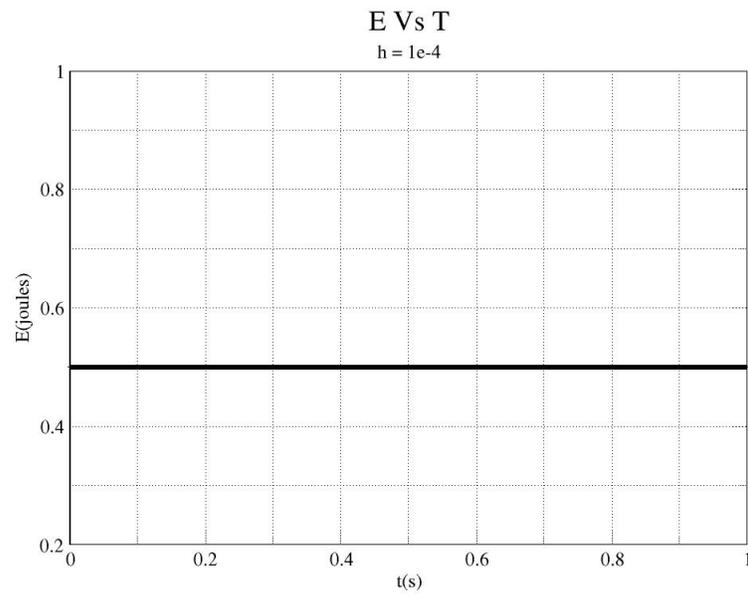


Figura 6-4: Energía para $h = 1e - 4$.

podemos considerar que la disipación introducida por el esquema es despreciable en primera aproximación.

Capítulo 7

HERRAMIENTA COMPUTACIONAL

El código implementado en C++, tiene 3 módulos esenciales, el primero se encarga de definir y crear las formas geométricas de la boya y el brazo, la segunda se encarga de resolver el sistema de ecuaciones diferenciales y el tercer módulo es completamente externo y permite realizar animaciones básicas usando la librería *VTK*.

Existen 4 archivos de datos fundamentales el primero *codeParams.dat* contiene la información referente los parámetros que usa el modulo de Runge-Kutta, *boyle.dat* y *arm.dat* contienen la información de la boya y el brazo al igual que algunas características físicas de los materiales usados para cada objeto y el archivo *level.dat* que maneja la serie de tiempo, por defecto el nombre de este archivo puede ser variado modificando su nombre en el archivo *driver.cpp*.

7.1. Módulo Geométrico

El módulo geométrico esta basado en la clase abstracta *Solid* la cual define los siguientes atributos,

- *double *dimension*: Arreglo con los grados de libertad (radio,largo, etc).
- *Cd*: Coeficiente de arrastre.
- *density*: Densidad.
- *mass*: Masa.
- *inner media density* : Densidad del medio interno si es hueco el objeto.

Los métodos más importantes implementados son,

virtual double Vol() , Determina el Volumen total.

double Inner Vol() , Volumen interno si el objeto es hueco.

virtual double Vs2(double xCM, double yCM, double t), Calcula el volumen sumergido usando mallando la esfera para una función dada.

virtual double Surf Area(), Determina el área superficial del objeto.

virtual double Eff Area(uint axes) Determina el área superficial respecto a un eje principal.

virtual double Inertia(uint axes, double H), Momentos de inercia al rededor de un eje dado y a una distancia H del mismo.

Las clases derivadas implementadas de *Solid* son:

- Box .
- Cylinder.
- CylinderHollow.
- Sphere.
- SphereHollow.

Cualquier figura adicional debe ser incluida como una clase derivada de *Solid*.

7.2. Módulo Runge-Kutta

Los datos principales que usa este módulo son,

- *double h* Paso de tiempo.
- *double time* Tiempo total de la simulación.
- *double *k1, *k2, *k3, *k4*, Pendientes Runge-Kutta orden 4.

Los métodos más importantes implementados son,

*void step(double *x0, double *y0)* : Implementa el esquema de Runge-Kutta y avanza en un paso h .

*my f(double *x, double t), my g(double *x, double t)*, Funciones a resolver.

7.3. Módulo de Animaciones

Este módulo es independiente de los dos anteriores, al ejecutar el programa dentro de los archivos de datos generados se encuentran *vtk.dat* y *energy.dat*, correr el ejecutable *anim2*, el modulo de animación obtiene la información de los archivos *vtk.dat* y *energy.dat*.

Para generar películas se usa el ejecutable *movie* quien genera formatos *.avi*.

Bibliografía

- [1] Lorkenath Debnath. *Nonlinear Water Waves*. Academic Press, first edition, 1994.
- [2] Thomas B. Johansson; Laurie Burnham; Amula K. N. Reddy. *Renewable Energy*. Island Press., first edition, 1992.
- [3] Potter Merle; Wiggert David. *Mecánica de Fluidos*. Prentice Hall, segunda edición, 2002.
- [4] L. D. Landau and E.M. Lifshitz. *Fluid Mechanics, Volume 6 (Course of Theoretical Physics)*. Butterworth-Heinemann, second edition, 2000.
- [5] Daniel Kleppner; Robert Kolenkow. *An Introduction To Mechanics*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math., first edition, 1973.
- [6] Richard P. Feynman; Robert B. Leighton; Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat*. Addison-Wesley., second edition, 2006.
- [7] <http://www.matweb.com/>.
- [8] Claudio Mataix. *Turbomaquinarias Térmicas*. Limusa Noriega editores, tercera edición, 2000.
- [9] Charles R. Mischke. Joseph E. Shigley. *Diseño en Ingeniería Mecánica*. McGraw Hill, sexta edición, 2004.
- [10] Endre Sülli; David F. Mayers. *An Introduction to Numerical Analysis*. Cambridge, first edition, 2003.
- [11] Peter Deuffhard; Folkmar Bornemann; W.C. Rheinboldt. *Scientific Computing with Ordinary Differential Equations*. Springer., first edition, 2002.

- [12] Arieh Iserles. *Numerical Analysis of Differential Equations*. Cambridge., fourth edition, 2006.
- [13] <http://www.cfe.gob.mx/es/InformacionAlCliente/ahorrodeenergia/>.
- [14] <http://redsismica.uprm.edu/>.
- [15] <http://vlm089.citg.tudelft.nl/swan/download/info.htm>.
- [16] Mary D. Archer; Robert Hill. *Clean Electricity from Photovoltaics*. Imperial College Press., first edition, 2001.
- [17] Benedict Leimkuhler; Sebastian Reich. *Simulating Hamiltonian Dynamics*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics., first edition, 2004.
- [18] Haruo Yoshida. Construction of higher order symplectic integrators. *Physics Letters A*, 150:262–268, Nov 1990.
- [19] Etienne Foresta and Ronald D. Ruthb. Fourth-order symplectic integration. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 43:105–117, May 1990.

MODELO COMPUTACIONAL DE UN SISTEMA PARA LA EXTRACCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA DE LAS OLAS

Carlos Andrés Garavito Garzón

(787) XXX-XXXX

Departamento de Ciencias Matemáticas

Consejero: Héctor J. Jiménez

Grado: Maestría en Ciencias

Fecha de Graduacion: Julio 2009

La búsqueda de nuevas formas de generar electricidad, renovables y limpias, es una prioridad para la sociedad actual. Entre los recursos energéticos renovables explotados y explotables en cada lugar se encuentran: la capacidad de producir biomasa, posición respecto al sol, vientos y el mar entre otros. El movimiento del mar es una fuente promisoría de energía, pero debido a la variación de sus condiciones de un lugar a otro, se hace difícil una unificación tecnológica que sea óptima para todas las regiones marítimas de la tierra, cada región tiene sus condiciones particulares que beneficia una u otra tecnología.

Este proyecto de investigación modela matemáticamente y computacionalmente un sistema de recuperación de energía movido por el oleaje del mar, especialmente para aguas profundas e intermedias. Este sistema consta de un flotador (boya) y un brazo acoplados a un generador, el modelo matemático implementado permite la variación de los diferentes parámetros ayudando a vislumbrar las posibilidades, restricciones, bondades y desventajas de esta forma de recuperación.