

**MODELO NUMÉRICO PARA FLUJO MIXTO: FLUJO PRESURIZADO/  
SUPERFICIE LIBRE**

Por

Federico García Uribe

Tesis sometida en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

en

INGENIERÍA CIVIL

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO  
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ

2009

Aprobado por

\_\_\_\_\_  
Jorge Rivera-Santos, Ph.D.  
Miembro, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Rafael Segarra, Ph.D.  
Miembro, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Walter Silva-Araya, Ph.D.  
Presidente, Comité Graduado

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Ismael Pagán-Trinidad. M.S.C.E.  
Director de Departamento

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Silvestre Colón-Ramírez. M.S., M.A.  
Representante Estudios Graduados

\_\_\_\_\_  
Fecha

## RESUMEN

En esta investigación se desarrolló un modelo numérico de flujo mixto – (flujo presurizado/superficie libre) – aprovechando la similitud existente entre las ecuaciones de continuidad y momentum que gobiernan el flujo no-permanente en canales, conocidas como las ecuaciones de Saint Venant, y las que gobiernan el flujo transitorio en conductos a presión. Para resolver los fenómenos de flujo mixto, se usó un solo conjunto de ecuaciones, las de Saint Venant, sin importar si el flujo es libre o presurizado. Para ello, el modelo propuesto incorporó el concepto de la Ranura de Preissmann y la transición propuesta por León et al. (2007). Las ecuaciones de Saint Venant fueron resueltas utilizando el esquema numérico de MacCormack y las condiciones de frontera usando el Método de las Características.

Inicialmente el modelo propuesto fue comparado numéricamente con otros esquemas matemáticos, y posteriormente fue comparado experimentalmente con un modelo físico construido en el Laboratorio de Experimentación de Mecánica de Fluidos del Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico.

Dentro de los resultados numéricos más importantes obtenidos se resalta que el modelo propuesto predijo la variación de la carga hidráulica para varias situaciones. Asimismo, la incorporación de la transición propuesta por León et al. (2007), en la Ranura de Preissmann fue de vital importancia para evitar inestabilidades en la simulación. En comparación con el modelo físico, los valores determinados en el modelo numérico predijeron con exactitud los valores experimentales mientras el tubo se encuentre completamente presurizado. En las proximidades de flujo libre, el modelo numérico no predijo los valores experimentales como se esperaba.

## **ABSTRACT**

A numerical model of mixed flow (free-surface/pressurized flow) was developed. The model takes advantage of the existing similarity between the continuity and momentum equations which govern the unsteady open-channels flow, known as Saint-Venant equations, and those that governing the closed-conduit transient flow. In order to solve the mixed flow, the proposed model used only one set of equations, the Saint-Venant equations, regardless of the flow state (free-surface or pressurized). The proposed model incorporates the Preissmann Slot concept and the transition proposed by León et al. (2007). The Saint-Venant equations were solved using the MacCormack scheme and the Method of Characteristics.

Initially, the proposed model was compared mathematically with other numerical schemes, and then it was compared experimentally with a physical model built on the Experimentation Fluid Mechanics Laboratory in the University of Puerto at Mayaguez Campus.

The results show that the proposed model numerically predicted the variation of the hydraulic head for several situations. Also, the incorporation of the proposed transition by León et al. (2007), in the Preissmann Slot was important to avoid instabilities in the simulation. In comparison with the physical model, the results obtained predicted with precision the experimental values while the pipe was completely pressurized. In proximities to the free flow, the proposed model did not predict the experimental values as expected.

***Dedico***

*A la memoria de mi abuelo Alberto*

*A mi amigo Andrés Coupe*

*A Sylvia*

*“ . . . . Llegar a la meta no es vencer,  
lo importante es el camino y en él  
caer, levantarse, insistir, y aprender. . . ”*

*- Txus di Fellatio -*

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico, por seguir siendo un punto universal de convergencia y divergencia de ideales y personas, que me ayudaron a formar y deformar mi visión del mundo.

Al Instituto de Investigaciones de Agua y Medio Ambiente, y al Departamento de Ciencias de Ingeniería y Materiales del Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico, por su apoyo económico.

Al profesor Walter Silva-Araya por su orientación y apoyo durante mis estudios graduados.

A los profesores Jorge Rivera-Santos, Rafael Segarra, y Silvestre Colón-Ramírez, miembros de mi comité graduado por sus aportes en el desarrollo y revisión de esta investigación.

A la profesora Ingrid Padilla, por su apoyo y consejo.

A mis amigos Luis Rodríguez-Díaz, Eduardo Cintrón, y Elsa Arce, gracias infinitas; su apoyo, amistad y colaboración fueron sumamente importantes para mí durante mi permanencia en Puerto Rico.

A mis amigos y compañeros, Eduard García-Galeano, Jhon Arvey Henao-Sepúlveda, María Fernanda Serrano-Guzmán, Milena Benavides-Serrato, Giovanni Rojas-Ortega, Gabriel Uribe-Guerra, Iván Morales-Parra, Yasson Duque-Amaya.

A mi familia en Colombia y a mi nueva familia en Puerto Rico, gracias por su apoyo y continuo aliento, por su paciencia y no haber perdido la fe en mí.

A todos, gracias.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1</b>	<b><u>INTRODUCCIÓN</u></b>	<b><u>11</u></b>
<b>2</b>	<b><u>REVISIÓN DE LITERATURA</u></b>	<b><u>15</u></b>
<b>2.1</b>	<b>MODELOS PARA DESCRIBIR FLUJO MIXTO</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>MÉTODO DE LA RANURA DE PREISSMANN</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b><u>MARCO TEÓRICO</u></b>	<b><u>30</u></b>
<b>3.1</b>	<b>ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL FLUJO LIBRE/PRESURIZADO (FLUJO MIXTO)</b>	<b>30</b>
3.1.1	TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS.	30
3.1.2	ECUACIONES DE SAINT VENANT	32
3.1.3	ECUACIONES PARA FLUJO PRESURIZADO	40
<b>3.2</b>	<b>ESQUEMAS NUMÉRICOS</b>	<b>47</b>
3.2.1	MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS	47
3.2.2	DIFERENCIAS FINITAS	51
<b>4</b>	<b><u>DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO</u></b>	<b><u>55</u></b>
<b>4.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>55</b>
<b>4.2</b>	<b>DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES GOBERNANTES MEDIANTE EL ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS DE MACCORMACK.</b>	<b>56</b>
<b>4.3</b>	<b>CONDICIONES DE FRONTERA DEFINIDAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS</b>	<b>58</b>
4.3.1	FRONTERA AGUAS ARRIBA	59
4.3.2	FRONTERA AGUAS ABAJO	62
<b>5</b>	<b><u>DESARROLLO DEL MODELO FÍSICO</u></b>	<b><u>64</u></b>
<b>5.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>64</b>
<b>5.2</b>	<b>DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO EXPERIMENTAL.</b>	<b>65</b>
5.2.1	MEDIDOR DE FLUJO PORTAFLOW SET™ DE GREYLINE INSTRUMENTS INC	67
5.2.2	TRANSDUCTORES DE NIVEL PR-31 DE TELOG INSTRUMENTS INC.	69
5.2.3	TRANSDUCTORES DE PRESIÓN	71
<b>5.3</b>	<b>CALIBRACIÓN DEL MODELO FÍSICO</b>	<b>74</b>
5.3.1	CALIBRACIÓN DE LOS MEDIDORES DE FLUJO PORTAFLOW SET™ DE GREYLINE INSTRUMENTS INC	74

5.3.2	CALIBRACIÓN DE LOS TRANSDUCTORES DE NIVEL PR-31 DE TELOG INSTRUMENTS INC	75
5.3.3	CALIBRACIÓN DEL TRANSDUCTOR DE PRESIÓN.	76
<b>5.4</b>	<b>PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL</b>	<b>79</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>85</b>
<b>6.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>85</b>
<b>6.2</b>	<b>RESULTADOS NUMÉRICOS</b>	<b>86</b>
6.2.1	MODELO NUMÉRICO PROPUESTO APLICADO A UN TUBO PRESURIZADO BAJO CONDICIÓN PERMANENTE UNIFORME.	86
6.2.2	COMPARACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO CON OTROS ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA UN TUBO PRESURIZADO	91
6.2.3	MODELO NUMÉRICO PROPUESTO APLICADO A UN TUBO PRESURIZADO CON FRONTERA AGUAS ABAJO OSCILATORIA	94
6.2.4	SIMULACIÓN DE FLUJO MIXTO (PRESURIZADO/LIBRE) PARA UN TUBO CON EL MÉTODO PROPUESTO	98
6.2.5	SIMULACIÓN DE UN VACIADO Y LLENADO DE UN TUBO CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO.	102
<b>6.3</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTALES</b>	<b>104</b>
6.3.1	DESPRESURIZACIÓN Y PRESURIZACIÓN LENTA DEL TUBO	104
6.3.2	DESPRESURIZACIÓN LENTA DEL TUBO	106
6.3.3	DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS EXPERIMENTALES EN EL MODELO	108
6.3.4	DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FRICCIÓN EXPERIMENTAL.	110
<b>7</b>	<b>COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO</b>	<b>117</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>126</b>
<b>9</b>	<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>129</b>
<b>10</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>131</b>
<b>11</b>	<b>APÉNDICES</b>	<b>134</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. FLUJO LIBRE Y PRESURIZADO EN UNA TUBERÍA. FUENTE: CHAUDHRY (2001) .....	16
FIGURA 2. ESQUEMA DE LA RANURA HIPOTÉTICA DE PREISSMANN COLOCADA EN LA CORONA DE UN TUBO PRESURIZADO. FUENTE: VASCONCELOS Y WRIGHT (2003).....	20
FIGURA 3 RANURA HIPOTÉTICA PARA ANALIZAR FLUJO MIXTO. FUENTE: CHAUDHRY (1987).....	24
FIGURA 4 GEOMETRÍA DE LA RANURA DE PREISSMANN PROPUESTA POR LEÓN ET AL. (2007). FUENTE: LEÓN ET AL. (2007).....	28
FIGURA 5. ESQUEMA QUE REPRESENTA EL SISTEMA Y VOLUMEN DE CONTROL. FUENTE: CHAUDHRY (2001).....	34
FIGURA 6. NOTACIÓN PARA LA LÍNEA CARACTERÍSTICA POSITIVA Y NEGATIVA .....	50
FIGURA 7. ESQUEMA DE LA MALLA PARA USADO PARA EL ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS .....	52
FIGURA 8. BALANCE DE ENERGÍA PARA UN TANQUE AGUAS ARRIBA. ....	60
FIGURA 9. DIAGRAMA GENERAL DEL MODELO FÍSICO. ....	65
FIGURA 10. BOMBA Y VÁLVULA CONTROLADORA DE FLUJO EN EL SISTEMA.....	66
FIGURA 11. VÁLVULA DE PASO COLOCADA A LA SALIDA DEL TANQUE 2 O AGUAS ABAJO.....	67
FIGURA 12. MEDIDOR DE FLUJO PORTAFLOW SET <sup>TM</sup> DE GREYLINE INSTRUMENTS INC. ....	68
FIGURA 13. SENSOR DE NIVEL TELOG PR-31 DE TELOG INSTRUMENTS INC.....	69
FIGURA 14. GRÁFICA DE LA SERIE DE DATOS EN EL TIEMPO USANDO EL TELOGERST <sup>TM</sup> FOR WINDOWS 3.4.7 .....	71
FIGURA 15. TRANSDUCTOR DE PRESIÓN MICROSWICH 230 Y DATALOGGER HOBO DE ONSET COMPUTER CORP. ....	72
FIGURA 16. GRÁFICA GENERADA POR EL HOBOWARE <sup>®</sup> PRO DE ONSET COMPUTER CORP. ....	73
FIGURA 17. PANTALLA PARA EL INGRESO DE VARIABLES PARA LA MEDICIÓN DE FLUJO CON EL PORTAFLOW SET <sup>TM</sup> DE GREYLINE INSTRUMENTS INC. ....	75
FIGURA 18. (A) PROBETA PLÁSTICA Y PROGRAMA TELOGERS PARA WINDOWS (B) PARA LA CALIBRACIÓN DEL SENSOR DE NIVEL. ....	76
FIGURA 19. PANTALLA PARA LA ENTRADA DE DATOS PARA LA CALIBRACIÓN DEL TRANSDUCTOR DE PRESIÓN.....	77
FIGURA 20. CARGA HIDRÁULICA PARA EL SENSOR DE PRESIÓN ASÍ COMO LOS TRANSDUCTORES DE NIVEL AGUAS ARRIBA Y AGUAS ABAJO EN DOS CONDICIONES DE NO FLUJO.....	78
FIGURA 21. SISTEMA DE MEDICIÓN PARA DETERMINAR EL VALOR DE LA PROFUNDIDAD DEL AGUA. ....	82
FIGURA 22. ESQUEMA TEÓRICO DEL MODELO. ....	86
FIGURA 23. CARGA HIDRÁULICA PARA EL TÚNEL EN CONDICIONES PERMANENTES UNIFORMES PARA CADA UNA DE LAS SECCIONES I EN EL TUBO. I1 REPRESENTA LA CONDICIÓN DE FRONTERA AGUAS ARRIBA; I5, LA CONDICIÓN DE FRONTERA AGUAS ABAJO.....	89
FIGURA 24. VARIACIÓN DEL FLUJO VOLUMÉTRICO PARA UN TUBO EN CONDICIÓN PERMANENTE UNIFORME PARA UNA SECCIÓN INTERNA I3 Y LA FRONTERA AGUAS ABAJO I5.....	90
FIGURA 25. COMPARACIÓN DEL FLUJO VOLUMÉTRICO CON LAS ECUACIONES DE PRESIÓN RESUELTAS CON MACCORMACK, MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO.....	92
FIGURA 26. COMPORTAMIENTO DE LA CARGA HIDRÁULICA PARA LAS ECUACIONES DE FLUJO PRESURIZADO CALCULADA CON LOS ESQUEMAS DE MACCORMACK Y MÉTODO DE LAS	



CARACTERÍSTICAS EN COMPARACIÓN CON EL MODELO PROPUESTO PARA UNA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL TUBO. ....	93
FIGURA 27. COMPORTAMIENTO DE LA CARGA HIDRÁULICA MEDIANTE EL MÉTODO PROPUESTO, DONDE LA FRONTERA AGUAS ARRIBA ( $I_1$ ) ES CONSTANTE Y LA FRONTERA AGUAS ABAJO ( $I_5$ ) VARIABLE DE TIPO SINUSOIDAL.....	95
FIGURA 28. COMPORTAMIENTO DE LA CARGA HIDRÁULICA MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS Y MACCORMACK PARA FLUJO PRESURIZADO DONDE LA FRONTERA AGUAS ARRIBA ( $I_1$ ) ES CONSTANTE Y LA FRONTERA AGUAS ABAJO ( $I_5$ ) VARIABLE DE TIPO SINUSOIDAL. ....	96
FIGURA 29. COMPORTAMIENTO DEL FLUJO VOLUMÉTRICO PARA UNA SECCIÓN INTERNA Y LA CONDICIÓN DE FRONTERA AGUAS ABAJO, CALCULADA CON EL MÉTODO PROPUESTO (MOD PROP) Y LOS ESQUEMAS DE MACCORMACK (MAC) Y MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS (MOC) QUE RESUELVEN LAS ECUACIONES DE FLUJO PRESURIZADO. ....	97
FIGURA 30. ESQUEMA DE LA VARIACIÓN DE LA CARGA HIDRÁULICA EN LA FRONTERA AGUAS ABAJO. ....	98
FIGURA 31. GEOMETRÍA DE LA RANURA DE PREISSMANN PROPUESTA POR LEÓN ET AL. (2007). FUENTE: LEÓN ET AL. (2007).....	100
FIGURA 32. CARGA HIDRÁULICA/PROFUNDIDAD USANDO EL MÉTODO DE LA RANURA DE PREISSMANN PROPUESTO Y LA TRANSICIÓN PROPUESTA POR LEÓN ET AL. (2007). LA FRONTERA AGUAS ARRIBA ( $I_1$ ) ES CONSTANTE Y LA FRONTERA AGUAS ABAJO ( $I_5$ ) ES LINEALMENTE DECRECIENTE. ....	101
FIGURA 33. COMPORTAMIENTO DE LA CARGA HIDRÁULICA Y LA PROFUNDIDAD CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO PARA EL VACIADO Y LLENADO DE UN TUBO USANDO LA TRANSICIÓN DE LEÓN ET AL. (2007). LA FRONTERA AGUAS ARRIBA ( $I_1$ ) ES CONSTANTE Y LA FRONTERA AGUAS ABAJO ( $I_5$ ) VARIABLE DE TIPO SINUSOIDAL.....	103
FIGURA 34. BOLSAS DE AIRE EN EL INTERIOR DEL TUBO.....	105
FIGURA 35. BURBUJA DE AIRE PASANDO A TRAVÉS DEL TERMINAL ULTRASÓNICO DEL MEDIDOR DE FLUJO PORTAFLOW SET <sup>TM</sup> .....	106
FIGURA 36. RESULTADOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS PARA EL TANQUE AGUAS ARRIBA, AGUAS ABAJO Y EL TRANSDUCTOR DE PRESIÓN.....	107
FIGURA 37. CARGA HIDRÁULICA O PROFUNDIDAD OBTENIDAS CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO.....	119
FIGURA 38. CARGA HIDRÁULICA OBTENIDOS PARA LOS PRIMEROS 100 s. DE SIMULACIÓN.....	120
FIGURA 39. CARGA HIDRÁULICA Y PROFUNDIDAD OBTENIDAS EN LA TRANSICIÓN DE FLUJO PRESURIZADO A LIBRE EN EL MODELO PROPUESTO (DE 100 A 240 s. DE SIMULACIÓN). ....	120
FIGURA 40. CARGA HIDRÁULICA Y PROFUNDIDAD OBTENIDAS EN LA TRANSICIÓN DE FLUJO PRESURIZADO A LIBRE EN EL MODELO PROPUESTO USANDO LAS CONDICIONES EQUIVALENTES. ....	122
FIGURA 41. CARGA HIDRÁULICA O PROFUNDIDAD PARA LAS CONDICIONES DE FRONTERA MODIFICADAS. ....	123

## LISTA DE TABLAS

TABLA 1. CONDICIONES INICIALES PARA EL MODELO EN ESTADO PERMANENTE UNIFORME Y CONDICIONES PRESURIZADAS. ....	87
TABLA 2. CONDICIONES INICIALES PARA EL MODELO EN ESTADO PERMANENTE UNIFORME Y CONDICIONES PRESURIZADAS. ....	99
TABLA 3. DATOS DE ENTRADA Y CONDICIONES INICIALES DEL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO	118
TABLA 4. DATOS DE ENTRADA Y CONDICIONES INICIALES DEL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO USANDO LAS CONDICIONES EQUIVALENTES. ....	121

# 1 INTRODUCCIÓN

El agua es transportada de un lugar a otro por los cauces naturales (ríos, quebradas, drenajes) o usando estructuras construidas por el hombre tales como túneles, alcantarillas o canales.

Durante la operación de conductos cerrados, incluyendo túneles y alcantarillas, pueden ocurrir condiciones diversas durante los cambios en los niveles de embalses, cierres de válvulas en las líneas de distribución o lluvias severas. Estas condiciones cambian el régimen de flujo en forma tal que, si no se tienen en cuenta, pueden provocar fallas estructurales o ineficiencia de los sistemas.

Las ecuaciones que describen estos fenómenos no poseen solución analítica, con excepción de algunos casos de interés académico solamente. En los últimos años, el uso de computadoras más rápidas, junto a métodos numéricos sofisticados, han permitido desarrollar cálculos con resultados más precisos facilitando la predicción de la operación de los diversos sistemas en condiciones de flujo transitorio. Sin embargo, aún no existe un modelo universal que permita la simulación del fenómeno físico para todos los posibles casos ya que introducen

errores en los balances de las propiedades o son tan complicados que su aplicabilidad es limitada.

Comercialmente no existe un modelo que prediga con precisión, los fenómenos de flujo transitorio. Esto es aun más acertado en el caso de transientes hidráulicos con flujos combinados a presión y superficie libre. Estas condiciones se llaman flujos transitorios mixtos. Algunos modelos comerciales intentan simular flujo transitorio mixto en conductos cerrados usando, para el caso de condiciones a presión una ranura imaginaria colocada en la corona de las tuberías de tal forma que, la altura piezométrica sobre la corona simule condiciones de flujo a presión. Esta ranura no afecta los cálculos cuando el nivel de agua esta por debajo de la corona y el conducto funciona con superficie libre a presión atmosférica.

Ridgway y Kumpula (2008), compararon, con un modelo físico, los modelos SWMM5 de EPA, MOUSE de DHI, InfoWorks de Wallingford Software, y TAP de ASI en un caso de flujo transiente. Los resultados obtenidos revelaron que los modelos MOUSE e InfoWorks son altamente imprecisos; y con el modelo SWMM5, los resultados fueron más precisos que los anteriores haciendo algunos ajustes en el modelo, haciéndolo poco eficiente; sin embargo León (2008), lo considera un programa incapaz de modelar fenómenos de flujo mixto.

Debido al vacío comercial existente por más de 30 años, diversos investigadores han propuesto modelos numéricos que estudien los fenómenos existentes en el flujo mixto (presurizado/libre), pero en los últimos años, poco se ha desarrollado usando modelos numéricos que utilicen el método de la Ranura de Preissmann para la resolución de casos de flujo mixto a excepción de algunas tesis doctorales tales como la de Vasconcelos J., (2005) y León A.S, (2007). Dichos estudios utilizan, generalmente, métodos numéricos complejos.

En la literatura consultada se encontró un estudio (Trajkovic et al., 1999), que usó el esquema de diferencias finitas de MacCormack para la solución de las ecuaciones que describen el flujo mixto incorporando la ranura de Preissmann con un ancho fijo el cual obtuvo algunos resultados que algunos autores lo consideraron como modelamiento poco exitoso; pero no se encontró ningún estudio que utilizara el esquema de MacCormack incorporando una ranura de ancho variable para describir los fenómenos de flujo mixto.

Con esta investigación se propuso desarrollar un modelo numérico de flujo mixto que aprovechara la similitud existente entre las ecuaciones dinámicas que gobiernan el flujo no-permanente en canales, conocidas como las ecuaciones de Saint Venant, y las que gobiernan el flujo transitorio en conductos a presión. El modelo numérico propuesto usó el

esquema explícito de diferencias finitas de MacCormack, y el Método de las Características, métodos numéricos ampliamente usando en la hidrodinámica, además de incorporó el concepto de la Ranura de Preissmann. Dicho modelo fue comparado numéricamente con otros esquemas y posteriormente con un modelo físico construido en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos en el Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico.

En los últimos años, se han propuesto varios modelos numéricos que resuelven el fenómeno de flujo mixto para diseñar, optimizar u operar diversos sistemas. Politano et al. (2007), usaron un modelo de flujo mixto para optimizar el Sistema Combinado de Alcantarillado del oeste de la ciudad de Atlanta, proponiendo diversas alternativas para mitigar oscilaciones de presión, contra flujos y sobre flujos durante una tormenta. Asimismo, León (2007), aplicó el Modelo Modificado de Preissmann para el sistema de túneles y embalses de Chicago con el fin de simular los transientes de presión en el sistema.

El desarrollo de este modelo estuvo motivado como una herramienta útil para el entendimiento del flujo mixto usando la Ranura de Preissmann para posteriormente, aplicarlo en el estudio de variaciones de caudal en túneles y conductos de salida de turbinas hidráulicas así como para el estudio de flujos mixtos en alcantarillas.

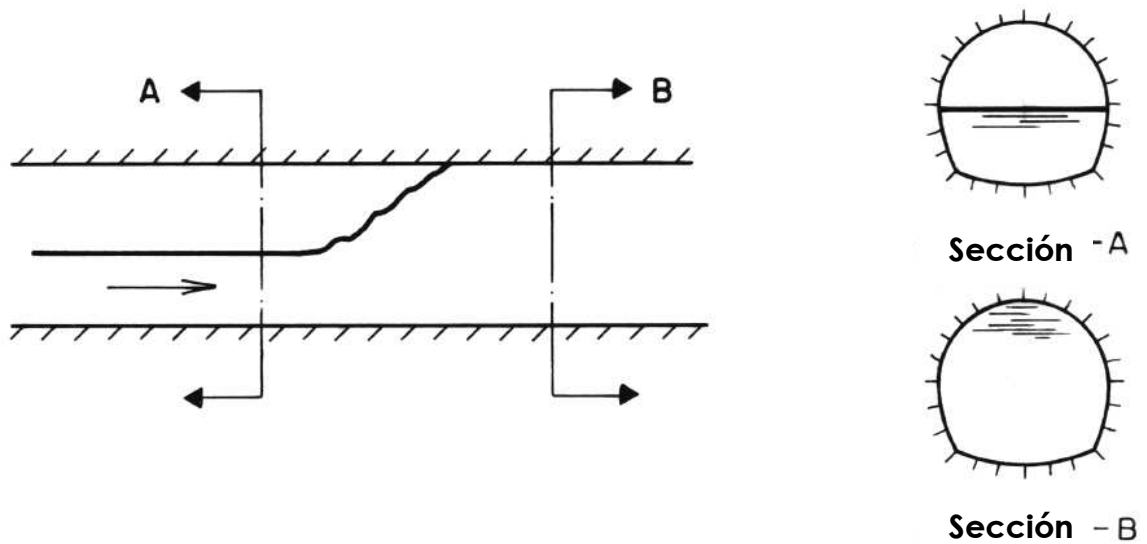
## 2 REVISIÓN DE LITERATURA

Un conducto en el cual el agua fluye con presión atmosférica en la superficie se denomina flujo en canal abierto o flujo con superficie libre. Cuando el conducto se llena completamente se denomina flujo a presión o presurizado.

Para un canal o un tubo el cambio de una condición en el sistema genera una transición en el flujo. Wiggert (1972), Chaudhry (1987), Wylie et al. (1993), y Swaffield et al. (1993), definen flujo transitorio, como un estado intermedio de flujo en el cual las condiciones cambian de un estado permanente a otro. De forma particular, el flujo transitorio puede ser visto como el medio por el cual, información relacionada al cambio en las condiciones de flujo en cualquier punto en el sistema, es comunicada a todos los otros puntos dentro del mismo sistema (García, 2004).

En un conducto cerrado es posible tener ambos tipos de flujos (superficie libre y presurizado), en un mismo instante de tiempo y en diferentes tramos de la tubería. Por ejemplo, el flujo en una alcantarilla pluvial puede ser de superficie libre en cierto tiempo y luego, debido a la

gran cantidad de flujo producido por una tormenta súbita, la alcantarilla puede comenzar a llenarse y por lo tanto presurizarse. De manera similar, la Figura 1 muestra que un conducto puede tener una parte de la tubería en condiciones de flujo libre y el resto de la tubería operar a presión (Chaudhry, 2001). Un régimen en el cual se tienen flujo libre y flujo presurizado se denomina flujo mixto.



**Figura 1. Flujo libre y presurizado en una tubería. Fuente: Chaudhry (2001)**

Li y McCorquodale (1999), afirman que durante la transición de flujo libre a presurizado, las ondas de presión pueden dañar las estructuras hidráulicas. He aquí la importancia de predecir y conocer con exactitud la ocurrencia de este fenómeno para el diseño y operación de los sistemas.



## **2.1 MODELOS PARA DESCRIBIR FLUJO MIXTO**

Para resolver los problemas de flujo transitorio o mixto, se han desarrollado modelos físicos y matemáticos. Los modelos físicos requieren de infraestructura, software y hardware para la adquisición de datos, personal capacitado, recursos económicos y demandan gran cantidad de tiempo lo cual, en comparación a los modelos matemáticos, hacen más difícil su implementación.

Las técnicas de modelamiento numérico o modelos matemáticos pueden tener soluciones exactas y soluciones empíricas las cuales son útiles en casos limitados y usualmente solucionan solo una parte del problema (Djordjevic y Walters, 2004).

También existen otros métodos como el "método de ajuste de onda" (*shock fitting method* en inglés); autores como Politano et al. (2005 y 2007), y Vasconcelos y Wright, (2004), lo nombran como el método de rastreo de interfase (*interfase tracking method* en inglés), en el cual las secciones presurizadas y las de superficie libre se tratan separadamente con procedimientos numéricos diferentes. Esto implica que la interfase entre los dos regímenes es una condición de frontera interna móvil la cual adiciona dos variables desconocidas: la posición de la interfase y la velocidad de la misma. (Djordjevic y Walters, 2004). Este método provee una solución para flujos mixtos donde ocurren presiones negativas o

presencia de burbujas de aire atrapadas en la tubería (Li y McCorquodale, 1999).

Asimismo autores tales como Vasconcelos et al., (2004), Vasconcelos y Wright (2006), Li y McCorquodale (1999), citando a Hamman y McCorquodale, y Djordjevic y Walters (2004), mencionan otro método llamado "Modelos de columna rígida" (rigid column model ó water rigid column approach en inglés). Estos modelos resuelven una ecuación diferencial ordinaria basados en el balance de momentum en una columna rígida la cual representa la parte presurizada del flujo. En cada paso del tiempo, la ecuación ordinaria es resuelta y la velocidad en la columna es actualizada. La localización del frente presurizado es obtenida usando la ecuación de continuidad a través de la interfase. Para calcular la porción del flujo libre, algunos modelos generalmente usan el método de las características. Las ecuaciones diferenciales pueden ser resueltas con un modelo de quinto orden de Runge-Kutta.

Diversos estudios experimentales y numéricos de transientes hidráulicos en conductos (alcantarillas y túneles), se han desarrollados a través de los años. Li y McCorquodale (1999), usando la teoría de la columna rígida, desarrollaron un modelo matemático y experimental para simular los transientes de presión desarrollados durante la transición de flujo libre a presurizado en una alcantarilla. Reportaron que el modelo

matemático sobreestimó el máximo y el mínimo de los transientes de presión y subestimó el amortiguamiento de los transientes de presión; en este estudio no se desarrollaron comparaciones entre el modelo propuesto y otros modelos existentes.

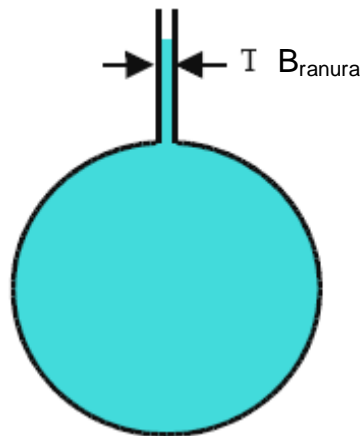
Fuamba (2002), propuso tres modelos en 1-D completamente dinámicos para predecir la localización y la velocidad del frente de onda generado durante la transición de un flujo libre a uno completamente presurizado (en uno de los casos considerando flujo compresible). Los modelos propuestos diferían por el método de cálculo utilizado los cuales fueron variaciones al método de las características.

Politano et al. (2007), desarrollaron un modelo transiente dinámico utilizando el método de rastreo de interfase para el sistema de túneles del alcantarillado pluvial del área este de la ciudad de Atlanta, EE.UU. En este estudio compararon sus resultados con datos experimentales obtenidos anteriormente por Cardle et al. (1999) y Trajkovic et al. (1999), logrando ajustes aceptables.

Otro de los enfoques ampliamente estudiados fue el propuesto por Preissmann y Cunge en 1962, llamado "método de la ranura de Preissmann" o "métodos de captura de choques" el cual será ampliado más adelante.

## 2.2 MÉTODO DE LA RANURA DE PREISSMANN

Este método aprovecha la similitud existente entre las ecuaciones dinámicas que gobiernan el flujo no-permanente en canales, conocidas como las ecuaciones de Saint Venant, y las que gobiernan el flujo transitorio en conductos a presión. Este método incorpora una abertura imaginaria o ranura en la corona del tubo (Figura 2), con el propósito de simular secciones presurizadas y no presurizadas con las ecuaciones de flujo libre. (Cunge y Mazadou, 1984; Chaudhry, 1987; Li y McCorquodale, 1999; Fuamba, 2003; Djordjevic y Walters, 2004; Vasconcelos et al., 2006, Politano et al., 2007 y León, 2007).



**Figura 2. Esquema de la ranura hipotética de Preissmann colocada en la corona de un tubo presurizado. Fuente: Vasconcelos y Wright (2003).**

Trajkovic et al. (1999), desarrollaron un modelo numérico y experimental para simular transiciones de flujo libre a presurizado y viceversa de un tubo circular. El modelo numérico usó la ranura de

Preissmann y el esquema de diferencias finitas explícito de McCormack, y las condiciones de frontera fueron calculadas mediante el método de las características. Aunque presentaron algunas inestabilidades numéricas en la ranura, reportan una buena aproximación entre los datos experimentales obtenidos y los calculados por el modelo.

Vasconcelos y Wright (2004), hicieron un estudio comparando dos enfoques de modelaje anteriormente mencionados. El primer modelo es basado en la asunción que la porción presurizada del flujo puede ser descrita mediante un enfoque de columna rígida y hace uso del método de las características para describir la porción de flujo libre. El segundo modelo es basado en el método de la ranura de Preissmann; con este método se compararon dos esquemas numéricos: el esquema difuso de Lax (primer orden), y el esquema de Lax-Wendroff (segundo orden). Los resultados obtenidos fueron comparados con un modelo de laboratorio y aunque los modelos predijeron el comportamiento del flujo observado, concluyen que cada método numérico tiene problemas y deben ser ajustados para evitar inestabilidades en el mismo.

León et al. (2007), presentan un modelo para simular transientes fuertes de flujo mixto usando la ranura de Preissmann. Proponen un modelo modificado de Preissmann en el cual hacen la incorporación de una transición gradual entre el tubo y la ranura, además de resolver las

ecuaciones gobernantes usando un esquema de volúmenes finitos de segundo orden (Godunov). Los resultados obtenidos muestran que el modelo propuesto es capaz de describir formas complejas de flujo (interfases positivas y negativas de flujo mixto, ondas gravitacionales, y transientes fuertes), siempre y cuando no ocurran flujos sub-atmosféricos

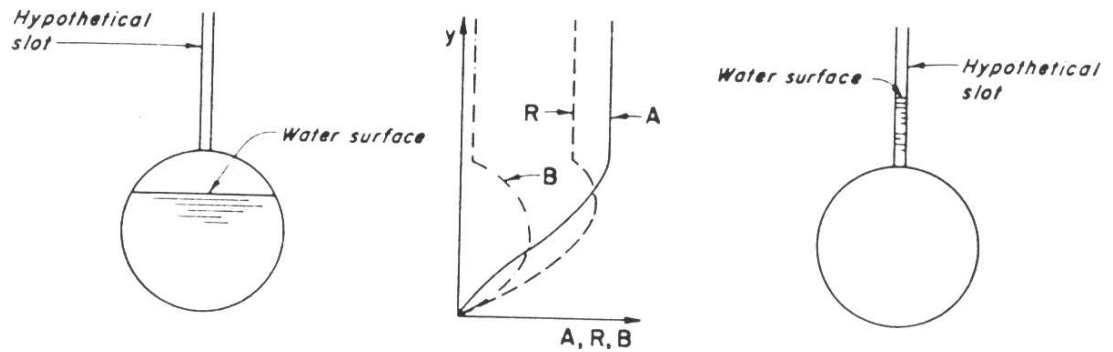
Dentro de las desventajas del método de la ranura de Preissmann, Joliffe citado por Li y McCorquodale (1999), afirma que el método no puede simular burbujas de aire atrapadas en la tubería ni presiones negativas. León et al. (2007), menciona cuatro problemas principales asociados con el método y con el esquema numérico empleado para resolver las ecuaciones: (1) Incapacidad para describir fenómenos sub-atmosféricos en tubería llena, (2) Inconsistencia en el balance de masa y momentum asociados con el ancho de la ranura, (3) Inestabilidades asociadas al esquema numérico cuando el flujo cambia rápidamente del tubo a la ranura, (4) Inexactitud en la propagación de los transientes de presión (es decir, cuando hay flujo en la ranura), asociados con el ancho de la ranura. Los autores hicieron un modelaje de un flujo presurizado usando el método modificado de Preissmann en el cual pudo minimizar los últimos tres de los cuatro problemas principales ya que las ecuaciones de flujo libre no pueden describir flujos sub-atmosféricos.

Vasconcelos et al. (2006), afirman que en el modelo de la ranura de Preissmann, si la carga hidráulica cae por debajo de la corona del tubo se origina flujo en superficie libre (ahora la carga hidráulica es la profundidad del canal). Físicamente esto no es posible, a menos que haya una apropiada ventilación en el punto donde sucede esta transición en el tubo, por consiguiente, estos modelos no son apropiados para describir la propagación de ondas de baja presión.

El método de la ranura de Preissmann ha sido usado para modelar transientes suaves (graduales) de flujo mixto satisfactoriamente, sin embargo ha tenido poco éxito en el modelamiento de transientes fuertes (rápidos). El poco éxito es debido, principalmente, a problemas de inestabilidad cuando el flujo cambia rápidamente del tubo a la ranura, lo que puede causar la cancelación de la simulación, (León et al., 2007).

Chaudhry (1987), afirma que la ranura hipotética no debe aumentar el área de la sección transversal ni el radio hidráulico del conducto presurizado. En la Figura 3 se muestra una sección transversal de un tubo con la ranura hipotética de Preissmann en condiciones de flujo libre y presurizado, así como la relación entre el área ( $A$ ), radio hidráulico ( $R$ ), y el ancho de la superficie de agua ( $B$ ) con la profundidad o carga hidráulica ( $y$ ). Nótese en la figura anterior que las propiedades mencionadas varían si el nivel del agua está por debajo de la corona del

tubo (flujo libre), y se vuelven constantes cuando el nivel del agua está en la ranura hipotética, es decir sobre la corona del tubo (flujo presurizado)



**Figura 3 Ranura hipotética para analizar flujo mixto. Fuente: Chaudhry (1987).**

Como fue mencionado anteriormente, la inestabilidad numérica puede ser causada por una selección inapropiada del ancho de la ranura. El ancho de la ranura ha sido objeto de estudio, y se estima que debe ser aquel para el cual la velocidad de la onda gravitacional ( $c$ ), sea igual a la velocidad de la onda de presión ( $a$ ). (Chaudhry, 1987), esto es:

$$c = \sqrt{g \frac{A_{\text{tubo}}}{B_{\text{ranura}}}} = a \quad (1)$$

donde  $g$ =aceleración de la gravedad;  $A_{\text{tubo}}$ =área de la sección transversal del tubo;  $B_{\text{ranura}}$ =ancho de la ranura.



León (2007), afirma que grandes niveles de agua en ranuras delgadas causan inestabilidades numéricas en el modelo. Estas inestabilidades pueden ser removidas si se aumenta el ancho de la ranura. Sin embargo, cambiar el ancho termina con la equivalencia entre las ecuaciones de presión y las de St. Venant resultando en velocidades de onda y cargas de presión incorrectas. Asimismo, Politano et al. (2007), afirman que el método de Preissmann se vuelve inestable numéricamente cuando se usan ranuras muy delgadas para representar altas velocidades de onda de presión.

Autores tales como Cunge y Mazadou (1984), y Chaudhry (1987), no reportan un ancho de ranura definido sino que sugieren el uso de un ancho "muy pequeño" (del orden de pocos milímetros). Cunge et al. (1980) y Cunge et al, citado por Yen y Akan en Mays (1999), recomiendan un ancho de ranura de 1 centímetro. o más. En cambio Ji (1998), lo asumió como el 0.1% del ancho máximo del conducto bajo condiciones transientes.

Trajkovic et al. (1999), en sus estudios usó un ancho de ranura del 10% del diámetro del tubo para evitar inestabilidades. Yen y Akan, citado por Mays (1999), reportan la siguiente expresión la cual es presentada también por León et al. (2007).

$$B_s = \frac{gA_f}{a^2} = \frac{\pi g D^2}{4a^2} \quad (2)$$

donde  $B_s$ =ancho de la ranura;  $g$ =aceleración de la gravedad;  $D$ =diámetro del tubo;  $a$ =velocidad de la onda de presión

La expresión anterior demuestra que a mayores velocidades de onda, el ancho de la ranura disminuye drásticamente.

En sus experimentos, Vasconcelos y Wright (2004), validaron los resultados numéricos obtenidos con un modelo de laboratorio reportando el uso de un ancho de ranura de 0.0001 m y un diámetro de 0.094 m. Sin embargo no mencionan la existencia de inestabilidades en sus modelos.

Sjoberg, citado por Yen y Akan en Mays (1999), sugiere un ancho de ranura ( $b$ ) que puede ser expresado en términos de la profundidad ( $h$ ) y del diámetro del tubo ( $D$ ):

$$\frac{b}{D} = 10^{-6} + 0.05423 \exp \left[ - \left( \frac{h}{D} \right)^{24} \right] \quad \text{Para } h/D \geq 0.999 \quad (3)$$

El mismo autor propuso las siguientes expresiones para calcular el área de flujo ( $A$ ), y el radio hidráulico ( $R$ ), cuando la profundidad  $h$  es mayor que el diámetro del tubo ( $D$ ):

$$A = \frac{\pi D^2}{4} + (h - D)b \quad (4)$$

$$R = \frac{D}{4} \quad (5)$$

Yen y Akan, citado por Mays (1999), hicieron una modificación a la idea de Sjoberg para proveer una transición computacional más suave usando

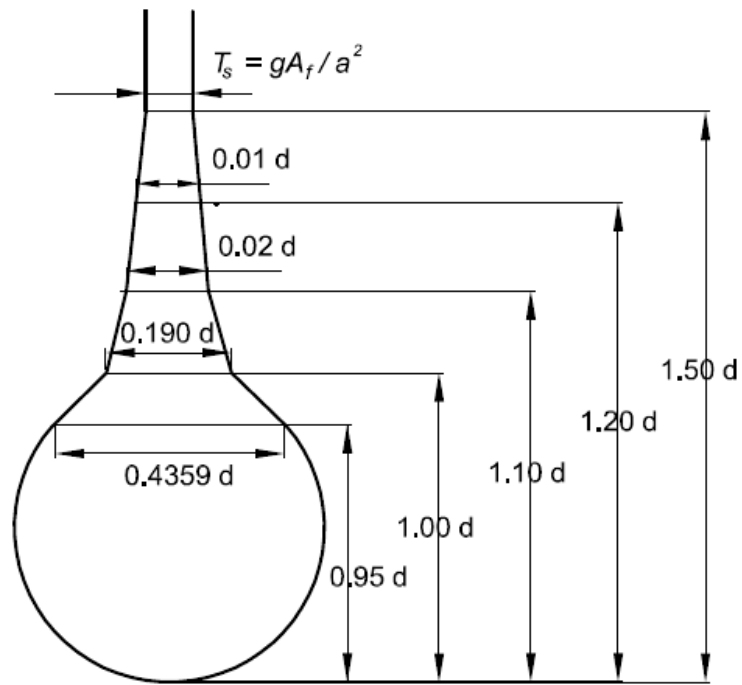
$$A = A_{0.9999} + b(h - 0.9999D) \quad (6)$$

Asumiendo que la transición comienza en  $h/D = 0.91$ , para  $h/D > 0.91$ , el radio hidráulico  $R$  es calculado con la ecuación de Manning usando la pendiente del tubo, el área del tubo  $A$ , el área del tubo cuando  $h/D = 0.91$  y el caudal igual al flujo uniforme permanente en la profundidad  $h = 0.91 D$ ,  $Q_{91}$ ; así para  $h/D > 0.91$

$$R = \left( \frac{A_{91}}{A} \right) R_{91} \quad (7)$$

No se encontraron resultados con la modificación sugerida a la relación de Sjoberg.

León et al. (2007), sugieren un ancho variable de ranura para que la transición entre el flujo libre y el presurizado ocurra gradualmente y así evitar inestabilidades numéricas por el cambio súbito. La Figura 4 muestra la transición propuesta por estos autores.



**Figura 4 Geometría de la ranura de Preissmann propuesta por León et al. (2007). Fuente: León et al. (2007).**

León (2007), confirma entonces, la existencia de una confusión general acerca de la selección del ancho de la ranura. Asegura que los reportes enfocados en los esquemas numéricos para la el modelamiento simultáneo de flujos libres y presurizados muestran que el tamaño de la ranura no tiene significada influencia en las cargas hidráulicas resultantes. La poca influencia del ancho de la ranura en las cargas hidráulicas cuando se está simulando flujo mixto, conlleva a la conclusión incorrecta que el método de Preissmann, con una ranura "ancha", puede ser usada para modelar con precisión flujo en superficie libre, flujo presurizado y la ocurrencia simultánea del flujo libre y presurizado.

Del mismo modo, el autor afirma, que el efecto del ancho de la ranura es significativo cuando solo se modela flujo presurizado (flujo en la ranura). En flujos presurizados, la velocidad de propagación de la onda determina que tan rápido los transientes de presión son propagados y la única forma de reproducir una correcta propagación de los transientes de presión es usando un ancho de ranura que logre una onda gravitacional igual a la onda de presión.

Como se pudo observar durante el desarrollo de la revisión de literatura, existen diversos métodos para solucionar casos de flujo mixto. Uno de estos métodos es la Ranura de Preissmann la cual considera el uso de un conjunto de ecuaciones (Saint Venant), para describir los fenómenos de flujo presurizado, mixto y libre. Pero este artificio hidráulico debe ser cuidadosamente aplicado ya que del ancho de la ranura depende el éxito de la simulación.

En la literatura consultada solo se encontró un estudio que usa el método de diferencias finitas de MacCormack para modelar el flujo mixto y un ancho de ranura amplio el cual ha sido considerado por otros autores como poco exitoso ya que termina con la equivalencia de las ecuaciones de continuidad, pero no se encontraron estudios que usaran el método de MacCormack con un ancho de ranura variable para resolver los casos de flujo mixto.

## **3 MARCO TEÓRICO**

### **3.1 ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL FLUJO LIBRE/PRESURIZADO (FLUJO MIXTO)**

Los modelos de flujo libre/presurizado (flujo mixto), son descritos matemáticamente mediante el uso de diversas técnicas tal y como se mencionó en la revisión de literatura. Algunas de estas técnicas usan la ecuación de continuidad y momentum para canales o ecuaciones de Saint Venant como únicas ecuaciones gobernantes del sistema (como es el caso de los modelos que usan la ranura de Preissmann), otras técnicas combinan el uso de las ecuaciones de Saint Venant con las ecuaciones de flujo presurizado. Los parámetros necesarios para describir el flujo mixto en un tubo son: la profundidad de agua o carga hidráulica y la velocidad o flujo volumétrico.

#### **3.1.1 TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS.**

Este teorema relaciona las variables de flujo para una cantidad específica de masa de fluido, llamada sistema; a una región específica,

llamada volumen de control. Todo lo externo al sistema es llamado alrededores y las fronteras del sistema separan el sistema de sus alrededores. La frontera de un volumen de control es llamada superficie de control. Las leyes de conservación de la masa, momentum y energía describen la interacción entre el sistema y sus alrededores (Chaudhry, 1987; Chaudhry, 2001).

Asimismo el autor anterior hace una derivación detallada del Teorema de Transporte de Reynolds el cual se puede resumir en la siguiente ecuación.

$$\frac{dB_{\text{sis}}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{VC}} \beta \rho dV + \oint_{\text{SC}} \beta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (8)$$

donde  $B$  = propiedad extensiva de un sistema.  $\beta$  = propiedad intensiva de un sistema; definida como la propiedad extensiva  $B$  entre unidad de masa;  $\rho$  = densidad del fluido;  $V$  = velocidad del fluido;  $dV$  = diferencial de volumen del fluido;  $dt$  = diferencial de tiempo;  $dA$  = diferencial de área;

La ecuación anterior establece que la tasa o razón temporal de incremento de la cantidad total de alguna propiedad extensiva ( $B$ ) dentro de un sistema, es exactamente igual a la tasa temporal de

incremento de la propiedad  $B$  dentro del volumen de control (fijo), más la tasa neta de flujo de  $B$  a través de la frontera del volumen de control.

### **3.1.2 ECUACIONES DE SAINT VENANT**

Un canal con pendiente y el área de la sección uniforme a lo largo de toda su longitud se denomina Canal Prismático. Chaudhry (2001), define las ecuaciones de Saint Venant como el conjunto formado por las ecuaciones de continuidad y conservación de cantidad de movimiento para un flujo unidimensional no permanente sujeto a las siguientes asunciones:

1. La distribución de presiones es hidrostática, esta presunción es válida si las líneas de flujo no tienen cambios abruptos.

2. La pendiente del lecho es muy pequeña, por consiguiente la profundidad medida perpendicular al canal es lo mismo que la profundidad medida verticalmente.

3. La velocidad del flujo es uniforme en toda la sección.

4. El canal es prismático. Es decir, la sección y la pendiente del canal no cambian con la distancia. La variación en el área de la sección o la pendiente del canal pueden ser tomadas en consideración aproximando el canal en varios tramos prismáticos.



5. Las pérdidas de energía en flujo no-permanente pueden ser simuladas usando leyes de resistencia para flujo permanente, tales como la ecuación de Manning o Chézy.

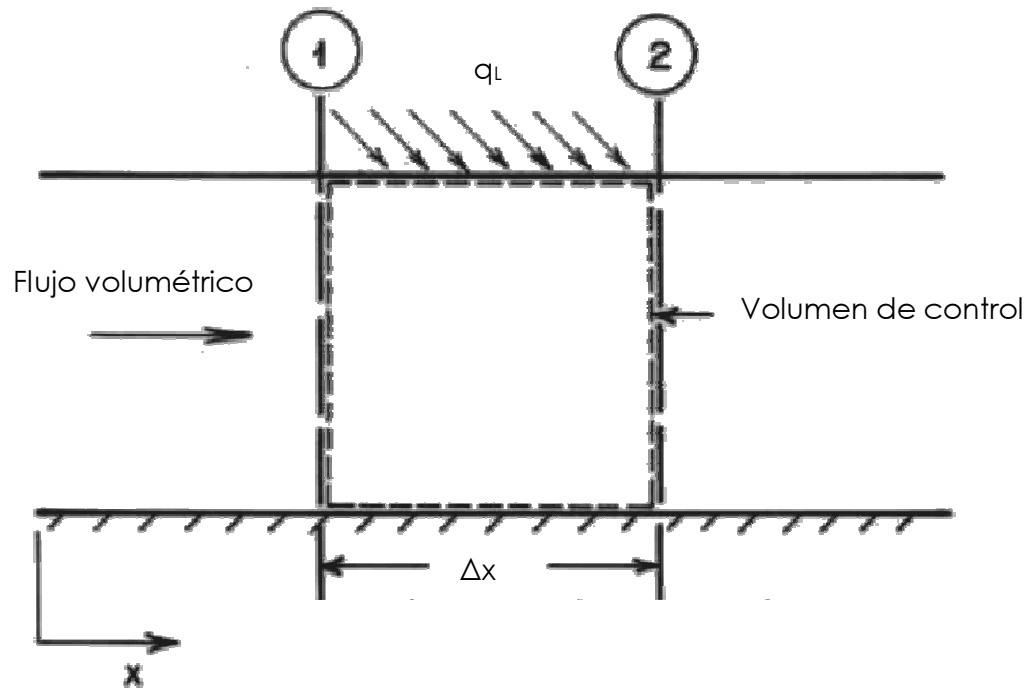
### 3.1.2.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Si la densidad del agua es constante en la ecuación 8, la ecuación de continuidad es la misma que la ley de conservación de la masa. Si se considera que un volumen de control tiene fronteras fijas tal y como se muestra en la Figura 5 y el flujo entre las secciones 1 y 2 es no permanente y no uniforme entonces el flujo volumétrico,  $Q$ ; la velocidad del fluido,  $v$ ; y la profundidad del flujo,  $y$ ; son funciones de la distancia  $x$  (medida positivamente en la dirección aguas abajo), y del tiempo,  $t$ . Aplicando el Teorema de Transporte de Reynolds al volumen de control, la propiedad extensiva,  $B = \text{masa}, M$  y la propiedad intensiva  $\beta = \Delta m / \Delta m = 1$ .

En la Figura 5, sustituyendo  $B=M$  y  $\beta= 1$ , y  $dM/dt=0$  (ley de conservación de masa), se obtiene:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho A dx + \rho A_2 v_2 - \rho A_1 v_1 - \rho q_L (x_2 - x_1) = 0 \quad (9)$$

donde  $A$ = área de flujo;  $\rho$ = densidad del fluido;  $q_L$ = cambio del flujo volumétrico entrando o saliendo por unidad de largo del canal entre las secciones 1 y 2. Se considera positivo cuando entra al canal y negativo cuando sale del mismo lateralmente. Este flujo lateral puede ser debido a infiltración, evaporación, o flujo hacia o desde los bancos del canal.



**Figura 5. Esquema que representa el sistema y volumen de control. Fuente: Chaudhry (2001).**

Si se considera que el agua es incompresible,  $\rho$  es constante por lo que la ecuación anterior se puede escribir así:

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} A dx + A_2 v_2 - A_1 v_1 - q_L (x_2 - x_1) = 0 \quad (10)$$

Aplicando la regla de Leibniz, el primer termino del lado izquierdo de la ecuación 2, se nota que los términos  $dx_1/dt = 0$  y  $dx_2/dt = 0$  ya que las fronteras del volumen de control son fijas y  $Q_1=A_1v_1$  y  $Q_2=A_2v_2$ , se obtiene

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial A}{\partial t} dx + Q_2 - Q_1 - q_L (x_2 - x_1) = 0 \quad (11)$$

Basado en el Teorema del Valor Medio, y considerando que no hay entradas ni salidas laterales ( $q_L = 0$ ), la ecuación anterior se puede expresar

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

La ecuación anterior es referida como la *ecuación de continuidad en la forma conservativa o forma divergente*. Para un canal que tiene un área regular, el cambio en el área de flujo  $\Delta A$ , para un cambio pequeño de profundidad del flujo,  $\Delta y$ , se puede aproximar como  $B\Delta y$ . En el límite de  $\Delta y \rightarrow 0$ ,  $dA/dy=B$ . en consecuencia la ecuación anterior se puede escribir así:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

Teniendo en cuenta que  $Q= vA$ , reemplazándolo en la ecuación anterior y expandiendo el segundo término y notando que  $\partial A/\partial x= B\partial y/\partial x$

y que la profundidad hidráulica  $D=A/B$  (donde  $A$ =Área de flujo, y  $B$ = Ancho hidráulico), la ecuación anterior queda:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + D \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

Teniendo en cuenta que  $c = \sqrt{gD}$  la ecuación anterior se puede escribir así:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

La ecuación anterior se conoce como la *ecuación de continuidad en forma no-conservativa o forma convergente*.

### 3.1.2.2 ECUACIÓN DE MOMENTUM

Para la ecuación de momentum, la propiedad extensiva,  $B =$  momentum del agua en el volumen de control  $= mv$ , y la propiedad intensiva  $\beta = v \Delta m / \Delta m = v$ . por la Segunda Ley de Newton para un sistema

$$\frac{d \left( m \vec{v} \right)_{\text{sis}}}{dt} = \sum \vec{F} \quad (16)$$

Aplicando el Teorema de Transporte de Reynolds a un volumen de control se tiene:

$$\sum F = \frac{d(m\vec{v})_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \vec{v} \rho dV + \oint_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \sum \vec{F} \quad (17)$$

Tal y como se hizo para la ecuación de continuidad, aplicando la regla de Leibnitz y  $Q=vA$ , la ecuación anterior queda:

$$\sum F = \int_{x_1}^{x_2} \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx + \rho Q_2 v_2 - \rho Q_1 v_1 - v_x \rho q_L (x_2 - x_1) \quad (18)$$

Dividiendo por  $\rho(x_2-x_1)$  y aplicando el Teorema del Valor Medio la ecuación anterior se puede escribir:

$$\frac{\sum F}{\rho(x_2 - x_1)} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Qv)}{\partial x} - v_x q_L \quad (19)$$

En la Figura 5, las fuerzas de presión actuando en el sistema en las secciones 1 y 2 son:

$$F_{p1} = P_1 A = \rho g A_1 \bar{y}_1 \quad (20)$$

$$F_{p2} = P_2 A = \rho g A_2 \bar{y}_2 \quad (21)$$

El componente del peso del agua en el volumen de control en la dirección x se puede escribir como:

$$F_3 = \rho g \int_{x_1}^{x_2} A S_o dx \quad (22)$$

$S_o$  = pendiente del fondo del canal, se considera positivo aguas abajo

La fuerza debida a la fricción,  $F_4$ , es causada por el cortante entre el agua y los lados del canal. Esta puede ser expresada en términos de la pendiente de fricción,  $S_f$ ; o el gradiente de energía necesario para superar la fricción es:

$$F_4 = \rho g \int_{x_1}^{x_2} A S_f dx \quad (23)$$

El término  $S_f$  puede ser calculado según la relación de Manning

$$S_f = \frac{n^2 v |v|}{R_h^{4/3}} \quad (24)$$

donde  $n$ =coeficiente de rugosidad de Manning;  $v$ =velocidad del fluido;  $R_h$ =Radio Hidráulico= $A/P$  ( $A$ =Área de flujo;  $P$  = perímetro húmedo).

En consecuencia, la fuerza actuante sobre el volumen de control es:

$$\sum F = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 \quad (25)$$

Sustituyendo las ecuaciones 20, 21, 22, 23 y 24 y dividiendo entre el término  $\rho(x_2-x_1)$  se obtiene

$$\frac{\sum F}{\rho(x_2 - x_1)} = \frac{g(A_1 \bar{y}_1 - A_2 \bar{y}_2)}{x_2 - x_1} + \frac{g}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} A(S_o - S_f) dx \quad (26)$$

Igualando la ecuación 11 con la 17, y aplicando el Teorema del Valor Medio se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Qv)}{\partial x} - v_x q_L = -g \frac{\partial}{\partial x} (A \bar{y}) + g A (S_o - S_f) \quad (27)$$

Reescribiendo la ecuación anterior y asumiendo que no hay entradas ni salidas de flujo lateralmente en el canal ( $q_L=0$ ), la ecuación se puede expresar:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Qv + g A \bar{y}) = g A (S_o - S_f) \quad (28)$$

La ecuación anterior es la ecuación de momentum en forma conservativa

Ahora,  $\Delta(A \bar{y}) = \left[ A(\bar{y} + \Delta y) - \frac{1}{2} B(\Delta y)^2 \right] - A \bar{y}$ . Despreciando los términos

de alto orden y haciendo  $\Delta y \rightarrow 0$ , se puede obtener  $\frac{\partial}{\partial y} (A \bar{y}) = A$ . Utilizando

la expresión  $\frac{\partial}{\partial x} (g A \bar{y}) = g \frac{\partial}{\partial y} (A \bar{y}) \frac{\partial y}{\partial x} = g A \frac{\partial y}{\partial x}$  y reemplazándola en la

ecuación anterior queda

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Qv)}{\partial x} + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_o - S_f) \quad (29)$$

Expandiendo los términos del lado izquierdo y re-arreglando la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial y}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} = g(S_o - S_f) \quad (30)$$

La ecuación anterior ha sido usada ampliamente en la literatura y ha sido referida como la ecuación de momentum, ecuación de movimiento y ecuación dinámica.

### 3.1.3 ECUACIONES PARA FLUJO PRESURIZADO

Según Chaudhry (1987), las ecuaciones para la conservación de la masa (o continuidad) y el momentum describen el estado transiente en conductos cerrados. Dichas ecuaciones también parten del Teorema de Transporte de Reynolds y pueden describir la velocidad del flujo y la presión en los flujos transientes en función del tiempo así como de la distancia, estas ecuaciones son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales las cuales son mostradas a continuación.



### 3.1.3.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

donde  $p$ =presión del conducto;  $\rho$ =densidad del fluido;  $v$ =velocidad del fluido;  $a$ =velocidad de la onda de presión.

Chaudhry (1987) afirma que en muchas aplicaciones de ingeniería los términos de la aceleración convectiva,  $v(\partial v/\partial x)$ , y  $v(\partial p/\partial x)$ , son pequeñas comparadas con los otros términos y usualmente son despreciadas. De manera similar, la pendiente también es pequeña y se descarta, por lo tanto eliminando esos términos la ecuación anterior queda:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (32)$$

Asimismo el autor anterior, afirma que es común en la ingeniería hidráulica calcular las presiones del tubo en términos de la carga piezométrica,  $H$ , por lo que la presión,  $p$ , puede ser escrita como  $p = \rho g H$  (asumiendo que el datum es 0), por lo que la ecuación anterior se puede escribir como

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (33)$$

### 3.1.3.2 ECUACIÓN DE MOMENTUM

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{fv|v|}{2D} = 0 \quad (34)$$

donde  $v$ =velocidad del fluido;  $\rho$ =densidad del fluido;  $p$ =presión del fluido;  $f$ =factor de fricción de Darcy-Weisbach del conducto;  $D$ =diámetro del conducto;  $\theta$ =inclinación del tubo respecto a la horizontal.

Eliminando los términos de la aceleración convectiva, considerando que la inclinación del tubo es pequeña, y expresando la presión como carga piezométrica,  $p=g\rho H$ , la ecuación anterior se puede simplificar

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fv|v|}{2D} = 0 \quad (35)$$

La derivación detallada de estas ecuaciones está publicada en Chaudhry (1987).

### 3.1.3.3 VELOCIDAD DE LA ONDA EN TUBERÍAS A PRESIÓN

Según Chaudhry (1987), la velocidad de la onda en conductos cerrados depende de las propiedades elásticas de la tubería, de las propiedades del fluido, y de las restricciones o condiciones de anclaje.

Las propiedades de la tubería incluyen el diámetro, espesor y material de la tubería; las propiedades del fluido incluyen el módulo volumétrico de elasticidad del fluido, cantidad de gases no disueltos, densidad y viscosidad cinemática entre otras. Las restricciones o condiciones externas incluyen el tipo de soportes y la libertad del sistema al movimiento en dirección longitudinal.

Una expresión general para la velocidad de la onda ( $a$ ) fue presentada por Halliwell citado por Chaudhry, (1987), de la siguiente forma:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho[1+(K/E)\psi]}} \quad (36)$$

donde  $\psi$ =parámetro adimensional que depende de las propiedades elásticas del conducto;  $E$ =módulo de elasticidad de Young para las paredes del conducto;  $K$ =módulo de elasticidad volumétrico del fluido y  $\rho$ =densidad del fluido respectivamente.

Asimismo, Chaudhry (1987), expone diferentes expresiones para  $\psi$  bajo distintas condiciones

$$\begin{array}{ll} 3.1.3.3.1 & \text{Conductos Rígidos.} \\ & \psi = 0 \end{array} \quad (37)$$

### 3.1.3.3.2 Conductos elásticos de paredes gruesas.

#### 3.1.3.3.2.1 Conducto anclado contra el movimiento longitudinal a lo largo de su longitud

$$\psi = 2(1+\nu)\left(\frac{R_o^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} - \frac{2\nu R_i^2}{R_o^2 - R_i^2}\right) \quad (38)$$

donde  $\nu$ =razón de Poisson y  $R_o$  y  $R_i$  son el radio externo e interno del conducto respectivamente.

#### 3.1.3.3.2.2 Conducto anclado contra el movimiento longitudinal en su extremo superior

$$\psi = 2\left[\frac{R_o^2 + 1.5R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{\nu(R_o^2 - 3R_i^2)}{R_o^2 - R_i^2}\right] \quad (39)$$

#### 3.1.3.3.2.3 Conductos con juntas de expansión frecuentes

$$\psi = 2\left(\frac{R_o^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \nu\right) \quad (40)$$

### 3.1.3.3.3 Conductos elásticos de paredes delgadas.

#### 3.1.3.3.3.1 Conducto anclado contra el movimiento longitudinal a lo largo de su longitud

$$\psi = \frac{D}{e}(1-\nu^2) \quad (41)$$

donde  $D$ =diámetro del conducto;  $e$ =espesor de las paredes.

#### 3.1.3.3.2 Conducto anclado contra el movimiento longitudinal en su extremo superior

$$\psi = \frac{D}{e}(1 - 0.5\nu) \quad (42)$$

#### 3.1.3.3.3 Conductos con juntas de expansión frecuentes

$$\psi = \frac{D}{e} \quad (43)$$

### 3.1.3.4 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS PARA UN TUBO EQUIVALENTE

Chaudhry (1987), afirma que si el diámetro, espesor de la pared, o material del tubo varía a lo largo de la tubería se puede reemplazar la tubería por una tubería equivalente. Usando una tubería equivalente, la variación espacial de las pérdidas de fricción y los efectos elásticos e inerciales no son correctamente considerados. Sin embargo, la aproximación es útil y produce resultados satisfactorios ya que los cambios en las propiedades de la tubería original son pequeñas. Las pérdidas totales por fricción, el tiempo de viaje de onda, y los efectos inerciales de la tubería equivalente deberían ser iguales a los de la tubería original. Estas características para la tubería equivalente teniendo  $n$  tuberías en serie pueden ser determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$A_e = \frac{L_e}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i}} \quad (44)$$

donde  $L_e$  = Longitud equivalente;  $L_i$  = Longitud del tubos  $i$ ;  $A_i$  = área seccional del tubo  $i$ .

$$a_e = \frac{L_e}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{a_i}} \quad (45)$$

donde  $L_e$  = Longitud equivalente;  $L_i$  = Longitud del tubos  $i$ ;  $a_i$  = velocidad de la onda para el tubo  $i$ .

$$f_e = \frac{D_e A_e^2}{L_e} \sum_{i=1}^n \frac{f_i L_i}{D_i A_i^2} \quad (46)$$

donde  $L_e$  = Longitud equivalente;  $D_e$  = Diámetro equivalente;  $A_e$  = Área equivalente;  $L_i$  = Longitud del tubos  $i$ ;  $f_i$  = factor de fricción para el tubo  $i$ ;  $D_i$  = Diámetro del tubo  $i$ ;  $A_i$  = Área del tubo  $i$ .

## **3.2 ESQUEMAS NUMÉRICOS**

Los modelos matemáticos juegan un papel importante en el diseño y optimización de los sistemas hidráulicos. Los resultados de las simulaciones son ampliamente usados para planear, diseñar y operar los diversos sistemas (Ji, 1998). Dichos modelos están desarrollados con técnicas numéricas o métodos computacionales tales como: el método de las características y los esquemas de diferencias finitas entre otros.

En el desarrollo del modelo numérico desarrollado en esta investigación, se utilizó el esquema de diferencias finitas de MacCormack para resolver las ecuaciones de Saint Venant para los nodos internos y se incorporó el método de las características para resolver las condiciones de frontera solamente. A continuación se presenta una breve descripción de este esquema numérico.

### **3.2.1 MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS**

El método de las características es uno de los métodos clásicos y usados ampliamente para flujo transitorio según el cual, el conjunto de las dos ecuaciones parciales de continuidad y dinámica, se transforman

en cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias que se resuelven por diferencias finitas. (Song et al., 1983; Chaudhry, 1987).

Multiplicando la ecuación 15 por un multiplicador desconocido y sumando ésta a la ecuación 30 se obtiene:

$$\left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (v + \lambda D) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial y}{\partial t} + \left( v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = g(S_o - S_f) \quad (47)$$

Ahora, definiendo el multiplicador desconocido  $\lambda$  de modo que

$$v + \lambda D = \frac{dx}{dt} = v + \frac{g}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \pm \sqrt{\frac{gB}{A}} \quad (48)$$

La celeridad de una onda gravitacional en un flujo a superficie libre es

$$c = \sqrt{\frac{gA}{B}} \quad (49)$$

Si se define  $\lambda_1 = g/c$ , reemplazando en la ecuación 47 se obtiene

$$\frac{dx}{dt} = v + c \quad (50)$$

Utilizando la expresión anterior, y expresiones para las derivadas totales de  $v$  y  $y$ , la ecuación 47 se puede escribir como

$$\frac{dv}{dt} + \frac{g}{c} \cdot \frac{dy}{dt} = g \cdot (S_o - S_f) \quad (51)$$



La ecuación anterior es válida sobre la línea característica positiva  $C^+$ .

De forma similar definiendo  $\lambda_2 = -g/c$ , se obtiene

$$\frac{dx}{dt} = v - c \quad (52)$$

Del mismo modo reemplazando en la ecuación 47 se obtiene

$$\frac{dv}{dt} - \frac{g}{c} \cdot \frac{dy}{dt} = g \cdot (S_0 - S_f) \quad (53)$$

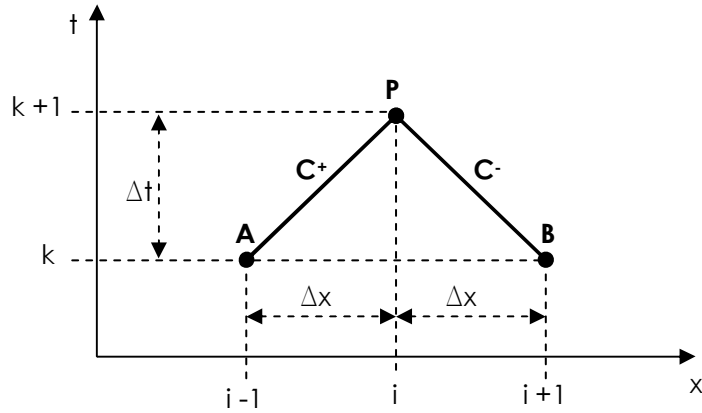
La ecuación anterior es válida sobre la línea característica negativa  $C^-$ .

Si las ecuaciones 51 y 53 se multiplican con un diferencial de tiempo  $dt$ , y se integran a lo largo de cada una de las curvas características se obtiene

$$v_P - v_A + \left( \frac{g}{c} \right)_A (y_P - y_A) = g \cdot (S_0 - S_F)_A \Delta t \quad (54)$$

y

$$v_P - v_B + \left( \frac{g}{c} \right)_B (y_P - y_B) = g \cdot (S_0 - S_F)_B \Delta t \quad (55)$$



**Figura 6. Notación para la línea característica positiva y negativa**

De acuerdo a la Figura 6, los valores de  $P$  y  $v$  en los puntos  $A$  y  $B$  son conocidos y se desea conocer los valores de las variables en el punto  $P$ . Los subscritos  $A$  y  $B$  indican el valor de la variable conocida al inicio del paso en el tiempo, y el subscrito  $P$  indicará la variable desconocida al final del paso en el tiempo. Si se agrupan términos, las ecuaciones 54 y 55 se pueden expresar de una forma más simplificada como se muestra a continuación

$$v_i^{k+1} = C_P - C_{\alpha_{i-1}} y_i^{k+1} \quad (56)$$

y

$$v_i^{k+1} = C_n + C_{\alpha_{i+1}} y_i^{k+1} \quad (57)$$

donde

$$C_P = v_{i-1}^k + C_{a_{i-1}} y_{i-1}^k + g \cdot (S_0 - S_f)_{i-1} \cdot \Delta t \quad (58)$$

$$C_n = v_{i+1}^k + C_{a_{i+1}} y_{i+1}^k + g \cdot (S_0 - S_f)_{i+1} \cdot \Delta t \quad (59)$$

$$C_a = \frac{g}{c} \quad (60)$$

La ecuación 56 es referida como la ecuación característica negativa (aguas arriba), y la ecuación 57 es la ecuación característica positiva (aguas abajo).

### 3.2.2 DIFERENCIAS FINITAS

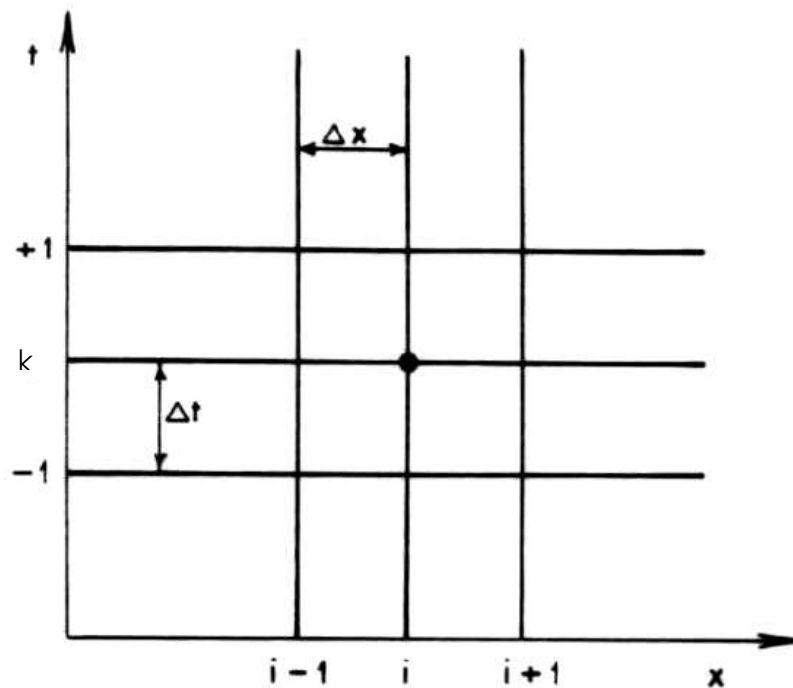
En flujo transitorio, la solución de las ecuaciones gobernantes se realiza mediante aproximación con técnicas numéricas o métodos computacionales, García (2004).

Existen dos tipos de esquemas numéricos de diferencias finitas: explícitos o implícitos. Los esquemas explícitos son simples y han sido usado ampliamente en la hidrodinámica computacional; sin embargo, requieren incrementos en el tiempo cortos y un mínimo de largo del tubo así como el criterio para estabilidad (Huber et al., 2000); esto limita la velocidad de cálculo de los modelos usando dichos esquemas.

Los esquemas implícitos son más sofisticados pero su formulación requiere más desarrollo e inversión de tiempo (Huber et al., 2000; Ji, 1998). Algunos autores tale como León (2008), consideran que este tipo de

esquemas no son adecuados para resolver flujos mixtos, puesto que a presencia de ondas gravitacionales superficiales e interfases de flujo mixto, hacen que el método implícito no sea adecuado ya que tendría que resolver diferentes matrices de ecuaciones cuando se generen o desaparezcan las ondas de choque.

La aproximación por diferencias finitas de las derivadas en el espacio y en el tiempo, es dada a continuación (Figura 7).



**Figura 7. Esquema de la malla para usado para el esquema de diferencias finitas**

### **3.2.2.1 ESQUEMA DE MACCORMACK**

Según Anderson, citado por García (2004), afirma que el esquema de MacCormack es un esquema explícito, de dos pasos predictor –

corrector, de segundo orden de exactitud ambos en el espacio y en el tiempo, y es capaz de capturar las ondas de choque sin necesidad de ajustes especiales para aislarla.

Para el paso predictor, una aproximación por diferencias finitas “hacia atrás” (*backward*) es usada para las derivadas en el espacio, y para el paso corrector se usa una aproximación “hacia adelante” (*forward*). Los valores de las variables determinadas durante el paso predictor son usadas en el paso corrector.

**Paso Predictor (Backward):** El símbolo \* se usa para referirse a la variable calculada durante la parte predictor

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^* - U_i^k}{\Delta t} \quad (61)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_i^k - F_{i-1}^k}{\Delta x} \quad \text{“Backward”} \quad (62)$$

Donde  $k$  representa el nivel de tiempo conocido,  $i$  representa el nodo espacial en estudio.

**Paso Corrector (Forward):** El símbolo \*\* se usa para referirse a la variable calculada durante el paso corrector.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{**} - U_i^k}{\Delta t} \quad (63)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1}^* - F_i^*}{\Delta x} \quad \text{"Forward"} \quad (64)$$

El valor de la variable  $U_i^{k+1}$  en el nivel del tiempo desconocido  $k+1$ , es dado por

$$U_i^{k+1} = \frac{1}{2} [U_i^* + U_i^{**}] \quad (65)$$

## **4 DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO**

En este capítulo se presenta el desarrollo del modelo numérico propuesto. Asimismo se presenta la discretización de las ecuaciones gobernantes usando el esquema numérico de MacCormack, y el desarrollo de las condiciones de frontera mediante el método de las características; métodos que fueron ampliados en el capítulo anterior.

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

En esta investigación se desarrolló un modelo de flujo mixto – superficie libre/presión – aprovechando la similitud existente entre las ecuaciones dinámicas que gobiernan el flujo no-permanente en canales, conocidas como las ecuaciones de Saint Venant, y las que gobiernan el flujo transitorio en conductos a presión las cuales fueron explicadas en el capítulo anterior.

Comparando las ecuaciones de continuidad y momentum para flujo en canales y flujo presurizado, se observó que ambas son del mismo

orden y poseen términos análogos; esta similitud fue una ventaja al momento de seleccionar el modelo matemático.

Para desarrollar el modelo propuesto se resolvieron las ecuaciones de Saint Venant (continuidad y momentum), utilizando el esquema numérico de MacCormack el cual fue descrito en la sección anterior. Las condiciones de frontera fueron tratadas usando el Método de las Características. A diferencia de otras investigaciones, en este caso se usó la ranura de Preissmann para usar un solo conjunto de ecuaciones sin importar si el flujo es libre o presurizado. Para evitar las inestabilidades numéricas durante el paso del flujo presurizado a superficie libre, se usó la transición propuesta por León (2007).

## **4.2 DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES GOBERNANTES MEDIANTE EL ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS DE MACCORMACK.**

Como se mencionó anteriormente, este esquema es de segundo orden de precisión en espacio y tiempo y utiliza dos pasos (predictor y corrector), para el cálculo de las variables. En el paso predictor se utilizaron diferencias finitas hacia atrás (backward) y en el paso corrector diferencias finitas hacia adelante (forward), pero usando los valores hallados en el paso predictor, según se explicó anteriormente.



Aplicando la definición del esquema de Maccormack (Ecuaciones 61 a 64), donde el símbolo (\*) se usa para referirse a la variable calculada durante el paso predictor, el símbolo (\*\*) para la variable calculada durante el paso corrector, la letra (k) representa el nivel de tiempo conocido, y la letra (i) representa el nodo espacial en estudio a las ecuaciones de continuidad (Ecuación 15), y de momentum (Ecuación 30), las aproximaciones obtenidas para las derivadas parciales en el espacio y el tiempo, de las ecuaciones gobernantes, son escritas como:

### **Paso Predictor (Backward)**

Ecuación de Continuidad

$$\frac{y_i^* - y_i^k}{\Delta t} + \frac{c^2}{g} \left( \frac{v_i^k - v_{i-1}^k}{\Delta x} \right) + v_i^k \left( \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{\Delta x} \right) = 0 \quad (66)$$

$$y_i^* = y_i^k - \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_i^k - v_{i-1}^k) - v_i^k \frac{\Delta t}{\Delta x} (y_i^k - y_{i-1}^k) \quad (67)$$

Ecuación de Momentum

$$\frac{v_i^* - v_i^k}{\Delta t} + g \left( \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{\Delta x} \right) + v_i^k \left( \frac{v_i^k - v_{i-1}^k}{\Delta x} \right) = g(S_0 - S_f) \quad (68)$$

$$v_i^* = v_i^k - g \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (y_i^k - y_{i-1}^k) - v_i^k \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_i^k - v_{i-1}^k) + g \Delta t (S_0 - S_f) \quad (69)$$

### **Paso Corrector (Foward)**

Ecuación de continuidad

$$\frac{y_i^{**} - y_i^k}{\Delta t} + \frac{c^2}{g} \left( \frac{v_{i+1}^* - v_i^*}{\Delta x} \right) + v_i^* \left( \frac{y_{i+1}^* - y_i^*}{\Delta x} \right) = 0 \quad (70)$$

$$y_i^{**} = y_i^k - \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_{i+1}^* - v_i^{**}) - v_i^* \frac{\Delta t}{\Delta x} (y_{i+1}^* - y_i^*) \quad (71)$$

Ecuación de Momentum

$$\frac{v_i^{**} - v_i^k}{\Delta t} + g \left( \frac{y_{i+1}^* - y_i^*}{\Delta x} \right) + v_i^* \left( \frac{v_{i+1}^* - v_i^*}{\Delta x} \right) = g(S_0 - S_f) \quad (72)$$

$$v_i^{**} = v_i^k - g \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^* - y_i^*) - v_i^* \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_{i+1}^* - v_i^*) + g(S_0 - S_f) \quad (73)$$

Los valores de  $v$  y  $y$ , en el nivel de tiempo desconocido  $k+1$ , se calculan usando la ecuación 65.

$$y_i^{k+1} = \frac{1}{2} [y_i^* + y_i^{**}] \quad (74)$$

$$v_i^{k+1} = \frac{1}{2} [v_i^{**} + v_i^*] \quad (75)$$

## **4.3 CONDICIONES DE FRONTERA DEFINIDAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS**

Para definir las condiciones de flujo en las fronteras del sistema, se requirió resolver, simultáneamente, las ecuaciones características con las condiciones impuestas por la frontera para cada paso temporal. Estas

condiciones son definidas mediante relaciones que permiten obtener la velocidad del fluido y la carga hidráulica o una relación entre ambas para la frontera.

La ecuación característica negativa (Ecuación 56) es usada para la frontera aguas arriba<sup>1</sup>, y la ecuación característica positiva (Ecuación 57) es usada para la frontera aguas abajo. Presumiendo que el conducto es dividido en  $n$  intervalos, una sección al final de la frontera aguas arriba puede ser numerada como sección 1, y una al final de la frontera aguas abajo del sistema como  $n + 1$ .

#### **4.3.1 FRONTERA AGUAS ARRIBA**

Según Chaudhry, (1987), en grandes volúmenes de agua en los cuales los cambios del nivel son pequeños durante el período de estudio, el nivel del agua se puede considerar constante. Esta presunción simplifica el análisis considerablemente y no introduce errores considerables en los resultados computacionales. En el modelo propuesto, el nivel en el tanque aguas arriba (HRES1), permaneció constante durante las condiciones de estado transitorio y el nivel de la

---

<sup>1</sup> El sistema de referencia es designado con respecto a la dirección de flujo inicial, sin importar que durante el estado transitorio pueda darse o no un revés en la dirección de flujo.

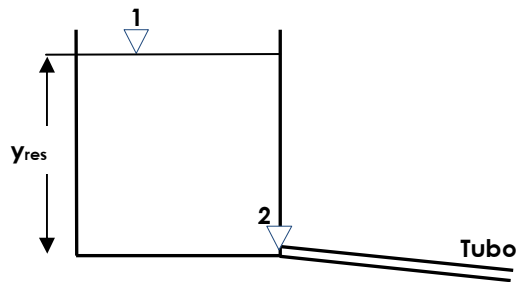
carga hidráulica siempre fue mayor que el diámetro del tubo, es decir, en la condición aguas arriba el tubo siempre se considera presurizado.

Las pérdidas a la entrada de un tanque están dadas por la ecuación:

$$h_E = \frac{k v_{P_{i,1}}^2}{2g} \quad (76)$$

donde  $k$ =coeficiente de pérdidas a la entrada del tubo;  
 $g$ =aceleración de la gravedad;  $v$ =velocidad de la tubería  $i$ , en la sección 1.

Realizando un balance de energía a la entrada del sistema entre los puntos 1 y 2, y considerando las pérdidas a la entrada del tanque se obtiene:



**Figura 8. Balance de energía para un tanque aguas arriba.**

$$y_{P_{i,1}} = h_{res} + \left(1+k\right) \frac{v_{P_{i,1}}^2}{2 \cdot g} \quad (77)$$

Donde  $y_{res}$  = altura del nivel de agua;  $h_{res}$  = carga hidráulica.

Resolviendo esta ecuación simultáneamente con la ecuación característica negativa (Ecuación 56), resulta en

$$k_1 v_{P_{i,1}}^2 + v_{P_{i,1}} - (C_n + C_a h_{res}) = 0 \quad (78)$$

La ecuación 78 es una ecuación cuadrática, donde  $k_1 = \frac{C_a(1+k)}{2g}$ .

Resolviendo la ecuación anterior, desechando el signo negativo del radical se obtiene:

$$v_{P_{i,1}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4k_1(C_{n_i} + C_{a_i} H_{res})}}{2k_1} \quad (79)$$

Una vez determinada la velocidad o el flujo volumétrico, es posible determinar la profundidad o la carga hidráulica para el punto en estudio, mediante la aplicación de la ecuación característica negativa (Ecuación 56).

Si las pérdidas a la entrada y la carga de velocidad son despreciables, el análisis de la condición de frontera se simplifica significativamente, y las variables pueden ser determinadas como:

$$y_{P_{i,1}} = h_{RES} \quad (80)$$

$$v_{P_{i,1}} = C_p - C_B y_p \quad (81)$$

En el modelo numérico propuesto, las pérdidas locales fueron despreciadas.

#### 4.3.2 FRONTERA AGUAS ABAJO

De igual manera, las pérdidas a la entrada del tanque de almacenamiento están dadas por la ecuación.

$$h_E = \frac{kv_{P_{i,n+1}}^2}{2 \cdot g} \quad (82)$$

donde  $k$ =coeficiente de pérdidas a la salida del tubo;  $v$ =velocidad de la tubería  $i$ , en la sección  $n+1$ ;  $g$ =aceleración de la gravedad.

Del mismo modo que en el caso anterior, realizando un balance de energía a la salida del sistema, el resultado obtenido es

$$y_{P_{i,n+1}} = h_{res2} - \left(1-k\right) \frac{v_{P_{i,n+1}}^2}{2 \cdot g} \quad (83)$$

La ecuación anterior especifica las condiciones impuestas por la frontera del tanque de almacenamiento.

Resolviendo esta ecuación simultáneamente con la ecuación característica positiva (ecuación 57), resulta en

$$K_1 v_{P_{i,n+1}}^2 - v_{P_{i,n+1}} + (C_P - C_a h_{res}) = 0 \quad (84)$$

La ecuación anterior es una ecuación cuadrática, donde  $k_1 = \frac{C_a(1-k)}{2g}$ . Resolviendo la ecuación anterior, desechando el signo positivo del radical se obtiene:

$$v_{p,i,n+1} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4K_1(C_p - C_a h_{res2})}}{2K_1} \quad (85)$$

Una vez determinada la velocidad o el flujo volumétrico, es posible determinar la presión o la carga hidráulica para el punto en estudio, mediante la aplicación de la ecuación característica positiva.

Si las pérdidas a la entrada y la carga de velocidad son despreciables, el análisis de la condición de frontera se simplifica significativamente, y las variables pueden ser determinadas como

$$y_{i,n+1} = h_{RES2} \quad (86)$$

$$v_{p,i,n+1} = C_n + C_B y_p \quad (87)$$

Para el caso de las fronteras aguas abajo se consideraron 2 casos:

- (a) Nivel del embalse aguas abajo constante en estado permanente y
- (b) Nivel aguas abajo variable. En el modelo numérico propuesto, las pérdidas locales fueron despreciadas.

## **5 DESARROLLO DEL MODELO FÍSICO**

### **5.1 INTRODUCCIÓN**

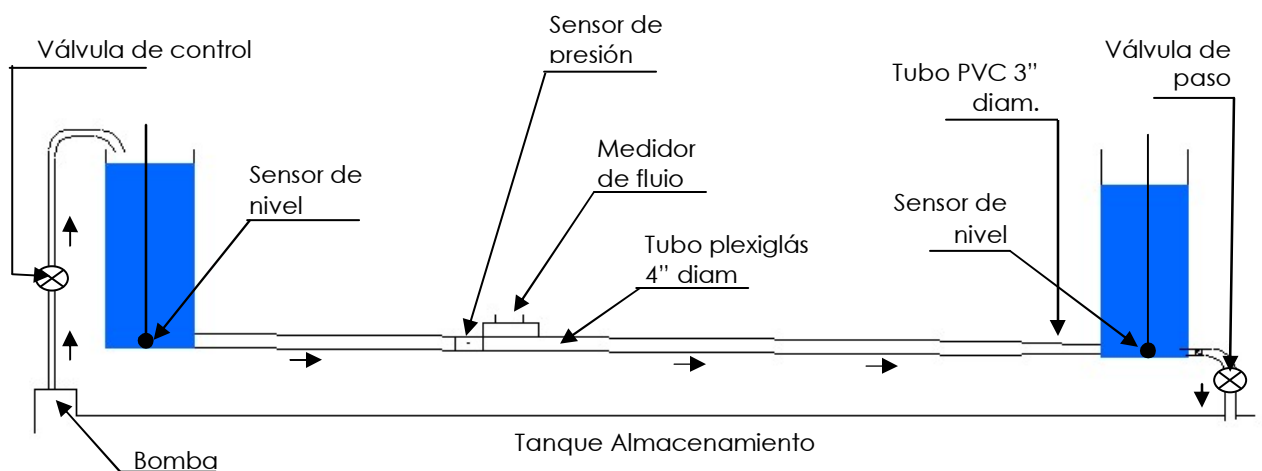
En la literatura consultada no se encontraron datos experimentales que describieran un transiente suave en un tubo. Los trabajos experimentales encontrados son desarrollados para transientes de presión fuertes incluyendo, en algunos casos, la incorporación de aire a la tubería. El montaje experimental que se describe a continuación fue usado para comparar el modelo numérico propuesto en esta investigación.

En este capítulo se describe el equipo experimental usado, incluyendo tubería y sistema de adquisición de datos. Igualmente, se presenta una descripción de la forma como se calibran los equipos y el procedimiento para la adquisición de los datos experimentales



## 5.2 DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO EXPERIMENTAL.

El modelo físico fue construido en el Laboratorio de Experimentación de Mecánica de Fluidos del Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico. El modelo físico consiste en un sistema de dos tanques cilíndricos cada uno con una longitud de 1.61m, 0.63 m de diámetro, y un volumen 0.5 m<sup>3</sup> (132 Gal.) conectados entre sí mediante dos tubos en serie montado sobre una viga basculante a 2.5 m del suelo; el primer tubo es de plexiglás de 0.1016 m (4'') de diámetro interno, 6 mm de espesor y una longitud de 5.96 m. El segundo es un tubo de PVC de 0.0762 m (3'') de diámetro interno, 5 mm de espesor y 0.56 m de longitud, (Figura 9).



**Figura 9. Diagrama general del modelo físico.**

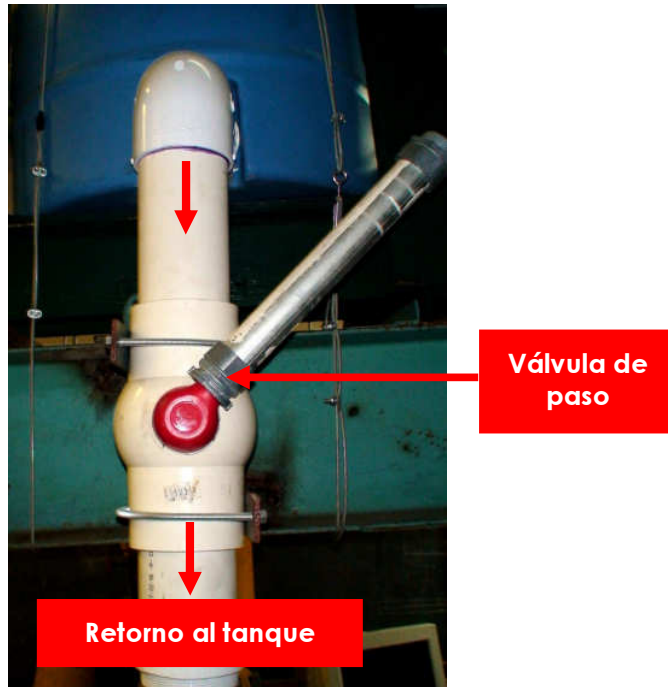
Antes de calibrar los sensores, se hicieron algunos ajustes en el modelo tales como instalación de un dissipador de la descarga de agua en el tanque aguas arriba para evitar la incorporación excesiva de burbujas de aire en el tubo; ajuste de las uniones de los tubos para evitar goteos, y la fijación de uno tubo de PVC de  $\frac{3}{4}$  "de diámetro en cada uno de los tanques con el fin de contener los transductores de nivel en posición vertical según la recomendación del fabricante.

El suministro de agua al sistema se realizó mediante una bomba la cual elevaba el agua del tanque de almacenamiento hasta el tanque 1 o tanque aguas arriba. A la salida de la bomba se encuentra una válvula la cual regula el flujo de agua en el sistema. (Figura 10)



**Figura 10. Bomba y válvula controladora de flujo en el sistema.**

A la salida del tanque aguas abajo (tanque 2) o final del sistema se encuentra una válvula de paso (Figura 11) la cual también regulaba el flujo volumétrico y el nivel del agua en los tanques.



**Figura 11. Válvula de paso colocada a la salida del tanque 2 o aguas abajo.**

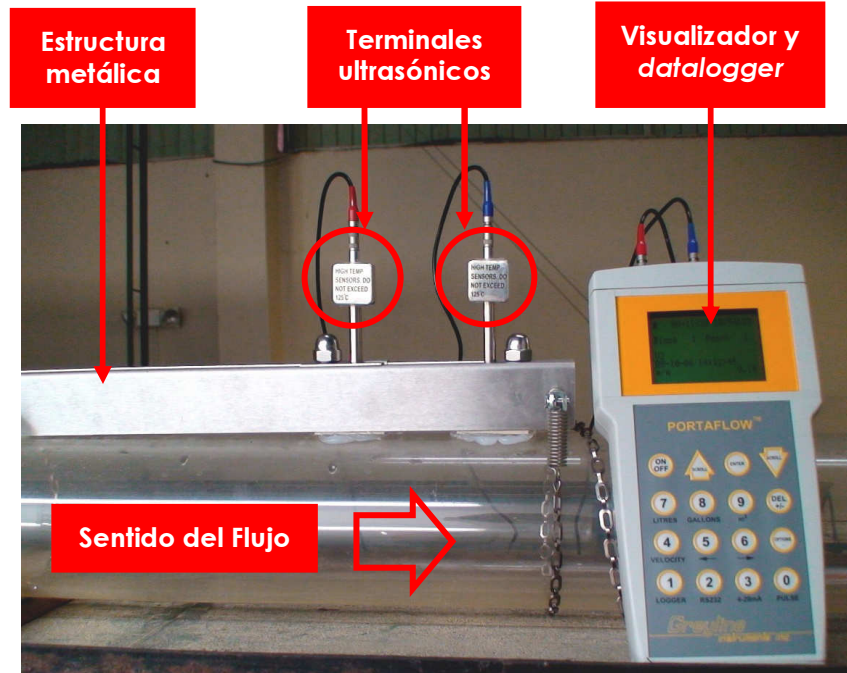
### **5.2.1 MEDIDOR DE FLUJO PORTAFLOW SE™ DE GREYLINE INSTRUMENTS INC**

Para medir el flujo volumétrico a través del sistema, se instaló a 2.20 m del tanque 1 o tanque aguas arriba un medidor de flujo Portaflow SE™ de Greyline Instruments Inc. Este equipo ultrasónico (no invasivo) puede medir la velocidad del fluido en m/s o ft/s o flujo volumétrico en diversas unidades ( $\text{m}^3/\text{h}$ ,  $\text{m}^3/\text{s}$ ,  $\text{ft}^3/\text{s}$ , l/min., gpm, etc.) o. El sensor consta de dos

partes: una estructura metálica en el cual se colocan los terminales ultrasónicos sobre el tubo y un receptor y visualizador de señales el cual tiene un *datalogger* incorporado.

Este tipo de sensores presentan una gran ventaja respecto a la versatilidad y portabilidad, fácil manejo y una rápida adquisición de datos por cualquier computadora que tenga *híper-terminal* de Windows. Respecto a las desventajas se pueden mencionar la poca duración de la batería para el *datalogger* y el costo del equipo.

En la Figura 12 se muestra el medidor de flujo Portaflow SE de Greyline Instruments Inc.

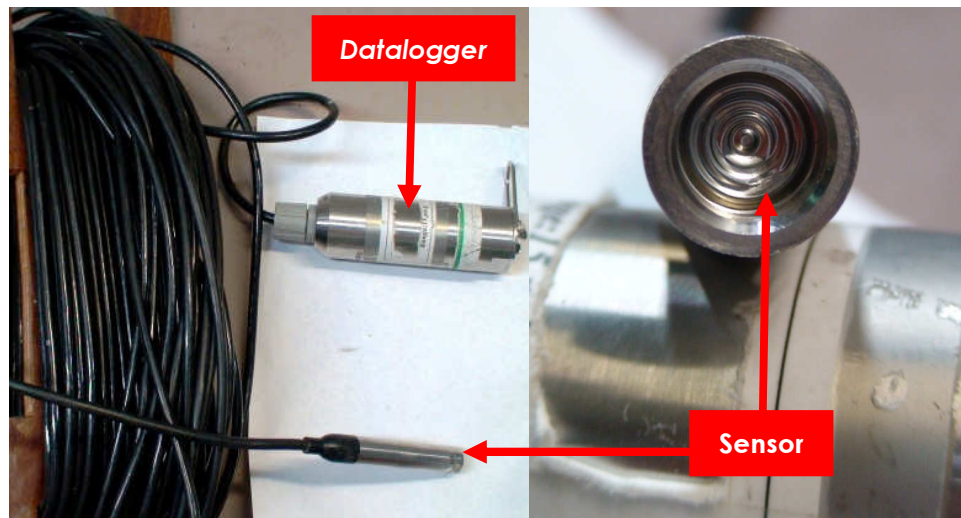


**Figura 12. Medidor de flujo Portaflow SE™ de Greyline Instruments Inc.**

### 5.2.2 TRANSDUCTORES DE NIVEL PR-31 DE TELOG INSTRUMENTS INC.

Para registrar y adquirir el cambio en el nivel de agua en los tanques o condiciones de frontera para el modelo numérico, se instalaron dos sensores de nivel Telog PR-31 de Telog Instruments Inc, de rango 0 – 15 gpsi (0 - 10.5 m columna de agua). Los transductores se componen de un *datalogger* con batería incorporada y un sensor de nivel el cual permite adquirir datos de forma continua, por lo cual es posible realizar el análisis de datos bajo condiciones transitorias.

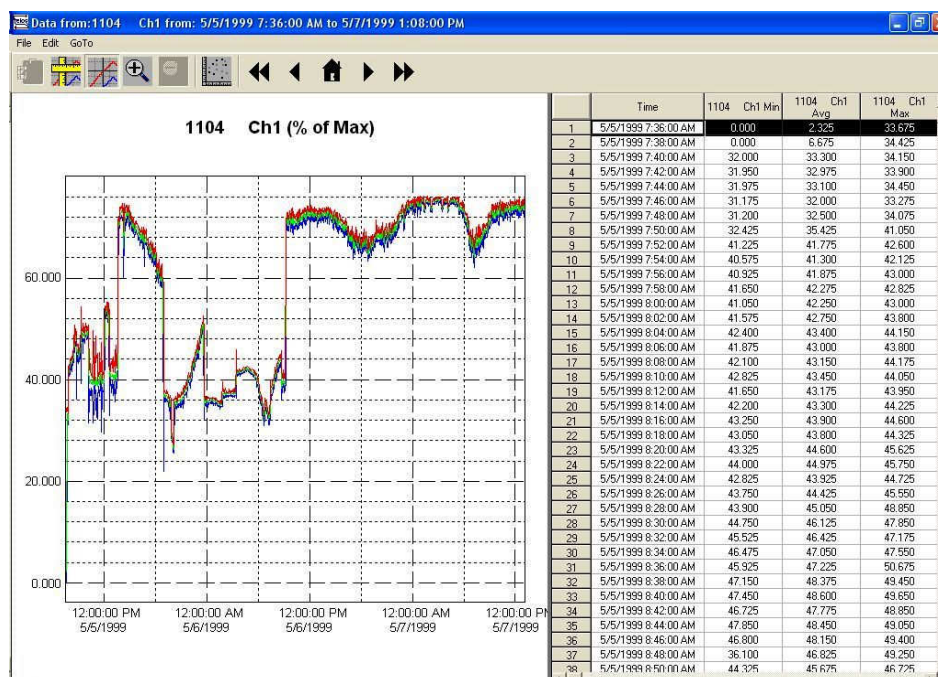
Este tipo de sensores son versátiles y fáciles de manejar. Presentan múltiples ventajas: batería larga duración (aproximadamente de 5-6 años) y la descarga de datos de manera fácil y rápida. En la Figura 13 se muestra el *datalogger* y el sensor del Telog PR-31.



**Figura 13. Sensor de nivel Telog PR-31 de Telog Instruments Inc.**

Para la adquisición y visualización de los datos almacenados en el *datalogger* se usó el Telogers™ para Windows versión 3.4.7 de Telog Instruments Inc. Este programa permite la visualización de la o las series de datos almacenados (o en tiempo real), además de programar el *datalogger* y calibrar el sensor a diferentes frecuencias de muestreo y adquisición; la frecuencia de muestreo y de adquisición en el *datalogger* depende del tipo de uso que se le vaya a dar al sensor, pudiendo ser de segundos, minutos, o días; la frecuencia mínima de muestreo y adquisición es de 1 dato por segundo (1 Hz).

El programa almacena los datos adquiridos bajo un archivo .tdf (*telog data file*), asimismo permite la exportación del archivo como un archivo de texto (.txt), el cual puede ser leído por Excel. En la Figura 14 se muestra la ventana gráfica del programa Telogers™ para Windows versión 3.4.7.

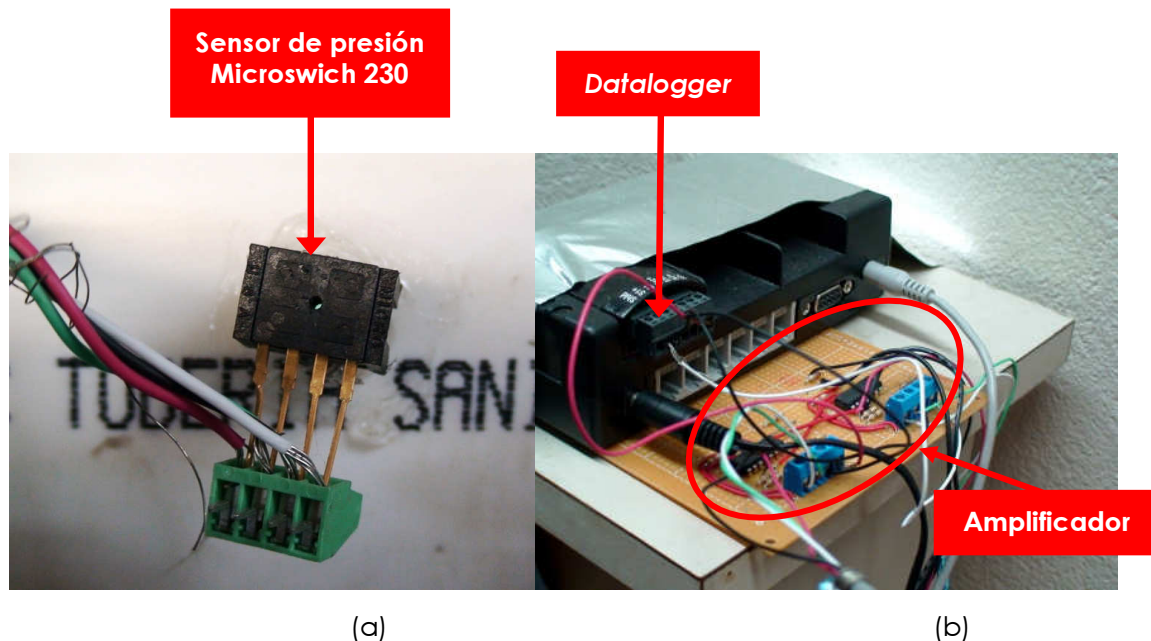


**Figura 14. Gráfica de la serie de datos en el tiempo usando el Telogers™ for Windows 3.4.7**

## 5.2.3 TRANSDUCTORES DE PRESIÓN

Para registrar los cambios de la carga hidráulica se instaló, a 2 m del tanque aguas arriba, un transductor de presión Microswich 230 (Figura 15a) el cual estaba ubicado a 0.05 m de la base del tubo. La adquisición de los valores de carga hidráulica en el tubo fue realizada por el *datalogger* HOB0 de Onset Computer Corp. (Figura 15b). Este tipo de sensores tienen una ventaja respecto a su costo (en comparación con otros *dataloggers*) y la fácil exportación de los datos y como desventaja: la adecuación de la señal para ser llevada al *datalogger*.





**Figura 15. Transductor de presión Microswitch 230 y datalogger HOBO de Onset Computer Corp.**

A dicho *datalogger* se le instaló un amplificador de señales análogas con el fin de amplificar la señal y lograr los valores mínimos de voltaje requeridos por el *datalogger* para su correcto funcionamiento. Posteriormente, la señal fue transformada de señal análoga a digital mediante el programa HoBOware® Pro de Onset Computer Corp para su visualización y análisis.

El programa HoBOware® Pro de Onset Computer Corp. permite visualizar, y adquirir la serie de datos almacenada (o en tiempo real) del *datalogger*; además sirve de interfase para programar el *datalogger* y calibrar el sensor a diferentes frecuencias. La frecuencia mínima de muestreo para este sensor es de 1 dato cada 0.5 s (2 Hz), y la frecuencia



mínima de adquisición es de 1 dato cada segundo (1 Hz); el fabricante recomienda que la frecuencia de muestreo sea mayor a la frecuencia de adquisición. El programa almacena los datos en un archivo .dtf Onset database, pero permite la opción de exportarlo como un archivo de Excel .csv (comma separated value en inglés). En la Figura 16 se muestra la ventana gráfica del programa HoBOware® Pro de Onset Computer Corp.

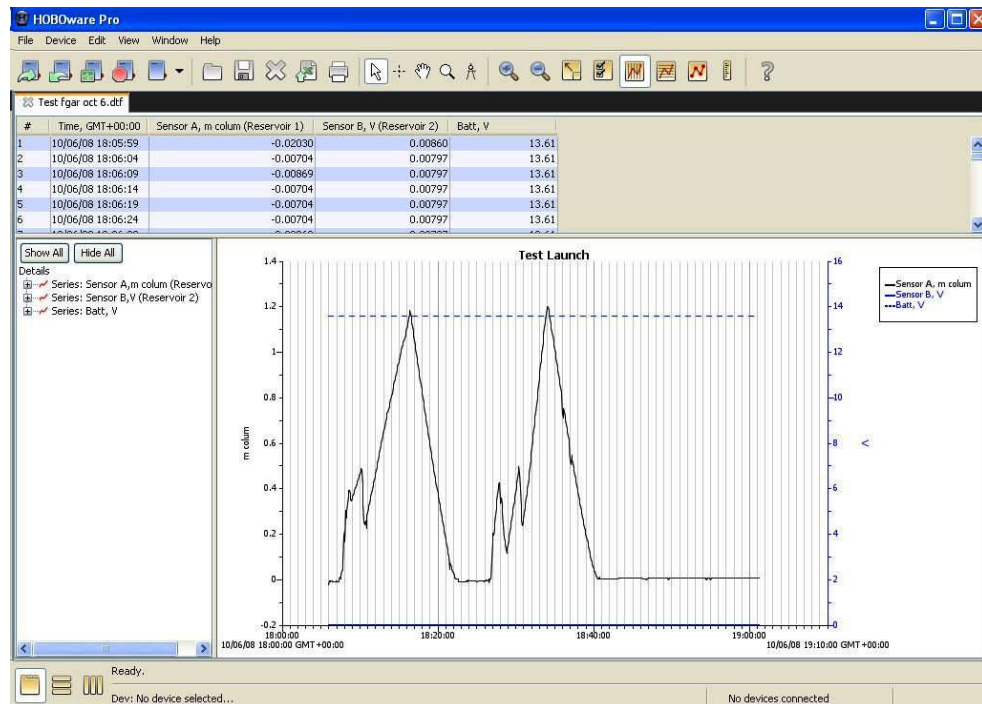


Figura 16. Gráfica generada por el HoBOware® Pro de Onset Computer Corp.

### **5.3 CALIBRACIÓN DEL MODELO FÍSICO**

Antes de proceder a la ejecución de las pruebas experimentales, fue necesario calibrar el modelo físico. Primero se calibró el medidor de flujo, el sensor de nivel y presión mencionados anteriormente. Posteriormente se calibró la válvula de paso para poder así, ejecutar las pruebas experimentales. A continuación se detalla la calibración de cada uno de los equipos

#### **5.3.1 CALIBRACIÓN DE LOS MEDIDORES DE FLUJO PORTAFLOW SE™ DE GREYLINE INSTRUMENTS INC**

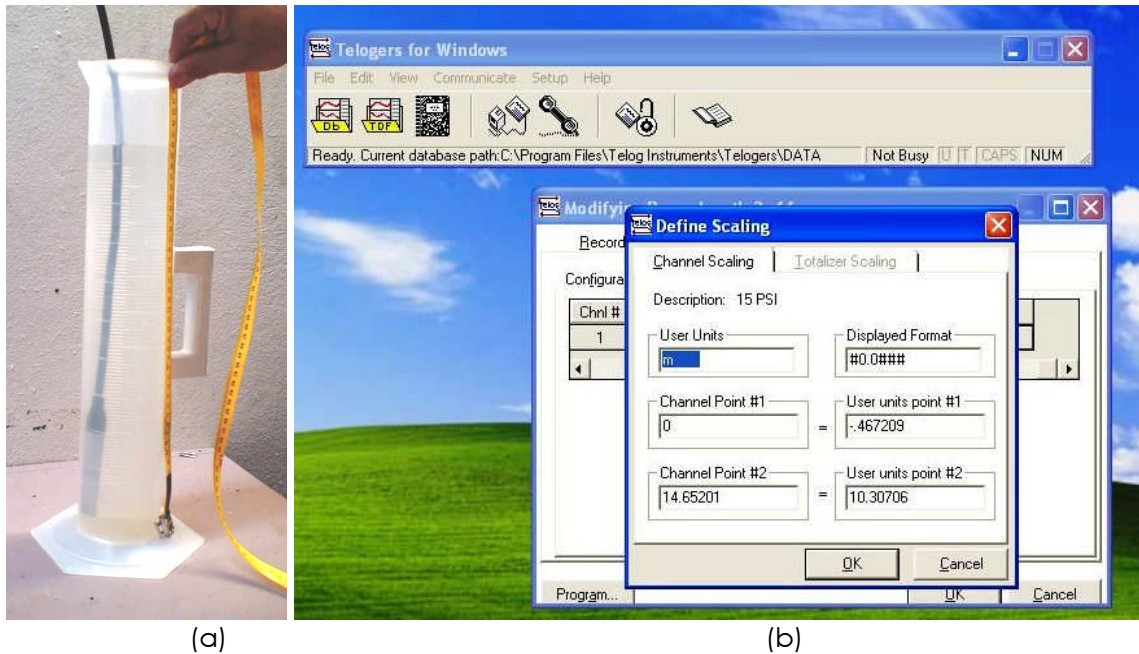
La calibración del medidor de flujo se hace a través del menú del sistema ingresándole datos tales como diámetro del tubo, espesor de la pared, espesor del recubrimiento, material del tubo, y temperatura del agua. El equipo calcula el método de medición (reflex o diagonal) y la separación óptima de los terminales. Los datos pueden ser visualizados o visualizados y almacenados en el datalogger para, posteriormente ser adquiridos por el computador a través del hiper-terminal de Windows y así generar un archivo .txt el cual puede ser leído por Excel. En la Figura 17 se muestra la pantalla para el ingreso de variables del Portafloflow SE™ para la medición del flujo.



Figura 17. Pantalla para el ingreso de variables para la medición de flujo con el Portaflow SE™ de Greyline Instruments Inc.

### 5.3.2 CALIBRACIÓN DE LOS TRANSDUCTORES DE NIVEL PR-31 DE TELOG INSTRUMENTS INC

La calibración de los transductores de nivel PR-31 se hizo bajo condiciones estáticas; para ello, se usó una probeta plástica de 2 L (Figura 18a) a la cual se le vertió agua hasta un nivel conocido y, a través del programa (Figura 18b), se fueron ajustando los valores hasta lograr el valor del nivel de referencia medido en la probeta donde el cero fue la presión atmosférica.



**Figura 18. (a) Probeta plástica y programa Telogers para Windows (b) para la calibración del sensor de nivel.**

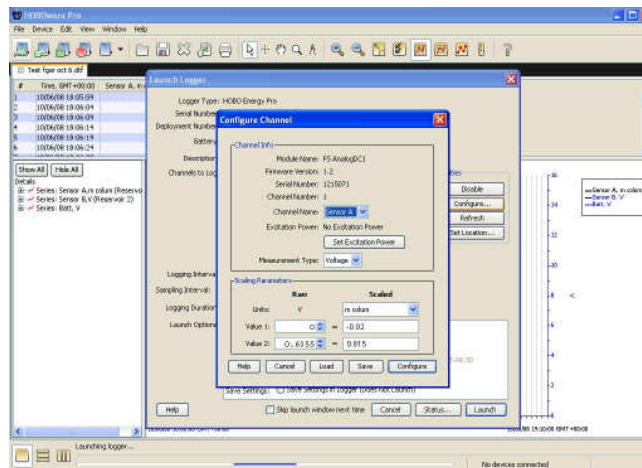
### 5.3.3 CALIBRACIÓN DEL TRANSDUCTOR DE PRESIÓN.

Para la calibración del sensor de presión se usaron los transductores de nivel anteriormente calibrados. Para ello, se puso en funcionamiento la bomba y se cerró completamente la válvula de paso aguas abajo para permitir que los tanques acumularan agua. Posteriormente se programaron e instalaron, en la parte superior de los tanques, los transductores de nivel. Se cerró la válvula reguladora de flujo de la bomba y se apagó el motor.

En estas condiciones se dejó que el modelo físico se estabilizara y los transductores de nivel adquirieran datos. En el HoBoware® Pro se registraron los valores del voltaje cada cierto periodo para esta condición

de no flujo. Posteriormente, se abrió la válvula de paso aguas abajo hasta reducir el nivel de los tanques hasta la mitad del nivel anterior y se cerró nuevamente para que los transductores de nivel adquieran datos bajo esta nueva condición. Como se hizo en la condición anterior, cada cierto intervalo de tiempo se registraron los valores de voltaje dados por el HoBeware® Pro para esta nueva condición de no flujo.

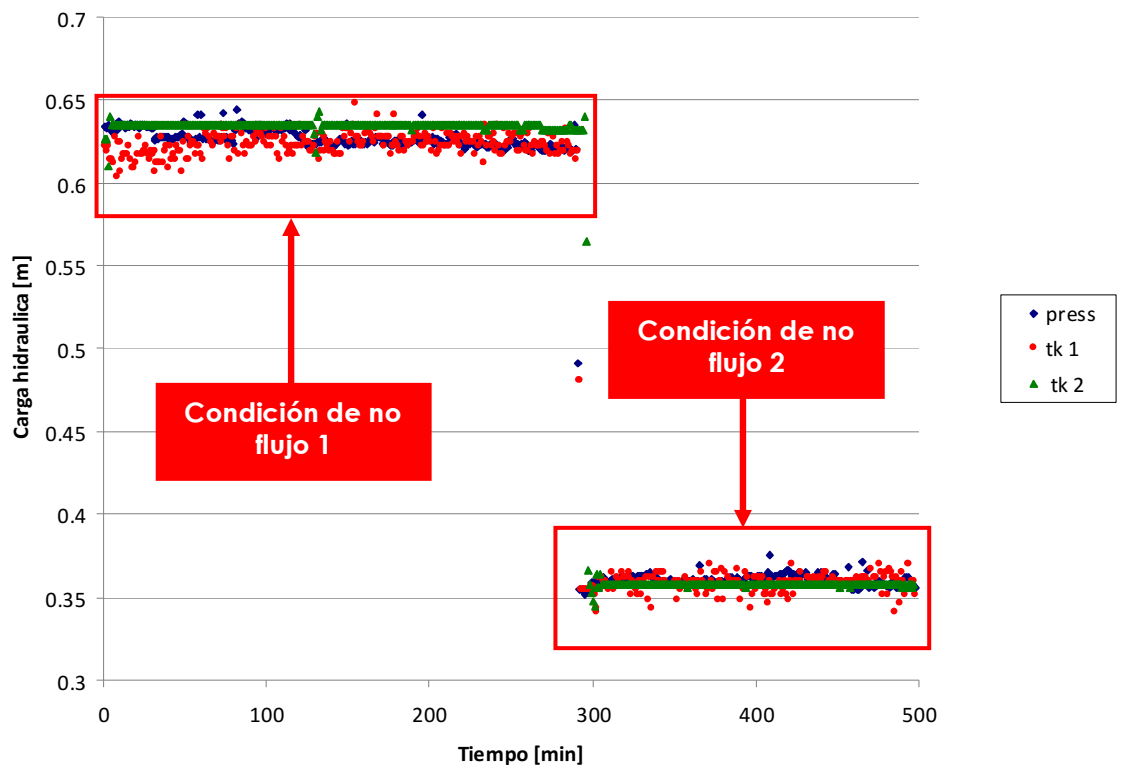
Con los valores de voltaje y nivel medidos en ambas situaciones y ayudados con valores preliminares anteriormente adquiridos, se hizo la “curva de calibración” del instrumento la cual fue incorporada al modelo mediante el programa del sensor tal y como se muestra en la siguiente Figura.



**Figura 19. Pantalla para la entrada de datos para la calibración del transductor de presión.**

Posteriormente se hizo una prueba de verificación del transductor de presión siguiendo los pasos anteriormente mencionados. Para la primera parte de la prueba se dejaron los sensores de nivel registrando

aproximadamente 300 minutos (5 horas) y para la segunda parte de la prueba se dejaron registrando por 200 minutos. La Figura 20 muestra el comportamiento de la carga hidráulica de los tanques aguas arriba (tk 1) y abajo (tk 2) en comparación con el transductor de presión (press).



**Figura 20. Carga hidráulica para el sensor de presión así como los transductores de nivel aguas arriba y aguas abajo en dos condiciones de no flujo.**

La condición de no flujo garantiza que la carga hidráulica para los tres sensores sea semejante tal y como se puede apreciar en la Figura 20. Teniendo en cuenta que la sensibilidad de los sensores de nivel es de  $\pm 0.0254$  m, las oscilaciones presentadas en la calibración del sensor de presión estaban dentro de ese rango por lo que se puede deducir que la

calibración del transductor de presión fue adecuada ya que predijo la carga hidráulica, para las dos condiciones de no flujo, con buena aproximación.

## **5.4 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL**

Una vez calibrados los transductores que se iban a utilizar en la prueba se procedió a calibrar la válvula de paso del tanque aguas abajo (Figura 11). Recordando que el modelo numérico propuesto en esta investigación funciona solamente para algunos casos de transiente suave, se calibró la válvula de paso del tanque aguas abajo de manera que la despresurizada del tubo se hiciera lentamente.

Para la calibración de la válvula se hicieron varias pruebas preliminares de vaciado del sistema en las cuales se notó que, a ciertas aberturas de la válvula, el medidor de flujo registraba valores de flujo volumétrico de manera intermitente debido a la falta de señal en los terminales ultrasónicos y, para otras aberturas, los terminales no registraban ningún valor de flujo. Por tal razón, la válvula fue ajustada de tal forma que su mínima abertura permitiera una lectura constante de flujo volumétrico durante la ejecución de las pruebas.

Para la ejecución de las pruebas experimentales se procedió de la siguiente manera:

1. Se programaron dos transductores de nivel mediante el uso del programa Telogers para Windows versión 3.4.7 a una frecuencia de muestreo de 1 dato/segundo (1 Hz) y frecuencia de adquisición en el datalogger de 1 dato/ 5 segundos (0.2 Hz). Un transductor de nivel fue colocado en la parte superior del tanque aguas arriba y el otro fue colocado en la parte superior del tanque aguas abajo respectivamente con el sensor en posición vertical y tocando el fondo del tanque.

2. Usando el programa HoBeware Pro® se programó el transductor de presión a una frecuencia de muestreo de 1 dato/segundo (1 Hz) y frecuencia de adquisición en el datalogger de 1 dato/ 5 segundos (0.2 Hz).

3. Se puso en marcha la bomba del sistema, se abrió la válvula de control de la bomba (Figura 10), y se esperó a que los tanques comenzaran acumular agua.

4. Una vez el nivel del agua en el tanque aguas arriba estaba por encima de 0.5 m se abrió la válvula de paso del tanque aguas abajo con el fin de "purgar" el tubo y permitir que el aire atrapado saliera. Una vez el tubo se encontraba purgado se procedió a fijar la válvula de paso del tanque aguas abajo en la posición previamente determinada.



5. En el medidor de flujo se sincronizó el reloj interno del medidor. Posteriormente, usando el menú del sistema, se cargaron datos tales como diámetro externo del tubo, espesor de la pared, material del tubo, recubrimiento del tubo, tipo de fluido y temperatura<sup>2</sup> del mismo. El sensor calculó automáticamente la separación de los terminales ultrasónicos y el método de medición del flujo (réflex); y comenzó hacer las lecturas de flujo volumétrico.

6. Se comenzó a cerrar lentamente la válvula reguladora de flujo de la bomba con el fin de lograr el estado permanente del sistema. El estado permanente se logró cuando los cambios en el transductor de presión eran menores a 0.005 m (5 mm) en un tiempo mayor a 20 minutos. Esto se hacía con el fin de disipar las ondas de presión presentes en el tubo y así lograr mayor precisión de las lecturas.

7. Cuando se lograba el estado permanente del sistema, se activó el *datalogger* del medidor de flujo. Este *datalogger* se programó con su frecuencia mínima de muestreo y adquisición en 1 dato/ 5 segundos (0.2 Hz).

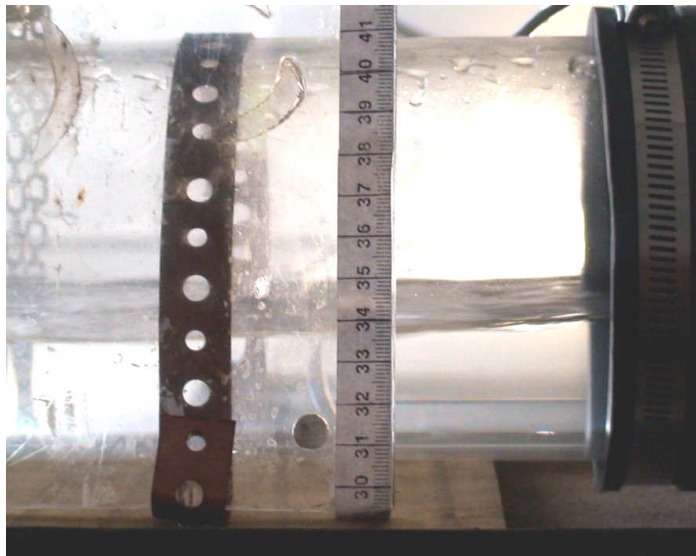
8. Debido a que el transductor de presión opera solo en condiciones presurizadas, se instaló a 2.10 m del tanque aguas arriba del sistema una videograbadora SONY Handycam™ HDR-SR5 con el fin de registrar la

---

<sup>2</sup> La temperatura del fluido fue determinada con un termómetro de bulbo en el tanque de almacenamiento. Se tomaron 3 mediciones antes de comenzar la prueba y se promedió la temperatura obtenida. Dicho valor fue cargado en el medidor de flujo.

profundidad cuando el tubo se despresurizara y se comportara como un canal (flujo libre); para ello, se instaló una cinta métrica en una lámina de acrílico y se pegó al tubo de plexiglás para así conocer el valor de la profundidad del agua.

En la Figura 21 se muestra el sistema de medición desarrollado para la videocámara.



**Figura 21. Sistema de medición para determinar el valor de la profundidad del agua.**

9. Una vez se tenía el estado permanente del sistema, los equipos y transductores funcionando, se procedió a cerrar rápidamente la válvula reguladora de flujo de la bomba y se apagó la bomba del sistema. El sistema se comenzaba a despresurizar lentamente hasta que pasaba a flujo libre. El video se activaba en el momento que la burbuja de aire o el "frente de despresurización" pasaba por el medidor de flujo y éste no

registrara señal y se detenía en el momento que el tubo o canal, en este caso, se vaciara completamente.

10. Luego de vaciado el tubo, se bajaban los transductores de nivel de los tanques y mediante el programa Telogers para Windows se adquirieron los datos del *datalogger* y se exportaron en un formato de texto (.txt). Así mismo se adquirieron los datos del transductor de presión mediante el HoBeware Pro™ los cuales fueron exportados en un archivo de Excel (.csv). Posteriormente se adquirieron los datos del medidor de flujo a través del *hiper-terminal* de Windows.

11. Una vez tenidos los archivos de los diversos transductores se unificaron en una hoja de cálculo de Excel. Debido a que los relojes de los transductores fueron sincronizados con el reloj de la computadora usada en el modelo físico, se usó este criterio como criterio de unificación (hora-minutos).

12. Cuando el tubo se encontraba en condiciones de flujo libre, se analizó el video usando el programa *Picture Motion Browser* versión 2.1.00 y se registraron los datos de profundidad en la serie de tiempo. Estos datos fueron anexados a la hoja de cálculo unificada de Excel reemplazando los valores de presión desde el punto donde la carga hidráulica o profundidad fuera igual al diámetro del tubo. Debido a que los transductores de nivel y presión y el medidor de flujo estaban

programados para adquirir datos a una frecuencia de 0.2 Hz. los datos de profundidad también fueron adquiridos con la misma frecuencia de los transductores con el fin de tener las mismas series de tiempo en el momento del análisis de los datos.

En el Apéndice A se muestran las variables medidas unificadas en la hoja de cálculo.

## **6 RESULTADOS**

### **6.1 INTRODUCCIÓN**

En la primera parte de este capítulo, se hace una descripción de los resultados obtenidos con el modelo propuesto. Recordando que dicho modelo resuelve las ecuaciones de Saint Venant mediante el esquema numérico de MacCormack para las secciones internas del tubo y las condiciones de frontera fueron resueltas usando el Método de las Características.

Inicialmente con el modelo numérico propuesto se simuló un tubo en condiciones presurizadas y posteriormente se modelaron dos casos de flujo mixto.

En condiciones presurizadas, el modelo numérico propuesto fue comparado con dos esquemas que resolvían las ecuaciones de flujo presurizado descritas en el capítulo 3. Estos esquemas numéricos fueron: el Método de las Características para todas las secciones del tubo, y el esquema de diferencias finitas de MacCormack para las secciones interiores del tubo con el Método de las Características para las condiciones de frontera solamente.

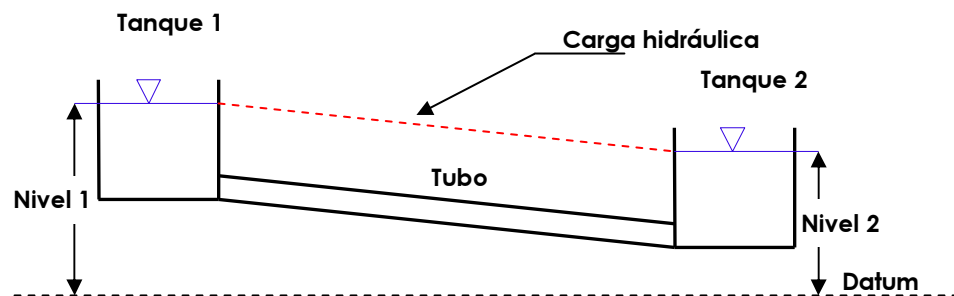
El modelo propuesto fue probado para casos donde el conducto estuvo presurizado aguas arriba y con tanques de nivel constante o variable aguas abajo.

Posteriormente se simularon dos casos de flujo mixto con el modelo numérico propuesto. Estos casos fueron: despresurización lenta del tubo y despresurización y presurización del tubo.

## 6.2 RESULTADOS NUMÉRICOS

### 6.2.1 MODELO NUMÉRICO PROPUESTO APLICADO A UN TUBO PRESURIZADO BAJO CONDICIÓN PERMANENTE UNIFORME.

En esta primera etapa se corrió el modelo numérico en estado permanente uniforme y condiciones presurizadas<sup>3</sup> incorporando la ranura de Preissmann en la corona del tubo. El esquema de la configuración del modelo se presenta en la Figura 22.



**Figura 22. Esquema teórico del modelo.**

<sup>3</sup> Condiciones presurizadas se refiere a que el nivel del agua está por encima de la corona del tubo.

Para este caso, el tubo siempre se consideró presurizado y los tanques aguas arriba y aguas abajo (condiciones de frontera), fueron tratadas como tanques de nivel constante. En la Tabla 1 se muestran las condiciones iniciales en las cuales fue hecha la simulación:

**Tabla 1. Condiciones iniciales para el modelo en estado permanente uniforme y condiciones presurizadas.**

<i>Diámetro del túnel</i>	3.3 m
<i>Longitud del tubo</i>	11500 m
<i>Factor de fricción</i>	0.02
<i>Pendiente del canal (<math>S_0</math>)</i>	0.001
<i>Velocidad de la onda</i>	915 m/s
<i>Aceleración de la gravedad</i>	9.8 m/s <sup>2</sup>
<i>Nivel tanque 1</i>	64 m
<i>Nivel tanque 2<sup>4</sup></i>	10 m
<i>Caudal inicial<sup>5</sup></i>	33.329 m <sup>3</sup> /s
<i>Número de segmentos</i>	4
<i>Tiempo de cómputo</i>	3000 s

Como se mencionó anteriormente, el ancho de la ranura debe ser aquel para el cual la velocidad de la onda gravitacional,  $c$ , sea igual a la velocidad de la onda de presión,  $a$ .

$$c = \sqrt{g \frac{A_{\text{tubo}}}{B_{\text{ranura}}}} = a \quad (88)$$

Para esta parte de la simulación, se usó el ancho de ranura,  $B_{\text{ranura}}$ , reportado por Yen y Akan, citado por Mays (1999), y León et al. (2007).

$$B_s = \frac{g A_f}{a^2} = \frac{\pi g D^2}{4 a^2} \quad (89)$$

<sup>4</sup> Para considerarse presurizado, debe cumplir la condición  $y > D$

<sup>5</sup> Este caudal se determinó mediante la ecuación de energía entre ambos reservorios.

Debido a que en las ecuaciones de Saint Venant, son ecuaciones aplicadas generalmente a canales abiertos, para determinar la pérdida de energía se usó la ecuación de Manning. Aunque físicamente el tubo se comporta como un tubo presurizado, y para este tipo de casos es común usar el factor de fricción de Darcy, se relacionó el factor de fricción de Darcy y el coeficiente de Manning para incorporarlo al término de la pendiente de la línea de energía ( $S_f$ ).

La pendiente de la línea de energía ( $S_f$ ) para canales abiertos usando la ecuación de Manning se puede definir como:

$$S_f = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} \quad (90)$$

donde  $n$ =coeficiente de Manning,  $v$ =velocidad del fluido,  $R$ =radio hidráulico.

El gradiente hidráulico para un tubo presurizado se define como:

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{f v^2}{2gD} \quad (91)$$

donde  $f$ =factor de fricción de Darcy,  $v$ =velocidad del fluido,  $D$ =diámetro del tubo,  $g$ =aceleración de la gravedad.

Igualando las Ecuaciones 85 y 86 se obtiene

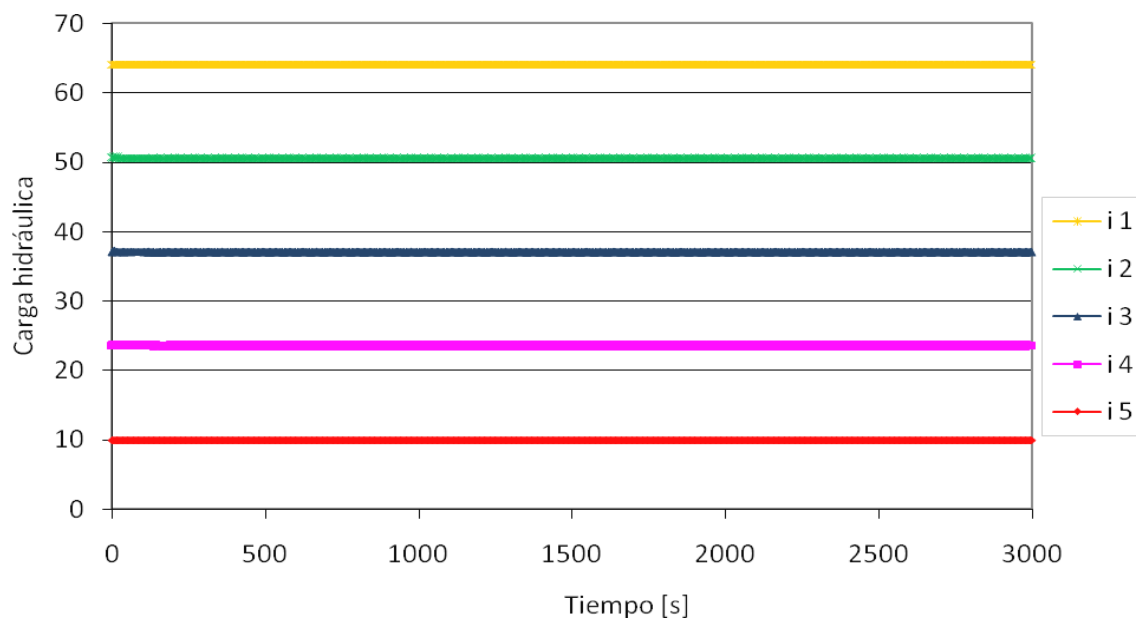
$$\frac{f v^2}{2gD} = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} \quad (92)$$

$$n = \sqrt{\frac{f R^{4/3}}{2gD}} \quad (93)$$

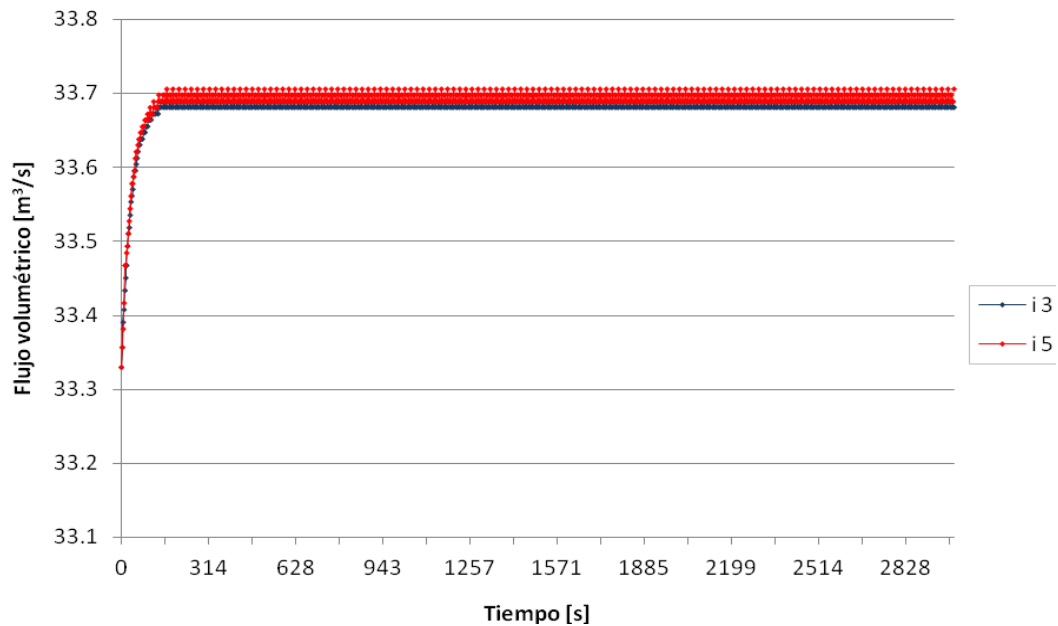


La ecuación 93 relaciona el factor de fricción de Darcy y el coeficiente de Manning.

En la Figura 23 se muestra la carga hidráulica contra el tiempo para todas las secciones transversales del tubo. En la Figura 24 se muestra el caudal o flujo volumétrico contra el tiempo para la secciones 3 (sección interna), y 5 (frontera aguas abajo), para un tubo bajo condición permanente uniforme e incorporando la ranura de Preissmann en la corona del mismo.



**Figura 23. Carga hidráulica para el túnel en condiciones permanentes uniformes para cada una de las secciones  $i$  en el tubo.  $i1$  representa la condición de frontera aguas arriba;  $i5$ , la condición de frontera aguas abajo.**



**Figura 24. Variación del flujo volumétrico para un tubo en condición permanente uniforme para una sección interna i3 y la frontera aguas abajo i5.**

En la Figura 23 se observa que el modelo numérico propuesto se comporta estable bajo condiciones presurizadas y en estado permanente. Este resultado muestra que el esquema numérico simula adecuadamente el flujo permanente.

En la Figura 24, se observa un incremento del flujo volumétrico en los primeros pasos del tiempo el cual posteriormente se estabiliza. Esta misma tendencia se notó en todas las secciones espaciales. Aquí solamente se muestra la sección 3 el cual corresponde a un nodo interno y la sección 5 el cual es la frontera aguas abajo.

### **6.2.2 COMPARACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO CON OTROS ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA UN TUBO PRESURIZADO**

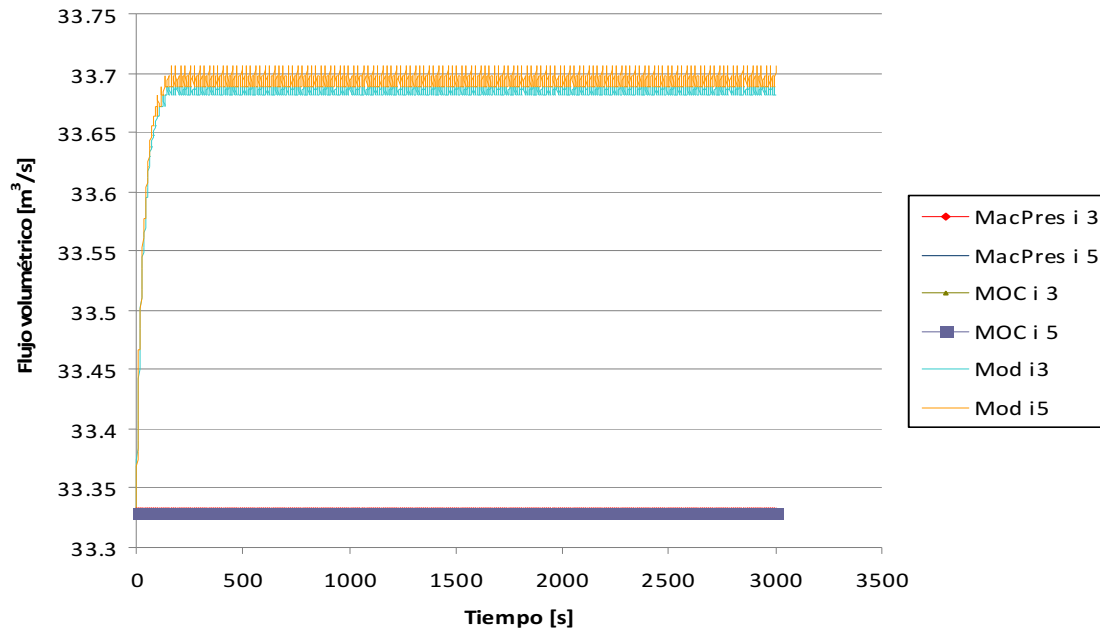
Para verificar la validez de los resultados obtenidos en el punto anterior, se compararon los valores con otros dos modelos numéricos. Estos modelos numéricos resolvían las ecuaciones para flujo presurizado descritas en el capítulo anterior siendo las condiciones iniciales las mismas que las mostradas en la Tabla 1; se consideraron 2 modelos.

(a). Usando las ecuaciones de flujo presurizado y el esquema de diferencias finitas de MacCormack para las secciones internas y las condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo usando el Método de las Características.

(b). Usando las ecuaciones de flujo presurizado usando el Método de las Características para todas las secciones del tubo (internas y condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo).

En la Figura 25 se muestran los resultados obtenidos para el flujo volumétrico en las secciones 3 (sección interna en el tubo) y 5 (frontera aguas abajo). En dicha Figura, "MacPres" se refiere a los resultados obtenidos con el esquema numérico de MacCormack resolviendo las ecuaciones para flujo presurizado; "MOC" se refiere a la solución de las ecuaciones de presión con el Método de las características, y "Mod" se

refiere al modelo numérico propuesto en esta investigación, explicado anteriormente.

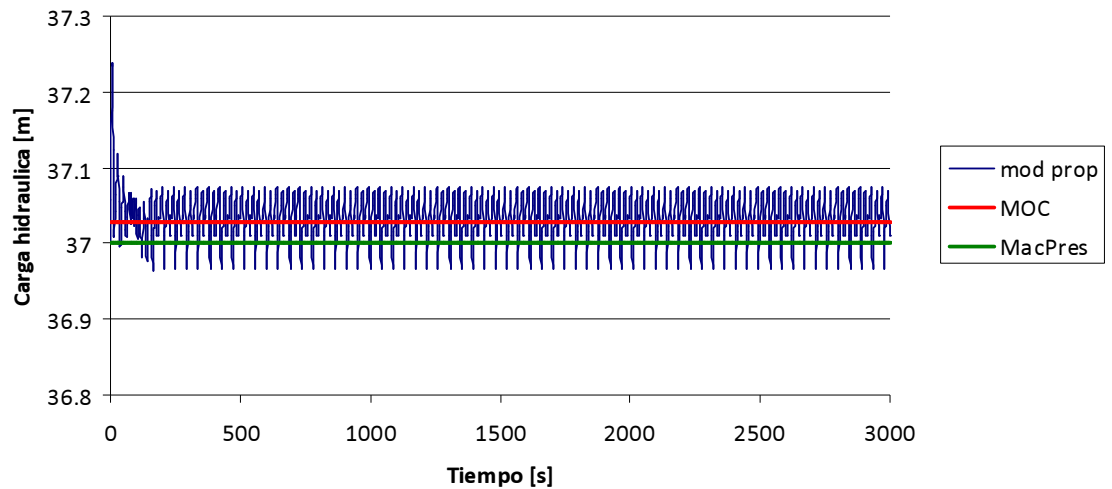


**Figura 25. Comparación del flujo volumétrico con las ecuaciones de presión resueltas con MacCormack, Método de las Características con el modelo numérico propuesto.**

Si se comparan los métodos para flujo presurizado usados para verificar el modelo con los del numérico propuesto, se puede decir que los resultados son similares. Al inicio de la simulación se presenta un incremento en el valor del flujo volumétrico del orden de décimas el cual se estabiliza durante el resto de la simulación.

Para la carga hidráulica se muestra, en la Figura 26, una sección transversal del tubo (sección interna), en donde se compara los esquemas numéricos que resuelven las ecuaciones de presión (Método

de las Características y MacCormack), junto al modelo numérico propuesto.



**Figura 26. Comportamiento de la carga hidráulica para las ecuaciones de flujo presurizado calculada con los esquemas de MacCormack y Método de las Características en comparación con el modelo propuesto para una sección transversal del tubo.**

En la Figura anterior se nota que los esquemas numéricos que resuelven las ecuaciones de presión difieren en 0.03 m uno del otro sin inestabilidades, a comparación del modelo propuesto que exhibió unas oscilaciones máximas de 0.1 m durante toda la simulación; sin embargo no presenta inestabilidades mayores que cancelen la simulación, y cabe resaltar que los valores calculados por el modelo propuesto se mantienen dentro del rango calculado con los métodos numéricos que predicen la carga hidráulica resolviendo las ecuaciones de presión.

Por ser un método Predictor-Corrector, el esquema de McCormack puede introducir pequeñas perturbaciones debidas, principalmente, a la

interacción con las condiciones de frontera. Aunque esto se pueda considerar una desventaja, la ventaja de ser de segundo orden en tiempo y espacio, lo hacen adecuado para resolver ecuaciones hiperbólicas.

### **6.2.3 MODELO NUMÉRICO PROPUESTO APLICADO A UN TUBO PRESURIZADO CON FRONTERA AGUAS ABAJO OSCILATORIA**

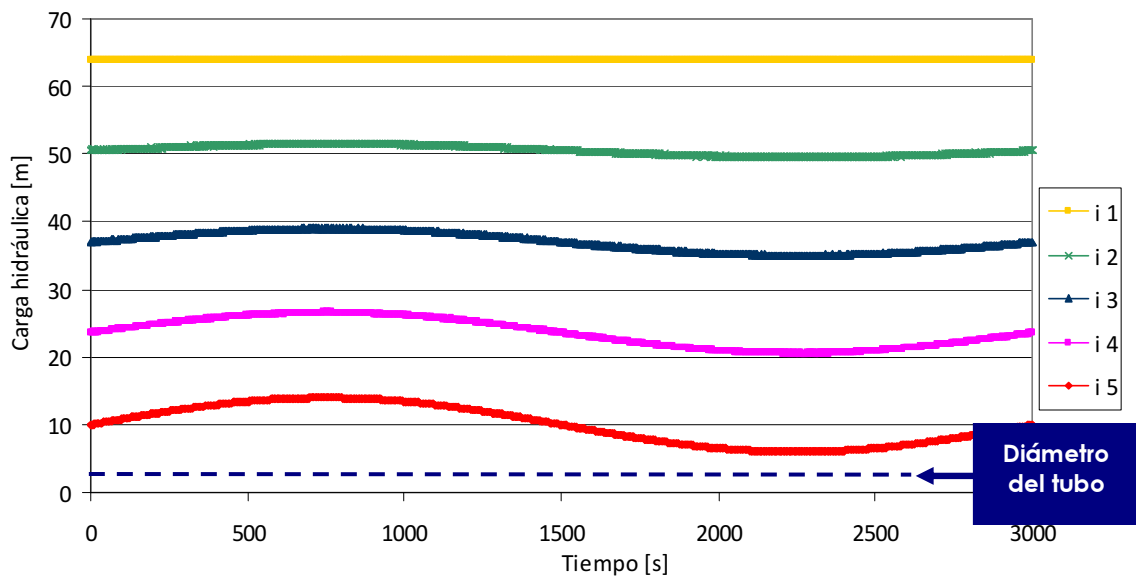
Una vez verificado el modelo numérico en condiciones permanentes, se procedió a verificar el comportamiento del modelo propuesto bajo condiciones oscilatorias. Para este caso, se consideró el tubo anteriormente mencionado haciendo la carga hidráulica del tanque aguas arriba (condición de frontera), constante, y la carga hidráulica aguas abajo variable de tipo sinusoidal. Las condiciones iniciales usadas para la simulación fueron las mismas que las mostradas en la Tabla 1.

La ecuación sinusoidal que describe las oscilaciones del nivel del agua en el tanque es:

$$H_{RES2} = H_{n-1} + 4 \sin \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{T}{T_{FINAL}} \right) \right] \quad (94)$$

donde  $H_{RES}$ =carga hidráulica del tanque 2;  $H_{n-1}$ =carga hidráulica de la sección anterior a la frontera aguas abajo;  $T$ =tiempo de cómputo;  $T_{FINAL}$ =tiempo de cómputo final.

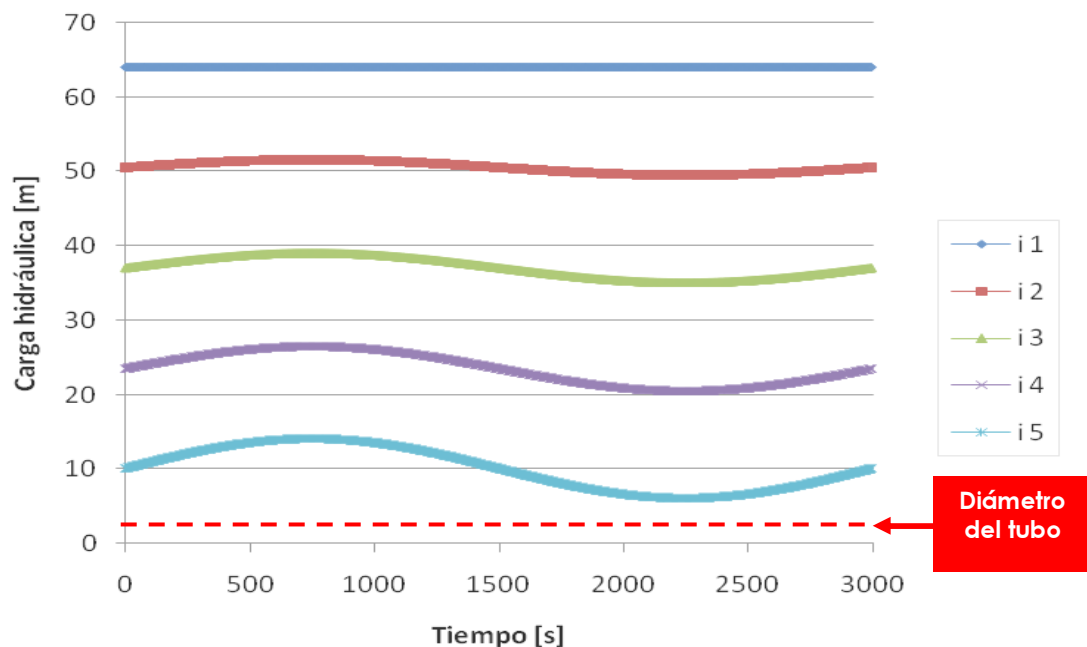
Este tipo de comportamiento se puede encontrar en los embalses que son utilizados como almacenamiento de agua para una red de distribución en la cual el flujo cambia según la demanda o en embalses utilizados en la generación de energía eléctrica en los cuales, una válvula antes de la cámara de generación, es usada como reguladora de caudal. En la Figura 27, se muestra el comportamiento de la carga hidráulica mediante el método numérico propuesto.



**Figura 27. Comportamiento de la carga hidráulica mediante el método propuesto, donde la frontera aguas arriba ( $i_1$ ) es constante y la frontera aguas abajo ( $i_5$ ) variable de tipo sinusoidal.**

Así mismo se comparó dicho comportamiento con los esquemas numéricos que resuelven las ecuaciones de flujo presurizado (Método de las características y MacCormack) mencionados anteriormente, haciendo la variación sinusoidal de la frontera aguas abajo mostrada anteriormente y conservando constante la frontera aguas arriba.

En la Figura 28 se muestran la carga hidráulica para las secciones transversales del tubo obtenida con los esquemas numéricos que resuelven las ecuaciones de presión (Método de las Características y MacCormack), junto al modelo numérico propuesto.



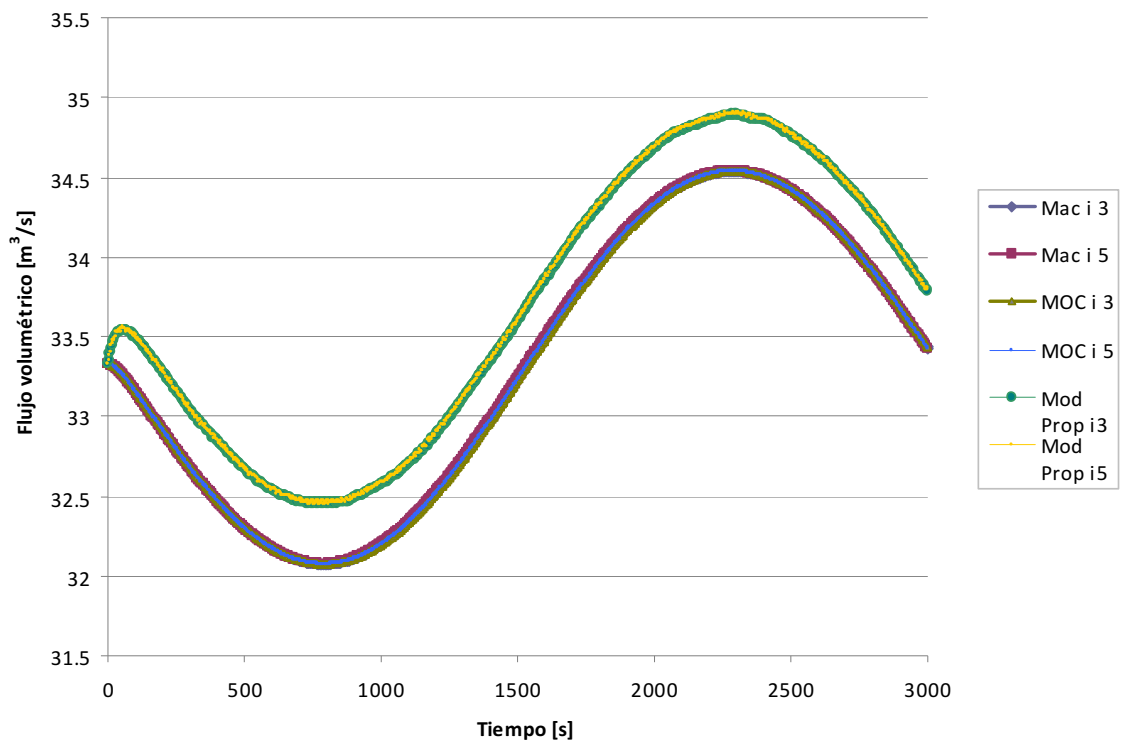
**Figura 28. Comportamiento de la carga hidráulica mediante el método de las características y MacCormack para flujo presurizado donde la frontera aguas arriba ( $i_1$ ) es constante y la frontera aguas abajo ( $i_5$ ) variable de tipo sinusoidal.**

Comparando la Figura 27 y la Figura 28 se observa que el comportamiento de la carga hidráulica bajo estas condiciones es el



mismo que para los otros métodos que resuelven las ecuaciones de presión.

La Figura 29 muestra la variación del flujo usando el método propuesto así como los esquemas numéricos desarrollados, MacCormack (Mac), y el Método de las Características (MOC). Aunque solamente se muestran los resultados en la sección 3, la cual corresponde a una sección interna y la sección 5 que corresponde a la frontera aguas abajo; la misma tendencia se notó en las otras secciones.



**Figura 29. Comportamiento del flujo volumétrico para una sección interna y la condición de frontera aguas abajo, calculada con el método propuesto (Mod Prop) y los esquemas de MacCormack (Mac) y Método de las Características (MOC) que resuelven las ecuaciones de flujo presurizado.**

En la Figura 29, el método propuesto tiene un incremento en el flujo en comparación con los otros métodos en los primeros instantes de tiempo. Este incremento desfasa la “onda” en aproximadamente  $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$  (1.2 % del flujo inicial) que es aproximadamente el mismo incremento en el estado permanente analizado anteriormente. Dicho incremento permanece constante en el resto de la simulación.

#### 6.2.4 SIMULACIÓN DE FLUJO MIXTO (PRESURIZADO/LIBRE) PARA UN TUBO CON EL MÉTODO PROPUESTO

Luego de probar el esquema numérico en condiciones presurizadas (uniforme permanente y variable), se procedió a comprobar el modelo numérico propuesto en flujo mixto (presurizado/libre). Inicialmente el tubo se trató como un tubo presurizado el cual se empezaba a despresurizar lentamente hasta llevarlo a flujo libre, es decir, hasta que el nivel del agua fuera inferior a la corona del tubo. La Figura 30 muestra una representación de la variación del nivel del tanque aguas abajo que sirve como condición de frontera.

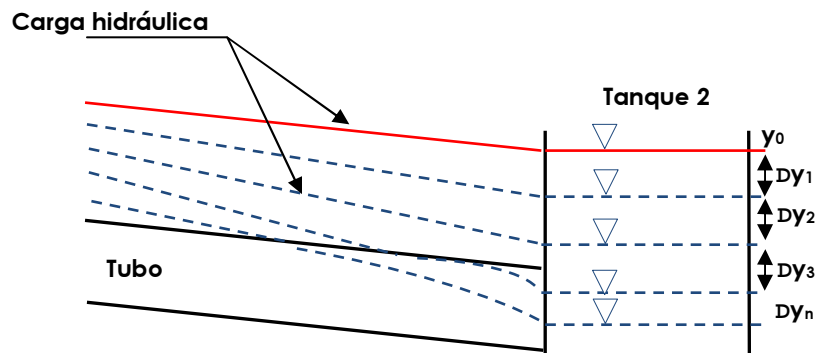


Figura 30. Esquema de la variación de la carga hidráulica en la frontera aguas abajo.

Para este caso, la condición de frontera aguas abajo se trató como un decrecimiento lineal la cual es descrita por la siguiente expresión:

$$H_{\text{RES}2} = H_{\text{RES}2\text{INI}} - 0.0013333 \cdot T \quad (95)$$

donde  $H_{\text{RES}}$ =carga hidráulica del tanque 2;  $T$ =tiempo de cómputo;  
 $H_{\text{RES} \text{ ini}}$ =carga hidráulica del tanque 2 para el tiempo  $t=0$ .

La frontera aguas arriba se trató como un tanque de nivel constante donde el nivel del agua siempre estuvo por encima de la corona del tubo. En la Tabla 2 se muestra el valor de los parámetros usados en la simulación.

**Tabla 2. Condiciones iniciales para el modelo en estado permanente uniforme y condiciones presurizadas.**

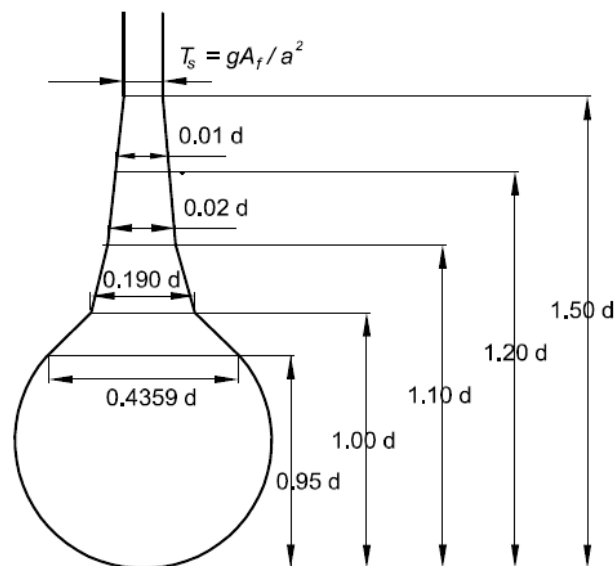
<i>Diámetro del tubo</i>	3.3 m
<i>Longitud del tubo</i>	1000 m
<i>Factor de fricción</i>	0.02
<i>Pendiente del canal (<math>S_0</math>)</i>	0.001
<i>Velocidad de la onda</i>	915 m/s
<i>Aceleración de la gravedad</i>	9.8 m/s <sup>2</sup>
<i>Nivel tanque 1</i>	5 m
<i>Nivel tanque 2<sup>6</sup></i>	3.5 m
<i>Caudal inicial<sup>7</sup></i>	18.837 m <sup>3</sup> /s
<i>Número de segmentos</i>	4
<i>Tiempo de cómputo</i>	1000 s

<sup>6</sup> Para considerarse presurizado, debe cumplir la condición  $y > D$

<sup>7</sup> Este caudal se determinó mediante la ecuación de energía entre ambos tanques.

Después de hacer varios intentos con los anchos de ranura propuestos en la literatura (anchos fijos), el comportamiento del modelo numérico era altamente inestable o producía errores que interrumpían la simulación. Para solucionar esta dificultad se pasó a incorporar una ranura de ancho variable.

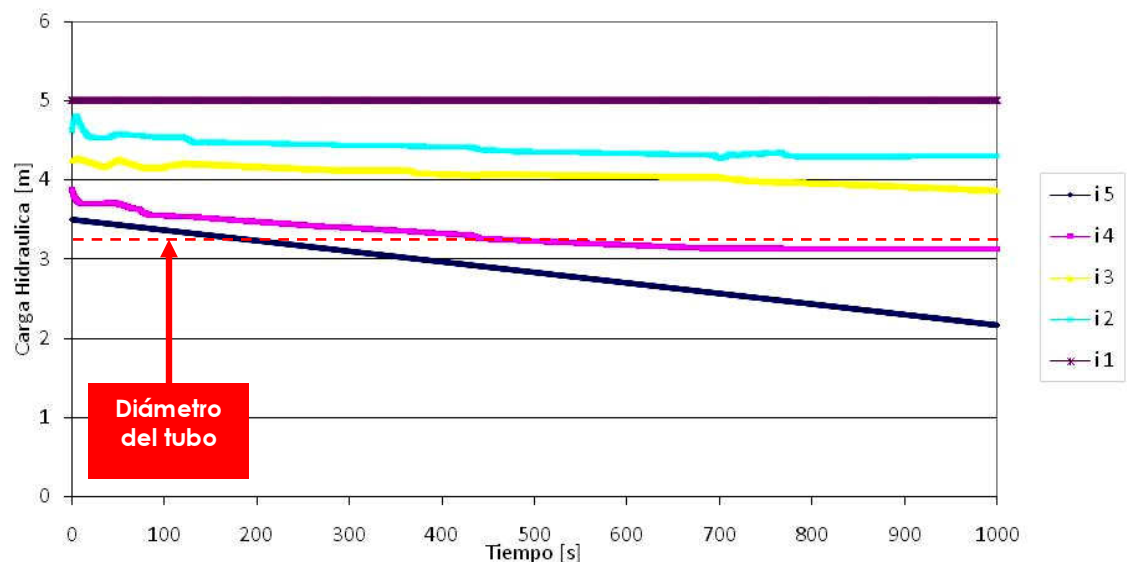
El primer ancho de ranura variable ensayado fue el propuesto por Sjöberg, citado por Yen y Akan en Mays (1999), (Ecuación 3); con dicho ancho, el esquema numérico también tuvo un comportamiento inestable. Posteriormente se ensayó con el ancho de ranura variable (o transición) propuesto por León et al. (2007), tal y como se muestra en la Figura 31.



**Figura 31. Geometría de la ranura de Preissmann propuesta por León et al. (2007). Fuente: León et al. (2007).**

Para esta simulación, la condición de frontera aguas arriba fue ubicada cerca del comienzo de la transición de la ranura (aguas arriba), y la condición aguas abajo dentro de la transición de la ranura con el fin de conocer el comportamiento del esquema propuesto dentro de la misma.

En la Figura 32 se muestra el resultado de la simulación para la carga hidráulica/profundidad con el modelo numérico desarrollado (Método de las Características para las condiciones de frontera y MacCormack para las secciones internas). La sección 1 ( $i_1$ ) corresponde a la condición de frontera aguas arriba y la sección 5 ( $i_5$ ) corresponde a la condición de frontera aguas abajo. Las otras secciones son los nodos internos distribuidos en la longitud del tubo.



**Figura 32. Carga hidráulica/profundidad usando el método de la ranura de Preissmann propuesto y la transición propuesta por León et al. (2007). La frontera aguas arriba ( $i_1$ ) es constante y la frontera aguas abajo ( $i_5$ ) es linealmente decreciente.**

En la Figura 32 se observa que el modelo numérico propuesto, bajo estas condiciones, pasa de flujo presurizado a flujo libre sin inestabilidades ni cancelaciones de la simulación. En la Figura anterior se observan algunos sobresaltos debidos, probablemente, al paso del nivel del agua en la transición.

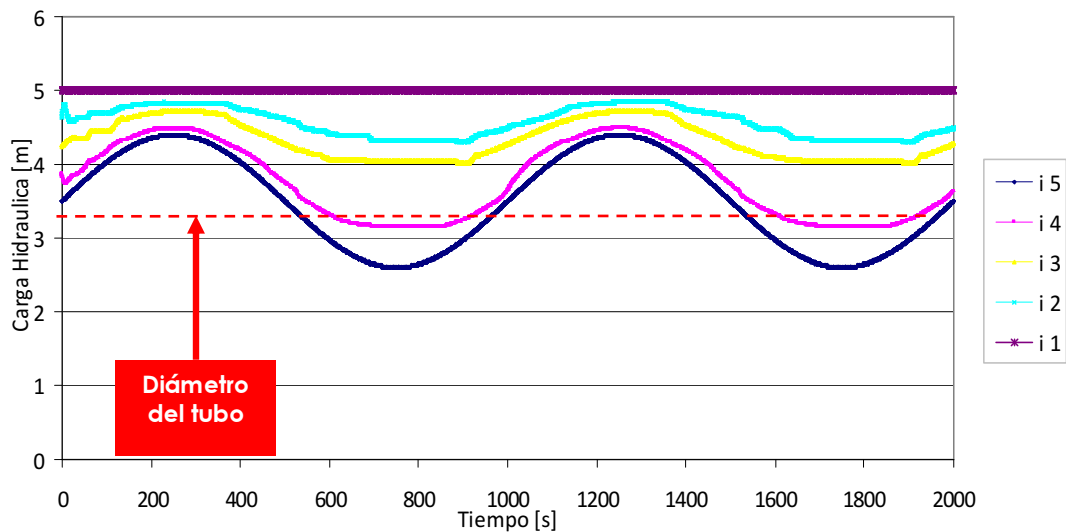
#### **6.2.5 SIMULACIÓN DE UN VACIADO Y LLENADO DE UN TUBO CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO.**

Luego de observar el comportamiento del modelo numérico propuesto en un caso de flujo mixto (despresurización del tubo), se procedió a simular un vaciado y un llenado incorporando la ranura de Preissmann con la transición propuesta por León et al. (2007).

Inicialmente el tubo se consideró presurizado y lentamente se despresurizó hasta llevarlo a flujo libre; una vez estando en flujo libre se empezó a llenar lentamente hasta presurizarlo de nuevo. Para ello, la condición de frontera aguas abajo fue considerada sinusoidal y la condición de frontera aguas arriba fue considerada constante. Las condiciones iniciales fueron las mismas que las mostradas en la Tabla 2, a excepción del tiempo de cómputo el cual fue de 2000 s.

En la Figura 33 se muestran los valores obtenidos para la carga hidráulica y la profundidad para el vaciado y llenado lento del tubo con el modelo numérico propuesto. Este Figura presenta la respuesta del

modelo numérico a una condición de frontera aguas abajo variable incorporando la transición en la ranura de Preissmann sugerida por León et al. (2007). Se notan algunos sobresaltos, debidas probablemente, al paso del nivel del agua en la transición.



**Figura 33. Comportamiento de la carga hidráulica y la profundidad con el modelo numérico propuesto para el vaciado y llenado de un tubo usando la transición de León et al. (2007). La frontera aguas arriba ( $i_1$ ) es constante y la frontera aguas abajo ( $i_5$ ) variable de tipo sinusoidal.**

Nótese que en la figura anterior se presentan dos periodos de oscilación, la amplitud máxima de la oscilación es pequeña (aproximadamente 0.9 m) y se da en la frontera aguas abajo. El periodo de la oscilación es de 1000 s. En cada periodo, los primeros 500 s. el modelo se comporta como un conducto a presión y los 500 s. restantes el modelo tiene secciones a flujo mixto tales como la sección 4 y la frontera aguas abajo sin tener grandes inestabilidades ni cancelaciones de la simulación. En la Figura anterior, la sección 1 ( $i_1$ ), corresponde a la

condición de frontera aguas arriba y la sección 5 ( $i_5$ ), corresponde a la condición de frontera aguas abajo.

## **6.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES**

El modelo propuesto fue comparado con mediciones experimentales correspondientes a transientes suaves. Estos casos fueron: despresurizada suave del tubo seguida por una presurización suave del mismo y, despresurizada suave de un tubo hasta llevarlo a flujo libre.

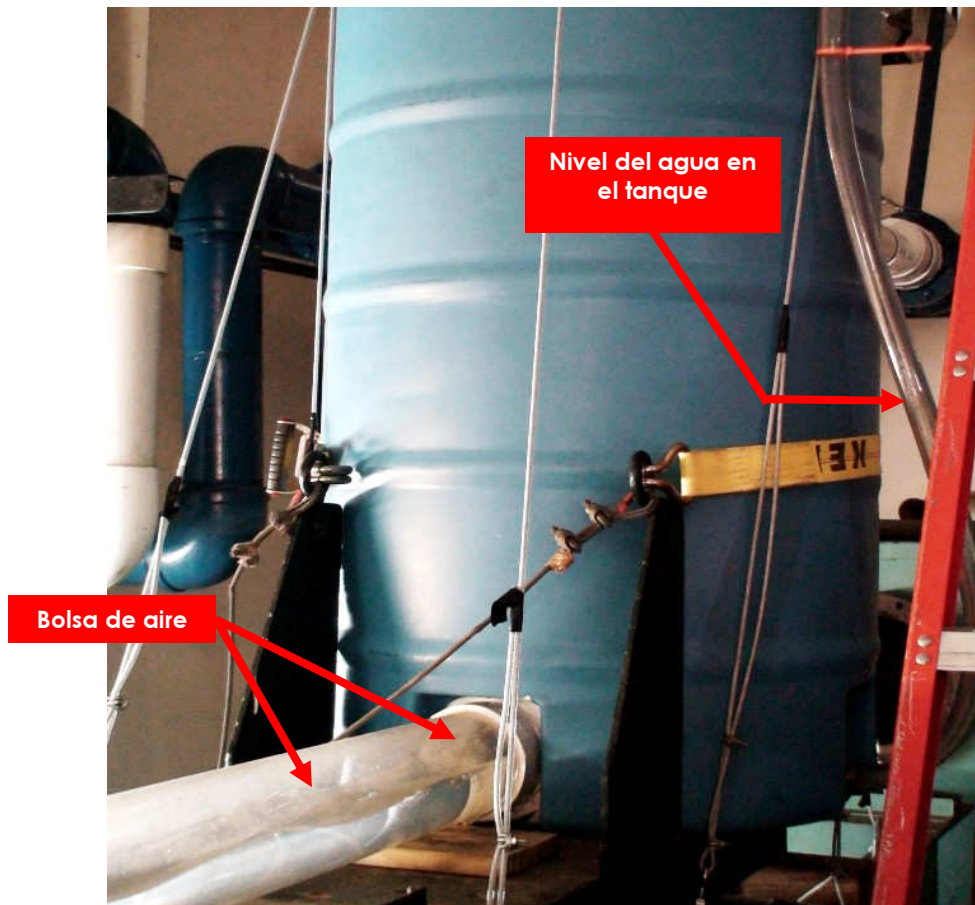
### **6.3.1 DESPRESURIZACIÓN Y PRESURIZACIÓN LENTA DEL TUBO**

Para el primer experimento, despresurizada del tubo hasta flujo libre y su posterior presurizado no fue posible obtener un conjunto completo de mediciones debido a las limitaciones del modelo físico y en los equipos de medición. Las razones se explicaran a continuación.

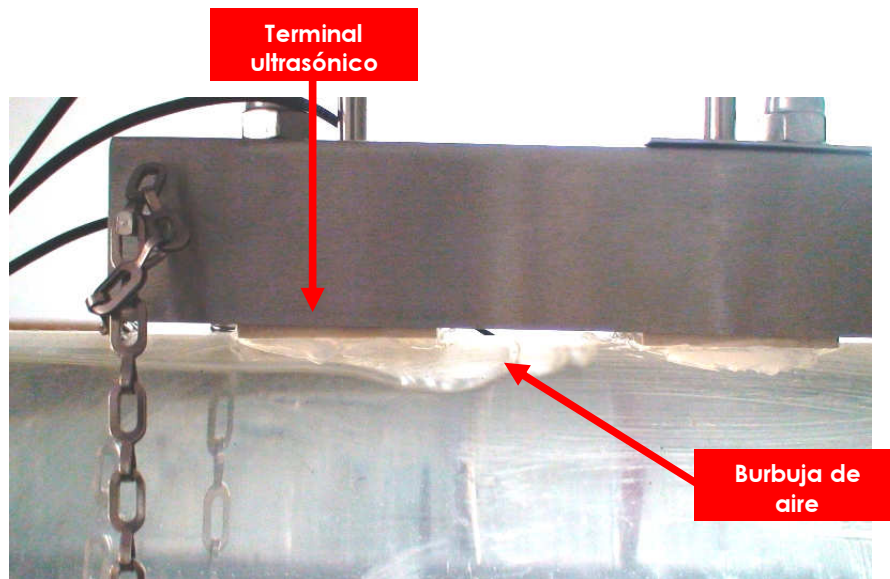
Una vez el nivel del agua está por debajo de la corona del tubo, y el tubo se comporta como un canal comienza a entrar aire al interior del tubo. Cuando el tubo comienza nuevamente a presurizarse lentamente, quedan atrapadas bolsas de aire en el interior del mismo (Figura 34) con movimiento constante de burbujas de aire en toda su longitud. Estas burbujas de aire afectaban directamente al medidor de flujo haciéndole



perder la señal a los terminales ultrasónicos (Figura 35). Estas bolsas de aire y burbujas solo se podían eliminar con una manipulación rápida de la válvula de paso del tanque aguas abajo; sin embargo la alteración de dicha válvula modificaría las condiciones de transiente suave en las cuales se pretendía desarrollar la modelación.



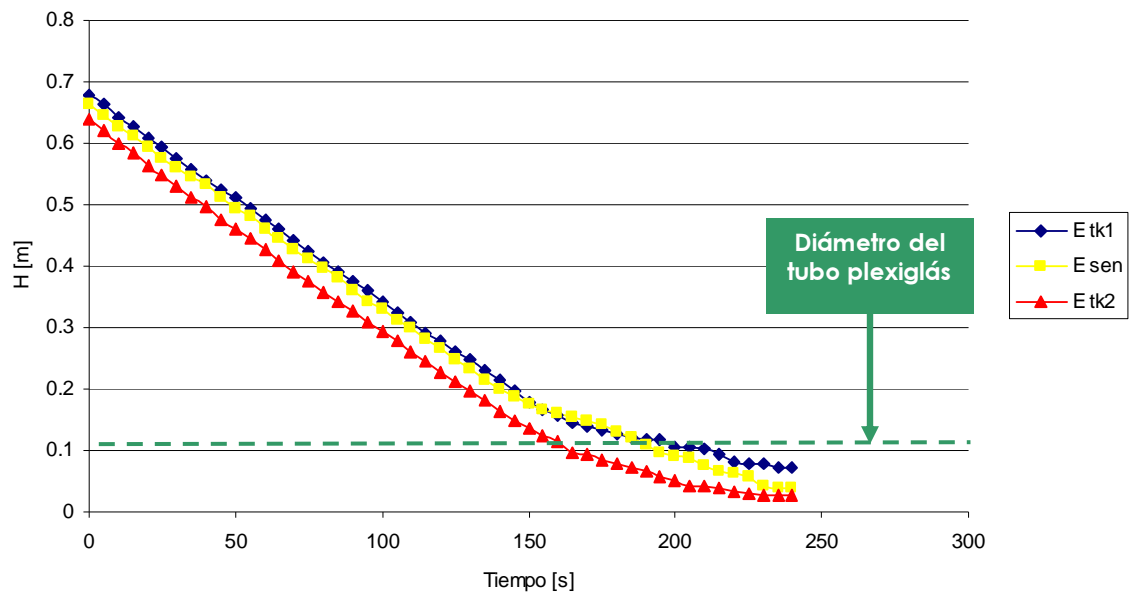
**Figura 34. Bolsas de aire en el interior del tubo.**



**Figura 35. Burbuja de aire pasando a través del terminal ultrasónico del medidor de flujo PORTAFLOW SE™**

### **6.3.2 DESPRESURIZACIÓN LENTA DEL TUBO**

Los resultados experimentales para el segundo caso o despresurizada lenta del tubo, fueron analizados y unificados en un archivo de Excel y ajustados en el momento que el tubo pasaba a canal tal y como se mencionó en el capítulo anterior (Ver Apéndice A). En la Figura 36 se muestran los valores obtenidos para el tanque aguas arriba (Etk 1), aguas abajo (Etk 2), así como para el transductor de flujo (Esen).



**Figura 36. Resultados experimentales obtenidos para el tanque aguas arriba, aguas abajo y el transductor de presión.**

El tiempo total de vaciado fue de 4 minutos (240 s.), y la velocidad del flujo volumétrico que pasaba por la sección cercana al transductor de presión fue de 0.11 m/s.

Los resultados experimentales conseguidos fueron comparados con los resultados numéricos obtenidos con el modelo propuesto; para ello los niveles de los tanques aguas arriba ( $E_{tk1}$ ), y aguas abajo ( $E_{tk2}$ ), fueron establecidos como las condiciones de frontera a ser incorporadas en el modelo numérico. Los datos obtenidos con el transductor de presión ( $E_{sen}$ ), fueron los resultados experimentales que se usaron para comparar los resultados obtenidos con el modelo numérico propuesto.

### **6.3.3 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS EXPERIMENTALES EN EL MODELO**

Para obtener los resultados en el modelo numérico fue necesario determinar algunos parámetros del sistema experimental tales como: pendiente del conducto, factor de fricción de la tubería, diámetro equivalente, área equivalente, la velocidad de la onda equivalente en tuberías a presión, factor de fricción equivalente. Los parámetros equivalentes (área, velocidad y factor de fricción), fueron explicados en el capítulo 3.

#### **6.3.3.1 Determinación de la pendiente del tubo/canal.**

Uno de los parámetros de especial interés para ser incorporados en el modelo numérico fue la determinación de la pendiente del canal ( $S_o$ ). La determinación de la pendiente del canal se hizo con tres métodos, todos sin ningún tipo de flujo volumétrico circulando por el sistema.

Estos métodos fueron: tubo semilleno, diferencia de tanques y con un nivel profesional. Con el tubo semilleno el valor de la pendiente fue de  $S_o=0.00906$ ; con la diferencia de tanques fue de  $S_o=0.0092$  y con un nivel profesional,  $S_o=0.01004$ ; promediando estos valores la pendiente del canal se estableció en  $S_o=0.0094$

En las ecuaciones 44, 45, y 46 se puede observar que hay 4 incógnitas y solo 3 ecuaciones, por tal motivo se fijó la longitud equivalente ( $L_e$ ) igual a la longitud real del tubo y se despejaron las variables desconocidas.

### 6.3.3.2 Determinación del diámetro equivalente

Usando la ecuación 44 se obtiene

$$A_e = \frac{L_e}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i}} \Rightarrow A_e = \frac{L_e}{\frac{L_1}{A_1} + \frac{L_2}{A_2}} \quad (96)$$

$$D_1 = 0.1016 \text{ m}^2$$

$$D_2 = 0.0762 \text{ m}^2$$

$$L_1 = 5.96 \text{ m}$$

$$L_2 = 0.56 \text{ m}.$$

$$L_e = L = L_1 + L_2 = 6.52 \text{ m}.$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \cdot (D_1)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0.1016)^2 \Rightarrow A_1 = 0.0081 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} \cdot (D_2)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0.0762)^2 \Rightarrow A_2 = 0.00456 \text{ m}^2$$

Reemplazando los valores anteriores en la ecuación 96

$$A_e = \frac{L_e}{\frac{L_1}{A_1} + \frac{L_2}{A_2}} = \frac{6.52}{\frac{5.96}{0.0081} + \frac{0.56}{0.00456}} \Rightarrow A_e = 0.00759 \text{ m}^2$$

#### 6.3.4 Determinación del factor de fricción experimental.

Para obtener el factor de fricción experimental se fijó la válvula de paso aguas abajo en la posición predeterminada, se llenaron los tanques y se alcanzó un estado permanente del sistema siguiendo los criterios anteriormente mencionados. Una vez establecido el estado permanente, se midió la velocidad del flujo y con una cinta métrica se midió el nivel del agua hasta el fondo de cada uno de los tanques. El datum se estableció en el fondo del tanque aguas abajo.

La velocidad en tubo de plexiglás (o  $v_1$ ), medida con el sensor de flujo fue de 0.28 m/s.

Aplicando la ecuación de continuidad, se puede obtener la velocidad del fluido en el tubo de PVC (o  $v_2$ )

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (97)$$

donde  $Q_1$ = flujo volumétrico en el tubo de plexiglás;  $Q_2$ = flujo volumétrico en el tubo de PVC;  $v_1$ =velocidad del agua en el tubo de plexiglás;  $v_2$ =velocidad del agua en el tubo de PVC;  $A_1$ =área del tubo de plexiglás;  $A_2$ =área del tubo de PVC.

$$v_1 (D_1)^2 = v_2 (D_2)^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (98)$$

donde  $D_1$ = diámetro del tubo de plexiglás;  $D_2$ = diámetro del tubo de PVC.

$$v_2 = 0.28 \left( \frac{0.1016}{0.0762} \right)^2 \Rightarrow v_2 = 0.498 \text{ m/s} \quad (99)$$

Si se establecen dos puntos 1 y 2, en la superficie del agua del tanque aguas arriba y aguas abajo respectivamente y aplicando la ecuación de energía entre estos puntos se puede establecer que:

$$h_1 + z_1 = h_2 + z_2 + h_f + h_L \quad (100)$$

donde  $h_1$ = altura del nivel del agua en el tanque aguas arriba;  
 $h_2$ =altura del nivel del agua en el tanque aguas abajo;  $z_1$ = altura del fondo del tanque aguas arriba;  $z_2$ = altura del fondo del tanque aguas abajo (datum);  $h_f$ =pérdidas por fricción en el tubo;  $h_L$ = pérdidas locales.

Si  $H_1 = z_1 + h_1$  y  $H_2 = h_2$  la ecuación anterior se puede simplificar a

$$H_1 = H_2 + h_f + h_L \quad (101)$$

donde  $H_1$ =carga hidráulica para el tanque aguas arriba;  $H_2$ =carga hidráulica para el tanque aguas abajo. Si  $\Delta H = H_1 - H_2$ , entonces

$$h_f = \Delta H - h_L \quad (102)$$

$$f \left( \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \right) = \Delta H - h_L \quad (103)$$

$$f = \frac{\Delta H - h_L}{\frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}} \quad (104)$$

Por lo tanto se debió calcular las pérdidas locales ( $h_L$ ). Dichas pérdidas se debieron a la entrada del agua en el tanque aguas arriba, a la contracción del tubo de 4" a 3", y a la salida del agua en el tanque aguas abajo.

$$h_L = \sum K \cdot \frac{v_1^2}{2g} + K \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (105)$$

Según Streeter et al. (1997), se puede establecer que

$$K_{\text{entrada}} = 0.5$$

$$K_{\text{CONTRACCION}} = 0.42 \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right] \Rightarrow K_{\text{cont}} = 0.1837$$

$$K_{\text{salida}} = 1$$

Y reemplazando estos valores en la ecuación 104, resulta  $h_L = 0.01538$

m

Incorporando este valor en la ecuación 104 se obtiene:

$$f = \frac{\Delta H - h_L}{\frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}} = \frac{0.0261 - 0.01538}{\frac{5.96}{0.1016} \cdot \frac{(0.28)^2}{2g} + \frac{0.56}{0.0762} \cdot \frac{(0.498)^2}{2g}} \Rightarrow f = 0.0327$$

Para comprobar dicho valor, se calculó el número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} \quad (106)$$



Donde  $\rho$ =densidad del fluido [Kg./m<sup>3</sup>];  $v$ =velocidad [m/s];  
 $D$ =diámetro de tubo [m];  $\mu$ =viscosidad dinámica del fluido [Kg./(m s)]. La  
densidad y la viscosidad fueron calculadas a una temperatura de 28°C.

$$Re = \frac{996.12 \cdot 0.28 \cdot 0.1016}{0.8382 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow Re = 3.3 \cdot 10^4$$

Si se comparan estos valores con los representados en un diagrama de Moody se observó que el factor de fricción calculado estaba por encima de la curva correspondiente a una tubería lisa, por tal razón se invirtió el cálculo del factor de fricción experimental; es decir, se buscó cuál debería ser el  $\Delta H$  para que el factor de fricción fuera 0.023.

Para ello, se despejó de la Ecuación 104 el valor del  $\Delta H$ . Dicho valor fue de 0.023 m, es decir, la diferencia del  $\Delta H$  medido y el calculado es de 0.0031m (3 mm). Como se puede observar, esta pequeña diferencia en la lectura fue imperceptible en la medición con la cinta métrica y se debió, probablemente, a la oscilación de los niveles de los tanques, por tal razón el factor de fricción de Darcy experimental fue establecido en 0.023.

#### 6.3.4.1 Determinación de la velocidad de onda equivalente en tuberías a presión

Usando la ecuación 44 se obtiene

$$a_e = \frac{L_e}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{a_i}} \Rightarrow a_e = \frac{L_e}{\frac{L_1}{a_1} + \frac{L_2}{a_2}} \quad (107)$$

Aplicando la ecuación que determina la velocidad de la onda para una tubería a presión descrita anteriormente (Ecuación 36), donde  $K=2.226 \cdot \text{GPa}$ ;  $\rho = 996.12 \text{ Kg./m}^3$

El factor  $\psi$  seleccionado fue considerando el tubo un conducto elástico con paredes delgadas anclado a lo largo de su longitud (Ecuación 41). Como el factor  $\psi$  depende solamente de las paredes del conducto, éste se calculó para cada uno de los tubos que componían el modelo físico.

La ecuación para la condición anteriormente mencionada es

$$\psi = \frac{D}{e} (1 - \nu^2) \quad (108)$$

Donde  $D$ = diámetro del tubo;  $e$ = espesor de la pared;  $\nu$  = razón de Poisson la cual también depende del tipo de material.

Para el tubo de plexiglás<sup>8</sup> la expresión anterior sería:

$$\psi_{\text{PLEX}} = \frac{D}{e}(1-\nu^2) = \frac{101.6}{6}(1-0.34^2) \Rightarrow \psi_{\text{PLEX}} = 14.975 \quad (109)$$

Para el tubo de PVC<sup>9</sup> la expresión sería:

$$\psi_{\text{PVC}} = \frac{D}{e}(1-\nu^2) = \frac{76.2}{5}(1-0.38^2) \Rightarrow \psi_{\text{PVC}} = 13.04 \quad (110)$$

Ahora los valores anteriormente determinados se reemplazan en la ecuación 36 para cada tipo de material.

Para el tubo de plexiglás, E=3.4 GPa.

$$a_{\text{PLEX}} = \sqrt{\frac{K}{\rho[1+(K/E_{\text{PLEX}})\psi_{\text{PLEX}}]}} = \sqrt{\frac{2.226 \cdot 10^9}{996.12[1+(2.226/3.4)14.975]}} = 454.78 \text{ m/s}$$

Para el tubo de PVC, E=2.575 GPa.

$$a_{\text{PVC}} = \sqrt{\frac{K}{\rho[1+(K/E_{\text{PVC}})\psi_{\text{PVC}}]}} = \sqrt{\frac{2.226 \cdot 10^9}{996.12[1+(2.226/2.575)13.04]}} = 426.71 \text{ m/s}$$

Reemplazando estos valores en la Ecuación 107

$$a_e = \frac{L_e}{\frac{L_1}{a_{\text{PLEX}}} + \frac{L_2}{a_{\text{PVC}}}} = \frac{6.52}{\frac{5.96}{454.78} + \frac{0.56}{426.71}} \Rightarrow a_e = 452.22 \text{ m/s}$$

---

<sup>8</sup> Las propiedades del tubo de plexiglás tales como módulo de elasticidad y relación de Poisson fueron encontradas en: *Torsional vibration of rotors with transverse surface cracks*. C.A. Papadopoulos. *Computers and Structures*. Vol 51(6), pp 713-718. 1994.

<sup>9</sup> Las propiedades del tubo de PVC tales como módulo de elasticidad y relación de Poisson fueron encontradas en [www.ambientesanitario.cl](http://www.ambientesanitario.cl)

#### 6.3.4.2 Determinación del factor de fricción equivalente

Usando la Ecuación 45 e incorporando el factor de fricción experimental obtenido anteriormente:

$$f_e = \frac{D_e A_e^2}{L_e^2} \sum_{i=1}^n \frac{f_i L_i}{D_i A_i^2} \Rightarrow f_e = \frac{D_e A_e^2}{L_e^2} \left[ \frac{L_1}{D_1 \cdot A_1^2} + \frac{L_2}{D_{21} \cdot A_2^2} \right]$$
$$f_e = \frac{0.098 \cdot (0.00759)^2 \cdot 0.023}{6.52} \cdot \left[ \frac{5.96}{0.1016 \cdot (0.0081)^2} + \frac{0.56}{0.0762 \cdot (0.00456)^2} \right]$$
$$f_e = 0.0248$$

## **7 COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO**

En este capítulo, se presentan los resultados obtenidos al comparar el modelo numérico propuesto con los datos experimentales obtenidos en el modelo físico. Recordando que el modelo numérico propuesto resuelve las ecuaciones gobernantes mediante la implementación del esquema explícito de diferencias finitas de MacCormack para el tratamiento de los nodos internos y el Método de las Características para las condiciones de frontera incorporando la ranura de Preissmann y la transición sugerida por León et al. (2007).

El modelo numérico fue escrito utilizando el lenguaje de programación VBA (*Visual Basic for Applications*). VBA es un lenguaje no compilado que utiliza, como base, la hoja de cálculos de Microsoft® Excel (para la entrada de datos y entrega de resultados ya sean gráficos o tabulados); puede ser ejecutado en cualquier computadora que tenga instalado Microsoft Office® y por lo tanto no es necesario comprar una licencia extra para correr el modelo, lo que le da una ventaja respecto a otros lenguajes del mismo tipo.

Utilizando la hoja de cálculo de Excel, los datos de entrada y condiciones iniciales fueron cargados al modelo numérico. Dichos datos son mostrados en la Tabla 3.

**Tabla 3. Datos de entrada y condiciones iniciales del modelo numérico propuesto**

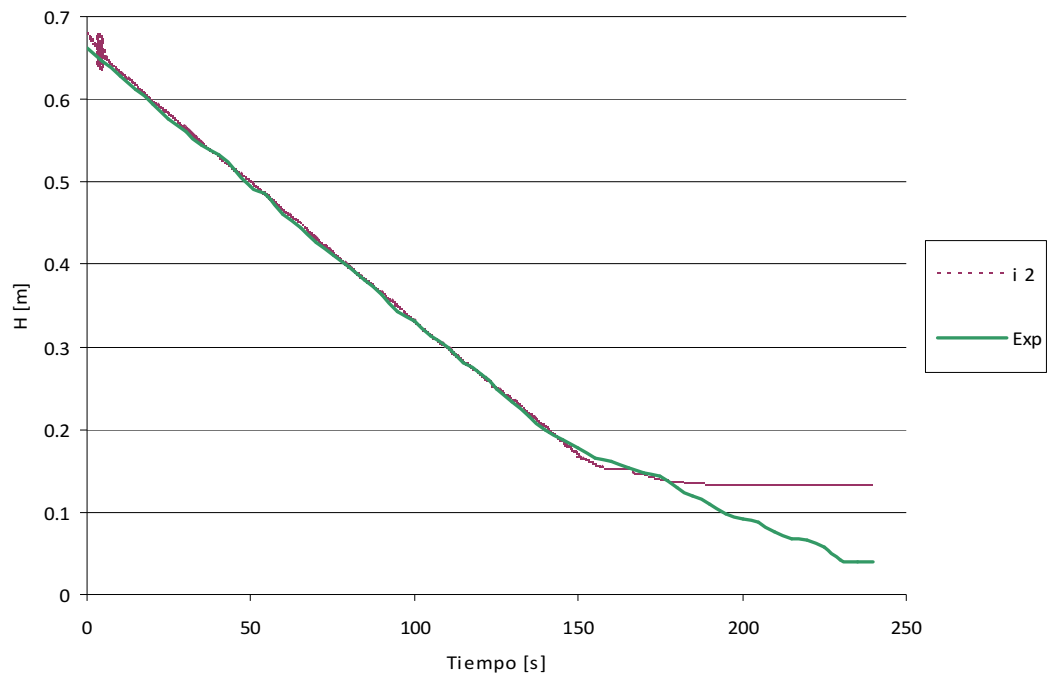
<i>Diámetro del tubo</i>	0.1016 m
<i>Longitud del tubo</i>	6.52 m
<i>Factor de fricción</i>	0.023
<i>Pendiente del canal (<math>S_0</math>)</i>	0.0094
<i>Velocidad de la onda</i>	455 m/s
<i>Aceleración de la gravedad</i>	9.8 m/s <sup>2</sup>
<i>Nivel tanque 1</i>	0.6789 m
<i>Nivel tanque 2<sup>10</sup></i>	0.6387 m
<i>Velocidad inicial de flujo</i>	0.11 m/s
<i>Número de segmentos</i>	3
<i>Tiempo de cómputo</i>	240 s

A diferencia de las simulaciones anteriores, en esta simulación las condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo variaron en el tiempo y fueron conseguidas haciendo una interpolación lineal entre los datos experimentales del tanque 1 y tanque 2 obtenidas del modelo físico.

Luego se corrió el modelo numérico y los resultados obtenidos son mostrados en la Figura 37.

---

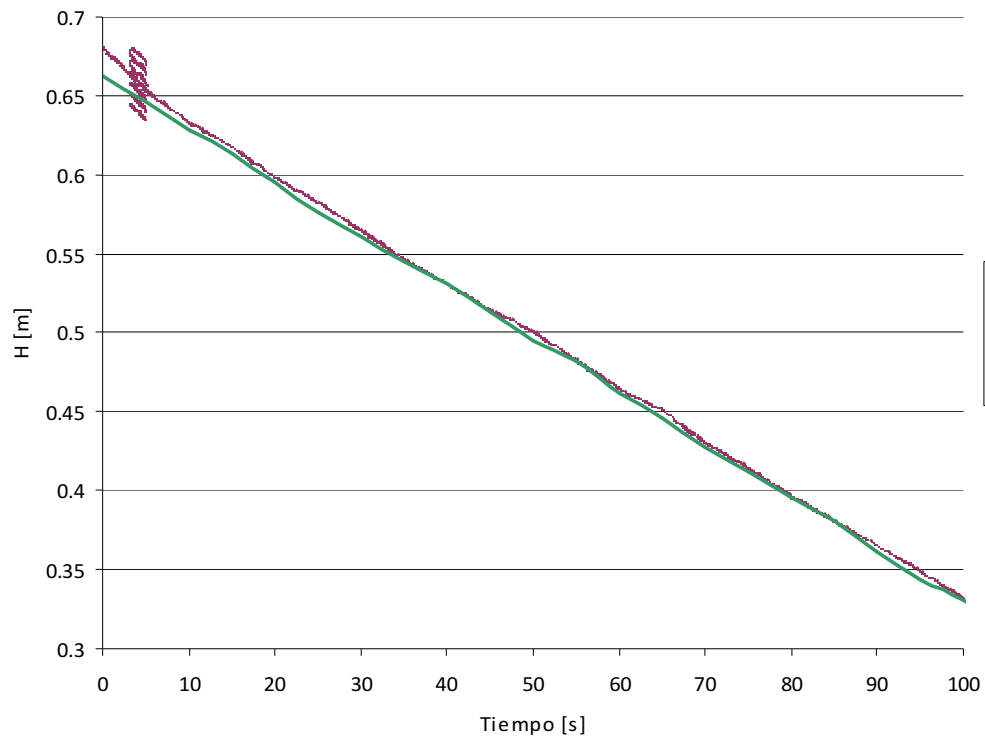
<sup>10</sup> Para considerarse presurizado, debe cumplir la condición  $y > D$ , donde  $y$  es la carga hidráulica o profundidad del agua.



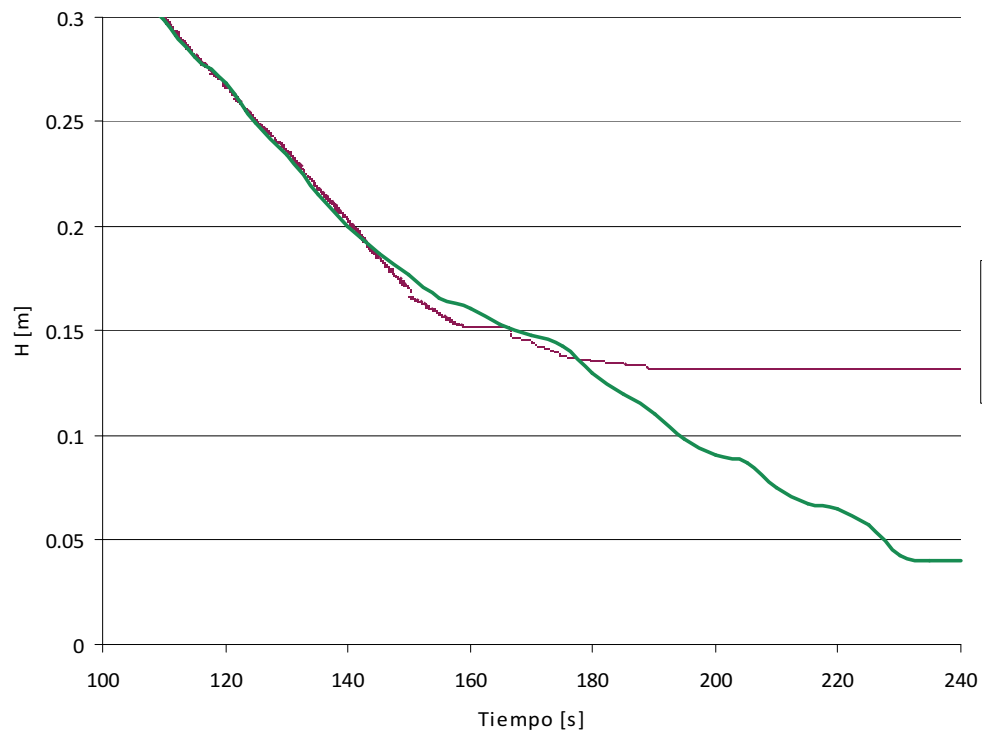
**Figura 37. Carga Hidráulica o Profundidad obtenidas con el modelo numérico propuesto.**

En la Figura anterior,  $i_2$  es la carga hidráulica obtenida por el modelo numérico, “Exp” es la carga hidráulica obtenida por el transductor de presión en el modelo físico.

Como se puede observar en los primeros segundos de la simulación, se tiene una inestabilidad; posteriormente los valores determinados en el modelo numérico predicen con exactitud los valores experimentales tal y como se muestra en la Figura 38. A medida que el tubo se va despresurizando, los valores calculados por el modelo numérico se separan de los valores experimentales, tal y como lo muestra la Figura 39.



**Figura 38. Carga hidráulica obtenidos para los primeros 100 s. de simulación.**



**Figura 39. Carga hidráulica y profundidad obtenidas en la transición de flujo presurizado a libre en el modelo propuesto (de 100 a 240 s. de simulación).**



Posteriormente, intentando mejorar las predicciones del modelo numérico, se corrió el modelo disminuyendo las condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo con los siguientes datos de entrada y condiciones iniciales las cuales son mostradas en la Tabla 4.

**Tabla 4. Datos de entrada y condiciones iniciales del modelo numérico propuesto usando las condiciones equivalentes.**

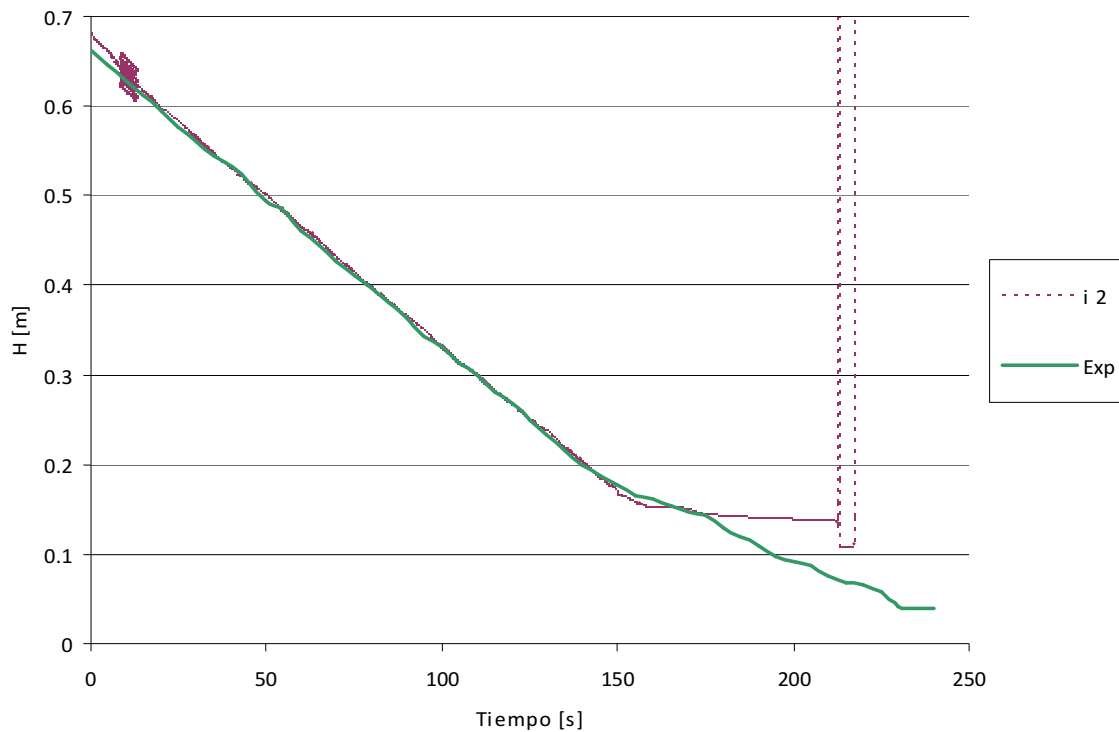
<i>Diámetro del tubo</i>	0.1016 m
<i>Longitud del tubo</i>	6.52 m
<i>Factor de fricción</i>	0.0248
<i>Pendiente del canal (<math>S_0</math>)</i>	0.0094
<i>Velocidad de la onda</i>	452.2 m/s
<i>Aceleración de la gravedad</i>	9.8 m/s <sup>2</sup>
<i>Nivel tanque 1</i>	0.6589 m
<i>Nivel tanque 2<sup>11</sup></i>	0.6187 m
<i>Velocidad inicial de flujo</i>	0.11 m/s
<i>Número de segmentos</i>	3
<i>Tiempo de cómputo</i>	240 s

Inicialmente la simulación se corrió con el diámetro equivalente ( $D_e$ ), determinado en el capítulo anterior. A 150 segundos de simulación se presentó una inestabilidad y posterior cancelación de la misma, por tal razón, el diámetro de la simulación se fijó en el valor inicialmente establecido (0.1016 m.).

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 40.

---

<sup>11</sup> Para considerarse presurizado, debe cumplir la condición  $y > D$ , donde  $y$  es la carga hidráulica o profundidad del agua.

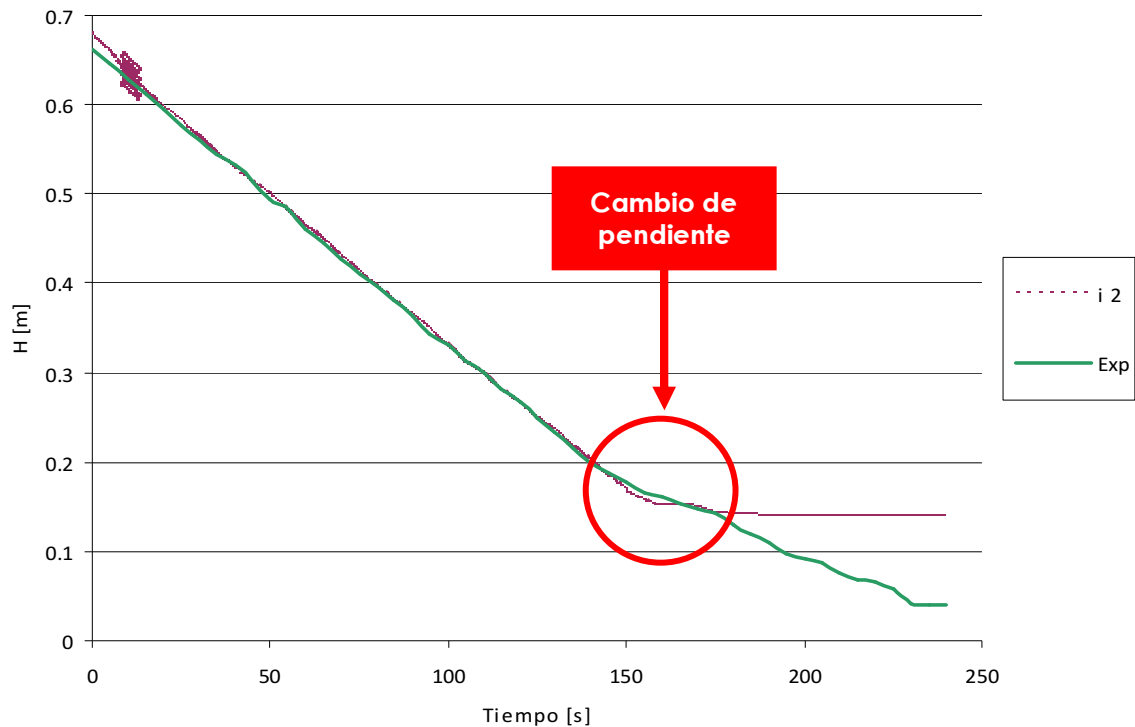


**Figura 40. Carga hidráulica y profundidad obtenidas en la transición de flujo presurizado a libre en el modelo propuesto usando las condiciones equivalentes.**

En las primeras instancias de la simulación, se presenta una inestabilidad tal y como el caso anterior, sin embargo los valores calculados y los experimentales presentan buen ajuste mientras el tubo se encuentra presurizado. A medida que el tubo se despresuriza se presenta el mismo comportamiento al mostrado en la Figura 37 con la diferencia que la inestabilidad que se presenta cancela la simulación después de los 217 segundos.

Posteriormente, se usaron los mismo datos y condiciones usadas en la Tabla 4 aumentándole a las fronteras, aguas arriba y aguas abajo, aproximadamente 0.03 m (3 cm.).

Aunque el algoritmo fue estable durante toda la simulación, los resultados obtenidos no variaron mucho respecto a los obtenidos en la Figura 37. La Figura 41 muestra los resultados obtenidos.



**Figura 41. Carga hidráulica o profundidad para las condiciones de frontera modificadas.**

En todos los casos anteriores se notó, en los modelos numérico y físico, una “desaceleración de la onda” de presión a medida que el nivel del agua descendía en los tanques, hasta llegar a flujo libre (punto donde cambia de pendiente la curva en la Figura 41).

Esta “desaceleración” o disminución de la velocidad de la onda de presión numéricamente fue tratada con la transición propuesta por León et al. (2007). Aunque físicamente la despresurización del modelo fue lo más lenta posible, probablemente los datos cargados al modelo numérico no fueron lo suficientemente suaves para predecir con exactitud los valores experimentales en proximidades de flujo libre, teniendo en cuenta que el modelo numérico fue desarrollado con unas condiciones de despresurización diferentes para garantizar una corrida exitosa del mismo.

Muchos pueden ser los factores que inciden en este comportamiento tales como la sensibilidad de los transductores y el diseño físico del modelo entre otros. Según asistencia técnica de *Tellog Instruments Inc.*, el rango del transductor de presión PR-31 es de 15 psig equivalente a 10.5566 m y la exactitud del instrumento es de +/- 0.25% del rango máximo. Esto significa que la sensibilidad para el experimento fue de  $0.0025 \times 10.5566\text{m} = \pm 0.0264\text{ m}$  ( $\pm 2.64\text{ cm.}$ ). Considerando que el tubo del modelo físico, es de 0.1016 m (4") de diámetro, esta sensibilidad podría incidir en el resultado de los valores de carga hidráulica en las fronteras.

Además el tamaño de los tanques no eran lo suficientemente grandes para disipar el efecto de la descarga, por tal motivo se notó una constante oscilación del nivel del agua, principalmente en el tanque aguas arriba, la cual podría ocasionar una sobre-presión sobre los transductores de nivel y alterar, las lecturas del nivel del agua de los tanques.

Según León (2008), los modelos que usan el método de la ranura de Preissmann, son altamente inestables y para tratar dichas inestabilidades, se han usado filtros y otras técnicas numéricas descritas anteriormente las cuales no fueron incorporadas en esta investigación.

## 8 CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados teóricos y experimentales obtenidos en esta investigación se puede concluir

- El método de la ranura de Preissmann, ampliamente mencionado en los libros de hidráulica, teóricamente es un método ventajoso para la resolución de problemas de flujo mixto ya que solo usa las ecuaciones de Saint Venant para todo tipo de flujos (presurizados y a superficie libre), sin embargo; para el desarrollo del modelo numérico propuesto que incorporó dicho concepto se pudo observar que es altamente inestable.
- El modelo numérico propuesto opera solamente bajo condiciones de transientes suaves partiendo de un tubo que se encuentra presurizado. Los transientes fuertes o bruscos causaron modelamientos poco exitosos debido a la presencia de inestabilidades numéricas.
- Con el modelo numérico propuesto se pudo simular teóricamente varias situaciones variando, de dos formas (lineal y sinusoidal), la

condición de frontera aguas abajo. Los resultados obtenidos fueron comprobados con otros métodos numéricos con lo que se puede concluir que el modelo propuesto predice la variación de la carga hidráulica para dichos casos.

- La incorporación de una transición en la ranura de Preissmann es de vital importancia para “amortiguar” la desaceleración (en caso de un vaciado) o la aceleración (en caso de un llenado) de la onda de presión en el tubo.
- Las simulaciones numéricas usando un ancho fijo de ranura provocaron inestabilidades numéricas en las proximidades de la transición de flujo a presión hacia flujo libre obteniendo modelamientos poco exitosos; pero este comportamiento no se observó cuando el tubo se encontraba presurizado.
- La transición en la ranura de Preissmann propuesta por León et al. (2007), fue la única con la que se logró un modelamiento exitoso para dos casos de flujo mixto.

- En comparación con el modelo físico, los valores determinados en el modelo numérico predicen con exactitud los valores experimentales mientras el tubo se encuentre completamente presurizado. En las proximidades de flujo libre, el modelo numérico no predijo los valores experimentales como se esperaba.
- Con las condiciones del modelo físico actual, es prácticamente imposible tener condiciones para lograr adquirir datos para una despresurizada y presurizada lentas del tubo sin incorporar aire en el sistema. Esta es una de las principales desventajas reportadas en la literatura para hacer modelamientos con el método de la ranura de Preissmann.



## 9 RECOMENDACIONES

De acuerdo a los resultados teóricos y experimentales obtenidos en esta investigación se puede recomendar

- Investigar e implementar el uso de otros esquemas numéricos o técnicas de modelamiento para simular transientes de presión fuertes usando la ranura de Preissmann sin alcanzar presiones sub-atmosféricas ya que violaría la presunción que el flujo en la ranura tiene siempre presión atmosférica.
- Implementar filtros u otras técnicas (*Total Variation Diminishing*), con el fin de tratar las inestabilidades numéricas presentadas en el modelo.
- Adecuar y mejorar el modelo físico instalando válvulas de expulsión de aire en el tubo con el fin de extraer el aire incorporado y poder así, adquirir datos para un caso de despresurizada y presurizada del tubo; asimismo se recomienda la instalación de válvulas en el tubo para tener mas control sobre las condiciones del experimento. También se

recomienda instalar disipadores de flujo en el tanque aguas arriba para evitar las oscilaciones del nivel de agua.

## 10 BIBLIOGRAFÍA

1. Albright S.C; (2001). "VBA for Modelers, Developing Decision Supports Systems with Microsoft® Excel". Duxbury. 549 pp.
2. Chaudhry M.H. (2001). "Open Channel Flow." Prentice Hall, New Jersey. 641 pp.
3. Chaudhry M.H. (1987). "Applied Hydraulic Transients". Van Nostrand Reinhold Company, New York USA, 521 pp.
4. Chow, V.T.; (1994). "Hidráulica de Canales Abiertos". McGraw Hill. 667 pp.
5. Cunge J.A.; Holly F.M; Verwey A.; (1980). "Practical Aspects of Computational River Hydraulics". Pitman Publishing. 420 pp.
6. Cunge J.A.; and Mazaudou B.; (1984). "Mathematical Modelling of Complex Surge Systems: Difficulties in Computation and Simulation of Physical Situations". Proceedings of the third International Conference on Urban Storm Drainage. Sweden, June 4-8.
7. Djordjevic S. and Walters G.A. (2004). "Mixed free-surface/pressurized flows in sewers." WaPUG Meeting for Scotland and Northern Ireland. June, pp 1-5.
8. Fuamba M. (2002). "Contribution on transient flow modeling in storm sewers. Journal of Hydraulic Research. Vol. 40(6). April, pp 685-693.
9. García G. E.A. (2004). "Estudio teórico y experimental de modelos para cálculo y control de presiones sub-atmosféricas durante flujo transitorio". Tesis M.Sc, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico.

10. Hoffmann K.A. and Chiang S.T.; (1993). "Computational Fluid Dynamics for Engineers Vol. II.", Engineering Education System. 368 pp.
11. Ji Z. (1998). "General hydrodynamic model for sewer/channel network systems". Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 124(3). March, pp 307-315.
12. León A.S.; (2007). "Improved modeling of unsteady free surface pressurized and mixed flows in storm-sewer systems." Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering in the Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign.
13. León A.S.; Ghidaoui M.S.; Schmidt A.R.; García M.H.; (2007). "A robust model for simulating transient mixed flows." Online: [netfiles.uiuc.edu/asleos/www/web/index.htm](http://netfiles.uiuc.edu/asleos/www/web/index.htm)
14. León A.S.; (2008). "Método modificado de la Ranura de Preissmann". Comunicación personal.
15. León A.S.; (2008). "Observaciones al trabajo de Trajkovic y al modelo SWIMM". Comunicación personal.
16. Li J. and McCorquodale A.; (1999). "Modeling mixed flow in storm sewers." Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 125(11). November, pp. 1170-1180.
17. Mays L.W.; (1999). "Hydraulic Design Handbook". MacGraw-Hill. New York, USA. pp 14-1:14-55.
18. Politano M.; Odgaard A.J.; and Klecan W.; (2005). "Numerical Simulation of Hydraulic Transients in Drainage Systems." Mecánica Computacional Vol. XXIV. A. Larretguy (Editor). Buenos Aires, Argentina.
19. Politano M.; Odgaard A.J.; and Klecan W.; (2007). "Case Study: Numerical Evaluation of Hydraulic Transients in a Combined Sewer Overflow Tunnel System." Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 133(10). October, pp. 1170-1180.

20. Ridgway K.E and Kumpula G.; (2008). "Surge Modeling in Sewers using Alternative Hydraulic Software Programs". CHI, Monograph No. 14. 11 pp.
21. Streeter V.L.; Wylie B.; Bedford K.; (1997). "Fluids Mechanics". McGraw-Hill. 752 pp.
22. Swaffield J.A. and Boldy, P. A. (1993). "Pressure Surge in Pipe and Duct Systems". Avebury Technical, Brookfield USA. pp. 354.
23. Trajkovic, B., Ivetic, M., Calomino, F., D'Ippolito, A., (1999). "Investigation of transition from free surface to pressurized flow in a circular pipe", Water Science and Technology, 39 (9), p 105-112.
24. Vasconcelos J.G. and Wright S.J.; (2004). "Numerical Modeling of the Transition Between Free Surface and Pressurized Flow in Storm Sewers." Online:  
<http://www.unb.br/enc/recursoshidricos/goes/papers>
25. Vasconcelos J.G.; Wright S.J. and Roe P.L; (2006). "Improved Simulation of Flow Regime Transition in Sewers: Two-Component Pressure Approach." Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 132(6) pp 553-562. October, pp. 1170-1180.
26. Wiggert D.C.; (1972). "Transient flow in free-surface, pressurized systems." Journal of the Hydraulics Division. Vol. 98(1). January, pp 11-27.
27. Wright S.J.; (2008). "Transition from pressurized flow to free surface flow using Preissmann slot models". Comunicación personal.
28. Wylie E.B. and Streeter V.L.; (1983). "Fluid Transients." Feb Press, Corrected Edition, Michigan. 380 pp.

## 11 APÉNDICES

Apéndice A. Variables medidas unificadas en la hoja de cálculo

<i><b>Tiempo [s]</b></i>	<i><b>Nivel Tanque 2 [m]</b></i>	<i><b>Nivel Tanque 1 [m]</b></i>	<i><b>Nivel sensor presión [m]</b></i>
0	0.6587	0.6379	0.6225
5	0.6398	0.6222	0.6068
10	0.621	0.6013	0.5885
15	0.6048	0.5856	0.5729
20	0.5833	0.5673	0.5546
25	0.5671	0.5517	0.5363
30	0.551	0.5334	0.5206
35	0.5321	0.5151	0.5049
40	0.5159	0.4994	0.4919
45	0.4971	0.4837	0.4736
50	0.4809	0.4707	0.4553
55	0.4648	0.4524	0.4422
60	0.4459	0.4341	0.4214
65	0.4297	0.421	0.4057
70	0.4109	0.4002	0.3874
75	0.3947	0.3845	0.3717
80	0.3786	0.3662	0.356
85	0.3624	0.3505	0.3404
90	0.3462	0.3348	0.3221
95	0.3301	0.3192	0.3038
100	0.3139	0.3009	0.2907
105	0.2978	0.2826	0.2725
110	0.2816	0.2695	0.2594
115	0.2654	0.2513	0.2411
120	0.2466	0.2382	0.2281
125	0.2331	0.2199	0.2098
130	0.217	0.2069	0.1941
135	0.2008	0.1886	0.1758
140	0.1846	0.1729	0.1601
145	0.1685	0.1546	0.1471
150	0.155	0.1389	0.1366

155	0.1442	0.1259	0.1262
160	0.1362	0.1154	0.121
165	0.1172	0.105	0.1131
170	0.1146	0.0998	0.1079
175	0.1038	0.0919	0.1027
180	0.0981	0.0867	0.09
185	0.0923	0.0815	0.08
190	0.0881	0.0762	0.07
195	0.0771	0.0762	0.058
200	0.0701	0.0639	0.051
205	0.0634	0.0636	0.0475
210	0.0617	0.061	0.035
215	0.058	0.054	0.0275
220	0.0526	0.041	0.025
225	0.05	0.0384	0.0175
230	0.0473	0.03658	0.0025
235	0.0473	0.0332	0
240	0.0473	0.0332	0

Datos tomados con la videocámara

## Apéndice B. Código de los programas desarrollados.

### B.1. Modelo numérico propuesto para un tubo presurizado bajo condición permanente uniforme.

Option Explicit

Option Base 1

```
'***** PROGRAMA USANDO SLOT DE PREISSMAN PARA CONDICIONES
PERMANENTES *****
'***** ELABORADO POR FEDERICO GARCIA-URIBE
*****
```

```
Public D As Single, CHL As Single, CMN As Double, CMN2 As Single, G
As Single, NSEC As Integer, pi As Double, a As Single, c As Single,
TLAST As Single, Y0 As Double, V0 As Double, Q0 As Double, _
s As Double, S0 As Double, f As Double, DT As Double, DX As Double,
DTDX As Double, NP1 As Integer, CP As Double, CB As Double, CA As
Double, CAP As Double, CN As Double, L(100) As Single, V(100) As
Double, Y(100) As Double, Q(100) As Double, Y1 As Double, SF1 As
Double, SFNP1 As Double, YPp(100) As Double, VSp(100) As Double,
YPc(100) As Double, VSc As Double, YSp(100) As Double, YSc As
Double, QPs(100) As Double, H1 As Double, SFp As Double, SFc(100) As
Double, YNEW(100) As Double, VNEW(100) As Double, QNEW(100) As
Double, QPp(100) As Double, QPc(100) As Double, T As Double, i As
Integer, j As Integer, IP As Integer, DTNEW As Double, DTNEXT As
Double, AR As Double, HR As Double, TOP As Double, HRES1 As Single,
HRES2 As Single, HD As Double, ff As Double, tprint As Boolean, INTE
As Single, TT As Single,
pp As Long, TP As Double, k As Integer, YY(100) As Double, QQ(100)
As Double, VV(100) As Double
```

Sub slot\_nc()

```
NSEC = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c11")
```

```
NP1 = 0
NP1 = NSEC + 1
```

```
' VUELVE LAS VARIABLES =0
```

```
For k = 1 To NP1
```

```
Y(k) = 0 And L(k) = 0 And YNEW(k) = 0 And VNEW(k) = 0 And YPp(k) = 0
And QPp(k) = 0 And V(k) = 0 _ And YPc(k) = 0 And QPc(k) = 0
```

```
Next k
```

```
'LECTURA DE DATOS DE ENTRADA
```

```
D = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C3")
```

```
CHL = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C4")
```

```
TLAST = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C6")
```



```

S0 = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C7")
G = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c10")
a = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c12")
HRES1 = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c13")
f = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c14")
INTE = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c15")
HRES2 = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C16")

If TLAST <= 80 Then MsgBox "CAMBIAR TLAST", vbCritical, "Error en
TLAST"

AR = 3.141516 * D ^ 2 / 4
HR = D / 4
TOP = G * AR / a ^ 2
CMN = Sqr(f * HR ^ 1.3333 / (2 * D * G))
ff = f / (2 * AR * D)

If G >= 10 Then
CMN = CMN / 2.2
Else
CMN = CMN
End If

' ***** CONSTANTES DEL ESQUEMA *****

T = 0
Q0 = Sqr(2 * (HRES1 - HRES2) * D * AR ^ 2 * G / (f * CHL)) 'calcula
Q0 en steady state
DX = CHL / NSEC
DT = CHL / (NSEC * a)
DTDx = DT / DX

' ***** STEADT-STATE CONDITIONS *****
Y(1) = HRES1
Q(1) = Round(Q0, 3)
V(1) = Round(Q(1) / AR, 3)
L(1) = 0

' *****PRINT STEADY STATE CONDITIONS *****

With ActiveWorkbook.Worksheets("results V").Range("b3")
.Offset(0, 1) = "i " & 1
.Offset(1, 1) = V(1)
End With

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Y(1)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Q(1)
End With

For j = 2 To NP1
    Q(j) = Q0
    V(j) = Q0 / AR
    L(j) = DX * (j - 1)
    Y(j) = HRES1 - (Q(j) ^ 2 * L(j) * ff / (AR * G)) 'calcula perdidas
    Y(j) = Round(Y(j), 2)

    With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3") 'Imprime
    resultados en excel para presion
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(Y(j), 3)
    End With

    With ActiveWorkbook.Worksheets("results v").Range("b3") 'Imprime
    resultados en excel para velocidad
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(V(j), 3)
    End With

    With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3") 'Imprime
    resultados en excel para velocidad
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(Q(j), 3)
    End With

Next j

H1 = Y(NP1)
tprint = False
pp = 2

' ***** PROGRAM FOR CALCULATE WITH SLOT *****
T = 0
c = a

' ***** COMPUTE TRANSIENT CONDITIONS IN SLOT*****
' ***** calculado ecuaciones NO CONSERVATIVAS *****

```

```

Do While T <= TLAST

T = T + DT

'***  UPSTREAM END SLOT

CB = Sqr(G * TOP / AR)
SF1 = CMN ^ 2 * V(2) * Abs(V(2)) / HR ^ 1.333 'perdidas con eq de
manning
CN = V(2) - CB * Y(2) + G * (S0 - SF1) * DT
YNEW(1) = HRES1
V(1) = CN + CB * YNEW(1)
VNEW(1) = V(1)

'***  DOWNSTREAM END SLOT

CA = Sqr(G * TOP / AR)
SFNP1 = CMN ^ 2 * V(NSEC) * Abs(V(NSEC)) / HR ^ 1.333 'perdidas con
eq de manning
CP = V(NSEC) + CA * Y(NSEC) + G * (S0 - SFNP1) * DT
YNEW(NP1) = H1 ' + 4 * Sin(2 * 3.1415 * (T / TLAST)) 'HRES2
V(NP1) = CP - CA * YNEW(NP1)
VNEW(NP1) = V(NP1)

'*****  INTERNAL NODES IN SLOT  *****

'PREDICTOR STEP  BACKWARD SLOT

For i = 2 To NSEC
YSp(i) = Y(i) - DTDX * c ^ 2 * (V(i) - V(i - 1)) / G - DTDX * V(i) *
(Y(i) - Y(i - 1)) 'en esta eq se elimino el termino _
HD ya que c = sqr(g*HD) o HD= c^2/g
SFp = CMN ^ 2 * V(i) * Abs(V(i)) / HR ^ 1.333
VSp(i) = V(i) - V(i) * (V(i) - V(i - 1)) * DTDX - G * (Y(i) - Y(i -
1)) * DTDX + G * (S0 - SFp) * DT

SFc(i) = CMN ^ 2 * VSp(i) * Abs(VSp(i)) / HR ^ 1.333
Next i

VSp(NP1) = V(NP1)
YSp(NP1) = Y(NP1)

'  CORRECTOR STEP FORWARD SLOT

For i = 2 To NSEC
YSc = Y(i) - c ^ 2 * DTDX * (VSp(i + 1) - VSp(i)) / G - VSp(i) *
(YSp(i + 1) - YSp(i)) * DTDX
VSc = V(i) - VSp(i) * (VSp(i + 1) - VSp(i)) * DTDX - G * (YSp(i + 1)
- YSp(i)) * DTDX + G * (S0 - SFc(i)) * DT

'  CALCULATE NEW VARIABLES SLOT

YNEW(i) = 0.5 * (YSp(i) + YSc)

```

```

VNEW(i) = 0.5 * (VSp(i) + VSc)

Next i

' ***** Imprime ciertos intervalos de tiempo
TT = INTE * 60          'Transforma los minutos a segundos

tprint = True

For i = 1 To NP1
V(i) = Round(VNEW(i), 3)
Y(i) = Round(YNEW(i), 3)
Q(i) = Round(V(i) * AR, 3)

With ActiveWorkbook.Worksheets("results y").Range("b3")
If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
        .Offset(pp, i) = Y(i)
End If
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results V").Range("b3")
If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
        .Offset(pp, i) = V(i)
End If
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
        .Offset(pp, i) = Q(i)
End If
End With
Next i

If tprint = True Then
pp = pp + 1
tprint = False
End If
Loop

End Sub

```

## B.2. Esquema numérico de MacCormack y Método de las Características para las fronteras usando las ecuaciones para flujo presurizado bajo condición permanente uniforme y oscilatoria.

Option Base 1  
Option Explicit

```
'*****  
'* Programa para tuberia a presion para condiciones steady state  
usando MacCormack y MOC  
'*****ELABORADO POR FEDERICO GARCIA URIBE  
*****
```

```
Public D As Single, CHL As Single, CMN As Single, G As Single, NSEC  
As Integer, pi As Single, TLAST As Single, Q(500) As Single, Y(500)  
As Single, Q0 As Single, HRES1 As Single, V0 As Single, HRES2 As  
Single, DX As Single, DT As Single, a As Single, NP1 As Integer, i  
As Integer, QNEW(500) As Single, YNEW(500) As Single, f As Single,  
CP As Single, CB As Single, CA As Single, CN As Single, DTDX As  
Single, TP As Single, T As Single, DTNEW As Single, AR As Single, _  
L(50) As Single, Yp(500) As Single, pp As Single, Qp(500) As Single,  
HP2 As Single, Yc(500) As Single, Qc(500) As Single, ff As Single,  
H1 As Single, tprint As Boolean, INTE As Single, TT As Single
```

```
Sub presion()
```

```
NSEC = Workbooks("presion ss 4.xls").Worksheets("datos  
entrada").Range("c12")
```

```
NP1 = 0  
NP1 = NSEC + 1
```

```
' vuelve variables almacenadas = 0  
For i = 1 To NP1  
Y(i) = 0 And Yp(i) = 0 And YNEW(i) = 0 And L(i) = 0 And Q(i) = 0 And  
QNEW(i) = 0 And Qp(i) = 0  
Next i
```

```
D = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C4")  
CHL = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C5")  
f = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("datos  
entrada").Range("C6")  
TLAST = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C7")  
'Q0 = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C8")  
HRES1 = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C9")  
HRES2 = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("Datos  
Entrada").Range("C10")
```

```

G = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("datos
entrada").Range("c11")
a = Workbooks("presion ss 4").Worksheets("datos
entrada").Range("c13")
INTE = Workbooks("presion ss 4.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c14")

AR = 3.141516 * D ^ 2 / 4

'***** STEADT-STATE CONDITIONS.25 *****
T = 0
Q0 = Sqr(2 * (HRES1 - HRES2) * D * AR ^ 2 * G / (f * CHL)) 'calcula
Q0 en steady state
V0 = Q0 / AR
DX = CHL / NSEC
DT = CHL / (NSEC * a)
DTDx = 1 * DT / DX
CA = G * AR / a
ff = f / (2 * AR * D)

Y(1) = HRES1
Q(1) = Round(Q0, 3)
L(1) = 0

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Q(1)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Y(1)
End With

' **** CALCULATE FOR S.S
For i = 2 To NP1
    Q(i) = Q0
    L(i) = DX * (i - 1)
    Y(i) = HRES1 - (Q(i) ^ 2 * L(i) * ff / (AR * G))
    Y(i) = Round(Y(i), 2)

    Debug.Print i, H(i)
' **** PRINT RESULTS FOR S.S
With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
    .Offset(0, 0) = "Time"
    .Offset(0, i) = "i " & i
    .Offset(1, 0) = 0
    .Offset(1, i) = Round(Q(i), 2)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
    .Offset(0, 0) = "Time"
    .Offset(0, i) = "i " & i
    .Offset(1, 0) = 0
    .Offset(1, i) = Round(Y(i), 2)

```

```

End With

Next i

tprint = False
pp = 2

' ***** COMPUTE TRANSIENT CONDITIONS*****
Do While T <= TLAST

T = T + DT
'    **UPSTREAM END**

Y(1) = HRES1
CN = Q(2) - CA * Y(2) - ff * DT * Q(2) * Abs(Q(2))
Q(1) = CN + CA * Y(1)

YNEW(1) = Y(1)
QNEW(1) = Q(1)

'    **DOWNSTREAM END
Y(NP1) = HRES2 'PARA FLUJO UNIFORME
Y(NP1) = h1 + 4 * Sin(2 * 3.1415 * (T / TLAST)) 'PARA FLUJO
OSCILATORIO
CP = Q(NSEC) + CA * Y(NSEC) - ff * DT * Q(NSEC) * Abs(Q(NSEC))
Q(NP1) = CP - CA * Y(NP1)

YNEW(NP1) = Y(NP1)
QNEW(NP1) = Q(NP1)

'***** INTERNAL NODES *****
'PREDICTOR STEP

For i = 2 To NSEC
Yp(i) = Y(i) - (DTDx * a ^ 2 / (G * AR)) * (Q(i) - Q(i - 1))
Yp(i) = Round(Yp(i), 2)
Qp(i) = Q(i) - DTDx * G * AR * (Y(i) - Y(i - 1)) - DT * ff * Q(i) *
Abs(Q(i))
Qp(i) = Round(Qp(i), 2)
Debug.Print T; i; HP1(1); QP1(1); HP1(i); QP1(i)
Next i

'CORRECTOR STEP

For i = 2 To NSEC
Yp(NP1) = Round(Y(NP1), 2)
Qp(NP1) = Round(Q(NP1), 2)

Yc(i) = Y(i) - (DTDx * a ^ 2 / (G * AR)) * (Qp(i + 1) - Qp(i))
Yc(i) = Round(Yc(i), 2)
Qc(i) = Q(i) - DTDx * G * AR * (Yp(i + 1) - Yp(i)) - ff * DT * Qp(i)
* Abs(Qp(i))
Qc(i) = Round(Qc(i), 2)

```

```

YNEW(i) = 0.5 * (Yp(i) + Yc(i))
QNEW(i) = 0.5 * (Qp(i) + Qc(i))
Debug.Print T; i; HP(i); Qp(i); Qp(NP1); HP(NP1)
Next i

' UPDATE VALUES AND EXPORT TO EXCEL
TT = INTE * 60          'Transforma los minutos a segundos
TP = T Mod TT

If TP = 0 Then
tprint = True
End If

For i = 1 To NP1
Y(i) = Round(YNEW(i), 2)
Q(i) = Round(QNEW(i), 2)

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
If tprint = True Then
.Offset(1, 0) = 0
.Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
.Offset(pp, i) = Q(i) 'aqui puede ser QPp(i), QPc(i)
End If
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
If tprint = True Then
.Offset(1, 0) = 0
.Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
.Offset(pp, i) = Y(i)
End If
End With
Next i

If tprint = True Then
pp = pp + 1
tprint = False
End If

Loop

End Sub

```



### B.3. Programa para resolver las ecuaciones para flujo presurizado usando Método De Las Características a un tanque aguas arriba y aguas abajo con frontera permanente uniforme y variable

```
Option Explicit
Option Base 1
```

```
'***** PROGRAMA PARA RESOLVER LAS ECUACIONES PARA FLUJO PRESURIZADO
USANDO METODO DE LAS CARACTERISTICAS A UN TANQUE AGUAS ARRIBA Y
AGUAS ABAJO CON FRONTERA PERMANENTE UNIFORME Y
VARIABLE*****
```

```
'***** DESARROLLADO POR FEDERICO GARCIA URIBE *****
```

```
Public a As Single, AR As Single, D As Single, DT As Single, f As
Single, H(100) As Single, HP(100) As Single, HRES As Single, HS As
Single, IPRINT As Integer, L As Single, N As Integer, Q(100) As
Single, Q0 As Single, QP(100) As Single, QS As Single, TAU As
Single, TAUf As Single, TAU0 As Single, TLAST As Single, TV As
Single, CA As Single, CF As Single, ff As Single, NN As Single, _
DH As Single, i As Integer, T As Single, CN As Single, j As Integer,
CP As Single, pp As Integer, hl As Single
```

```
Sub valve()
```

```
With Workbooks("valve.xls")
N = Worksheets("Datos Entrada").Range("C3")
TLAST = Worksheets("Datos Entrada").Range("C4")
Q0 = Worksheets("Datos Entrada").Range("C5")
L = Worksheets("Datos Entrada").Range("C6")
D = Worksheets("Datos Entrada").Range("C7")
a = Worksheets("Datos Entrada").Range("c8")
f = Worksheets("Datos Entrada").Range("c9")
HRES = Worksheets("Datos Entrada").Range("c10")
```

```
Debug.Print N, TLAST, Q0, L, D, a, f
```

```
End With
```

```
'*****COMPUTATION OF PIPE CONSTANTS*****
```

```
AR = 0.7854 * D ^ 2
CA = 9.81 * AR / a
DT = L / (N * (a))
CF = f * DT / (2 * D * AR)
ff = f * L / (19.62 * D * N * AR ^ 2) '9.81*2 = 19.62
```

```
'*****STEADY STATE CONDITIONS*****
```

```
H(1) = HRES
NN = N + 1
DH = ff * Q0 ^ 2
```

```
For i = 1 To NN
H(i) = HRES - (i - 1) * DH
Q(i) = Q0
```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel presurizado var caudal
    .Offset(0, 0) = "Time"
    .Offset(0, i) = "i " & i
    .Offset(1, 0) = 0
    .Offset(1, i) = Round(Q(i), 3)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results H").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel presurizado var caudal
    .Offset(0, 0) = "Time"
    .Offset(0, i) = "i " & i
    .Offset(1, 0) = 0
    .Offset(1, i) = Round(H(i), 3)
End With
Next i

h1 = H(NN)
T = 0
pp = 2

Do While T <= TLAST

T = T + DT

'***** UPSTREAM RESERVOIR*****
HP(1) = HRES
CN = Q(2) - H(2) * CA - CF * Q(2) * Abs(Q(2))
QP(1) = CN + CA * HRES

'*****INTERIOR POINTS*****
For j = 2 To N
CN = Q(j + 1) - CA * H(j + 1) - CF * Q(j + 1) * Abs(Q(j + 1))
CP = Q(j - 1) + CA * H(j - 1) - CF * Q(j - 1) * Abs(Q(j - 1))
QP(j) = 0.5 * (CP + CN)
HP(j) = (CP - QP(j)) / CA
Next j

'*****DOWNSTREAM CONDITION*****
CP = Q(N) + CA * H(N) - CF * Q(N) * Abs(Q(N))
HP(NN) = H(NN) 'PARA FLUJO UNIFORME
HP(NN) = h1 + 4 * Sin(2 * 3.1415 * (T / TLAST)) 'PARA FLUJO
OSCILATORIO
QP(NN) = CP - CA * HP(NN)

'*****STORING VARIABLES FOR NEXT TIME STEP
For j = 1 To NN
Q(j) = QP(j)
H(j) = HP(j)

With Workbooks("valve.xls").Worksheets("results Q").Range("b3")
    'If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)

```

```

        .Offset(pp, j) = Round(Q(j), 3)
    'End If
End With

With Workbooks("valve.xls").Worksheets("results H").Range("b3")
    'If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
        .Offset(pp, j) = Round(H(j), 3)
    'End If
End With

Next j
pp = pp + 1

Loop

End Sub

```

## B.4 Programa para la simulación de flujo mixto (presurizado/libre) para la despresurizada de un tubo y despresurizada y presurizada de un tubo con el método numérico propuesto

Option Explicit

Option Base 1

'\*\*\*\*\* PROGRAMA USANDO SLOT DE PREISSMAN PARA CONDICIONES DE VACIADO  
SUAVE DEL TUBO

'\*\*\*\*\* ELABORADO POR FEDERICO GARCIA URIBE\*\*\*\*\*

```
Public D As Double, CHL As Single, CMN As Double, CMN2 As Single, g
As Single, NSEC As Integer, pi As Single, a As Single, c() As
Single, TLAST As Single, Y0 As Single, V0 As Single, Q0 As Single, _
s As Single, S0 As Single, f As Single, dt_old As Single, _
DT As Single, DX As Single, DTDX As Single, NP1 As Integer, CP As
Double, CB As Double, CA As Double, CAP As Single, CN As Single, _
L() As Single, V() As Double, Y() As Double, Q() As Double, _
SF1 As Double, SFNP1 As Double, YPp() As Double, VSp() As Double,
YPc() As Double, VSc As Double, YSp() As Double, YSc As Double,
QPs() As Double, SFp As Double, SFc() As Double, YNEW() As Double,
VNEW() As Double, QNEW() As Double, QPp() As Double, QPc() As
Double, T As Single, i As Integer, ii As Integer, j As Integer, IP
As Integer, DTNEW As Single, DTNEXT As Single, AR As Single, HR As
Double, TOP As Double, TOP_ini As Double, HRES1 As Single, HRES2 As
Single, HD As Double, ff As Double, tprint As Boolean, INTE As
Single, TT As Double, pp As Long, TP As Single, k As Integer,
YY(100) As Double, QQ(100) As Double, VV(100) As Double, _
teta(100) As Double, HRd As Double, Y1 As Double, X1 As Double, Y2
As Double, X2 As Double, COURANT As Double, flag As Boolean
```

Function z(Y As Double, D As Double) As Double

z = 1 - 2 \* Y / D

End Function

Function ARE(teta As Double, D As Double) As Double

ARE = (teta - Sin(teta)) \* D ^ 2 / 8

End Function

Function HRc(teta As Double, D As Double) As Double 'Radio  
hidraulico para CANAL

HRc = (teta - Sin(teta)) \* D ^ 2 / (8 \* (0.5 \* teta \* D))  
'HR=AREA/Perimetro (perim=0.5 D teta)

End Function

Function TOPc(Y As Double, D As Double) As Double 'Top para CANAL

TOPc = 2 \* Sqr(Y \* (D - Y))

End Function

Sub slot\_nc()

NSEC = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos  
entrada").Range("c11")

```

NP1 = 0
NP1 = NSEC + 1

ReDim c(NP1), L(NP1), Q(NP1), Y(NP1), YNEW(NP1), V(NP1), VNEW(NP1),
YPp(NP1), VSp(NP1), YPc(NP1), QNEW(NP1), YSp(NP1), _
SFc(NP1), QPp(NP1), QPc(NP1), QPs(NP1)

' VUELVE LAS VARIABLES =0
For k = 1 To NP1
Y(k) = 0 And L(k) = 0 And VNEW(k) = 0 And YPp(k) = 0 And QPp(k) = 0
And V(k) = 0 _
And YPc(k) = 0 And QPc(k) = 0
Next k

'LECTURA DE DATOS DE ENTRADA
D = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C3")
CHL = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C4")
TLAST = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C6")
S0 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C7")
g = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c10")
a = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c12")
HRES1 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c13")
f = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c14")
INTE = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c15")
HRES2 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C16")

'***** CALCULO DE CONSTANTES *****
AR = 3.141516 * D ^ 2 / 4
HR = D / 4
TOP_ini = g * AR / a ^ 2 '0.000087788
CMN = Sqr(f * HR ^ 1.3333 / (2 * D * g))
ff = f / (2 * AR * D)

If g >= 10 Then
CMN = CMN / 2.2
Else
CMN = CMN
End If

```

```

Q0 = Sqr(2 * (HRES1 - HRES2) * D * AR ^ 2 * g / (f * CHL)) 'calcula
Q0 en steady state
DX = CHL / NSEC
DT = CHL / (NSEC * a)
DTDx = DT / DX

```

```

'**** CONDICIONES STEADT-STATE PARA EL PUNTO 1 ****
Y(1) = HRES1
Q(1) = Round(Q0, 3)
V(1) = Round(Q(1) / AR, 3)
L(1) = 0

```

```

'*****PRINT STEADY STATE CONDITIONS *****

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results V").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = V(1)
End With

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Y(1)
End With

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Q(1)
End With

```

```

For j = 2 To NP1
Q(j) = Q0          'Establece Q para los nodos 2 hasta el
ultimo
V(j) = Q0 / AR     'Establece V para los nodos 2 hasta el
ultimo
L(j) = DX * (j - 1) 'Establece la longitud por nodo
c(j) = a

```

```

Y(j) = HRES1 - (Q(j) ^ 2 * L(j) * ff / (AR * g)) 'Establece la
presion para cada nodo
Y(j) = Round(Y(j), 3)          'Redondea a 3 cifras la presion
anterior

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel para presion
    .Offset(0, 0) = "Time"
    .Offset(0, j) = "i " & j
    .Offset(1, 0) = 0
    .Offset(1, j) = Round(Y(j), 3)
End With

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results v").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel para velocidad
    .Offset(0, 0) = "Time"

```

```

        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(V(j), 3)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Q").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel para velocidad
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(Q(j), 3)
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("COURANT").Range("b3") 'Imprime
resultados en excel para velocidad
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
End With

Next j

pp = 2
flag = True
tprint = False

i = NSEC
'***** CALCULATE WITH SLOT *****

T = 0

' ***** COMPUTE TRANSIENT CONDITIONS INTO SLOT*****
' ***** calculado ecuaciones NO CONSERVATIVAS *****

Do While T <= TLAST

T = T + DT

'*** UPSTREAM END SLOT (Calculado por el metodo de las
caracteristicas)
CB = g / c(2) ' = Sqr(G * TOP / AR) SON SEMEJANTES
SF1 = CMN ^ 2 * V(2) * Abs(V(2)) / HR ^ 1.333 'perdidas con eq de
manning
CN = V(2) - CB * Y(2) + g * (S0 - SF1) * DT
YNEW(1) = HRES1
V(1) = CN + CB * YNEW(1)
VNEW(1) = V(1)

' * DOWNSTREAM END SLOT (Calculado por el metodo de las
caracteristicas)

```

```

YNEW(NP1) = HRES2 - 0.0013333 * T      ' PARA UNA DESPRESURIZACION
LENTA SE USA ESTA
'YNEW(NP1) = HRES2 - 0.8 * Sin(2 * 3.1415 * (T / TLAST)) ' PARA UNA
DESPRESURIZACION Y PRESURIZACION LENTA SE USA ESTA

'*****          Aqui puede operar la transicion
Y(NP1) = YNEW(NP1)
If Y(NSEC) < 0.95 * D Then      'Condicion si Y(NP1) esta por debajo de
la corona del tubo

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("o4") = z(Y(NSEC), D)
    .Range("o5") = "=acos(o4)"
    teta(NSEC) = 2 * Range("o5")      ' este
angulo corresponde a la profundidad y(np1)
End With

TOP = TOPc(Y(NSEC), D)      'Top para el canal aguas abajo
AR = ARE(teta(NSEC), D)      'Area para el canal aguas abajo
HR = HRC(teta(NSEC), D)      'Radio hidraulico para el canal aguas
abajo

ElseIf Y(NSEC) >= 0.95 * D And Y(NSEC) < 1 * D Then      'Esta
condicion activa la interpolacion
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1 * D And Y(NSEC) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1.1 * D And Y(NSEC) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1.2 * D And Y(NSEC) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini      'Esto funciona si y(NP1) > 1.5*D osea que
esta en el slot y funciona como tubo

End If

```



```

c(NSEC) = Sqr(g * AR / TOP)      'Calcula la celeridad con el TOP
calculado en alguna de las condiciones anteriores

Y(NP1) = YNEW(NP1)

If Y(NP1) < 0.95 * D Then      'Condicion si Y(NP1) esta por debajo de
la corona del tubo

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("o8") = z(Y(NP1), D)
    .Range("o9") = "=acos(o8)"
    teta(NP1) = 2 * Range("o9")      ' este
angulo corresponde a la profundidad y(np1)
End With

TOP = TOPc(Y(NP1), D)      'Top para el canal aguas abajo
AR = ARE(teta(NP1), D)      'Area para el canal aguas abajo
HR = HRC(teta(NP1), D)      'Radio hidraulico para el canal aguas
abajo

ElseIf Y(NP1) >= 0.95 * D And Y(NP1) < 1 * D Then      'Esta condicion
activa la interpolacion
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1 * D And Y(NP1) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1.1 * D And Y(NP1) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1.2 * D And Y(NP1) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interbc
Else: TOP = TOP_ini
End If

c(NP1) = Sqr(g * AR / TOP)

CA = g / c(NSEC)      '= Sqr(G * TOP / AR)
SFNP1 = CMN ^ 2 * V(NSEC) * Abs(V(NSEC)) / HR ^ 1.333 'perdidas con
eq de manning
CP = V(NSEC) + CA * Y(NSEC) + g * (S0 - SFNP1) * DT

```

```

VNEW(NP1) = CP - CA * YNEW(NP1)

TOP = 0      'Resetea el top
'***** INTERNAL NODES IN SLOT *****

'PREDICTOR STEP  BACKWARD SLOT

For i = 2 To NSEC
If Y(i) < 0.95 * D Then      'activa los parametros para canales cuando
Y(i) < 0.95*D por debajo de la corona del tubo
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("l4") = z(Y(i), D)
    .Range("l5") = "=acos(l4)"
    teta(i) = 2 * Range("l5")          ''angulo que
corresponde a la profundidad Y(i)
End With

TOP = TOPc(Y(i), D)          'Top para canal nodos internos para el
predictor
AR = ARE(teta(i), D)         'Area para canal nodos internos para el
predictor
HR = HRc(teta(i), D)         'Radio hidraulico para canal nodos
internos para el predictor

ElseIf Y(i) >= 0.95 * D And Y(i) < 1 * D Then
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1 * D And Y(i) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.1 * D And Y(i) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.2 * D And Y(i) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini

End If

```

```

c(i) = Sqr(g * AR / TOP)      'Calcula celeridad para nodos internos
segun el TOP calculado en las condiciones anteriores

YSp(i) = Y(i) - DTDX * c(i) ^ 2 * (V(i) - V(i - 1)) / g - DTDX *
V(i) * (Y(i) - Y(i - 1)) 'en esta eq se elimino el termino _
HD ya que c = sqr(g*HD) o HD= c^2/g ***** YSp=
Y(profundidad),S(slot),p(predictor)
SFp = CMN ^ 2 * V(i) * Abs(V(i)) / HR ^ 1.333 'Calcula perdidas con
manning
VSp(i) = V(i) - V(i) * (V(i) - V(i - 1)) * DTDX - g * (Y(i) - Y(i -
1)) * DTDX + g * (S0 - SFp) * DT 'ecuacion que calcula _
la velocidad en el slot ***** VSp= V(velocidad),S(slot),p(predictor)

SFc(i) = CMN ^ 2 * VSp(i) * Abs(VSp(i)) / HR ^ 1.333      'calcula
perdidas con manning para el CORRECTOR

With ActiveWorkbook.Worksheets("C2").Range("b3")
'If tprint = True Then
    .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
    .Offset(pp, i) = c(i)
'End If
End With

Next i

TOP = 0      'Resetea el TOP
VSp(NP1) = V(NP1)
YSp(NP1) = Y(NP1)

' CORRECTOR STEP FORWARD SLOT 1st alternative

For i = 2 To NSEC
If Y(i) < 0.95 * D Then      'activa los parametros para canales cuando
y < 0.95*D
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("l4") = z(Y(i), D)
    .Range("l5") = "=acos(l4)"
    teta(i) = 2 * Range("l5")          ''angulo que
corresponde a la profundidad Y(i)
End With

TOP = TOPc(Y(i), D)          'Top para canal nodos internos para el
corrector
AR = ARE(teta(i), D)         'Area para canal nodos internos para el
corrector
HR = HRc(teta(i), D)         'Radio hidraulico para canal nodos
internos para el corrector

ElseIf Y(i) >= 0.95 * D And Y(i) < 1 * D Then
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D

```

```

Call interni
ElseIf Y(i) >= 1 * D And Y(i) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.1 * D And Y(i) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.2 * D And Y(i) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini

End If

c(i) = Sqr(g * AR / TOP)

YSc = Y(i) - c(i) ^ 2 * DTDX * (VSp(i + 1) - VSp(i)) / g - VSp(i) *
(YSp(i + 1) - YSp(i)) * DTDX 'calcula la presion o profundidad _
para el corrector YSc= Y(prof or presion),S(slot), p(predictor)
VSc = V(i) - VSp(i) * (VSp(i + 1) - VSp(i)) * DTDX - g * (YSp(i + 1)
- YSp(i)) * DTDX + g * (S0 - SFc(i)) * DT

'   CALCULATE NEW VARIABLES SLOT

YNEW(i) = 0.5 * (YSp(i) + YSc)   'Calcula la nueva profundidad o
presion
VNEW(i) = 0.5 * (VSp(i) + VSc)   'Calcula la nueva velocidad

Next i

' ***** Actualizacion de variables e imprime ciertos intervalos de
tiempo
'TT = INTE * 60           'Transforma los minutos a segundos
TP = T Mod INTE

If TP = 0 Then
tprint = True
End If

For ii = 1 To NP1
V(ii) = Round(VNEW(ii), 3)
Y(ii) = Round(YNEW(ii), 3)
Q(ii) = Round(V(ii) * AR, 3)

```

```

With ActiveWorkbook.Worksheets("results y").Range("b3")
If tprint = True Then
    .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
    .Offset(pp, ii) = Y(ii)
    '.Offset(pp, 7) = TOP
End If
End With

With ActiveWorkbook.Worksheets("results V").Range("b3")
If tprint = True Then
    .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
    .Offset(pp, ii) = V(ii)
End If
End With

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("m8") = T
End With
Loop

End Sub

Sub interbc() 'Interpolacion para frontera aguas abajo
TOP = ((Y2 - Y1) / (X2 - X1)) * (YNEW(NP1) - X1) + Y1
    ' Debug.Print TOP, YNEW(NP1), Y2, Y1, X2, X1, pp
End Sub

Sub interni() 'Interpolacion para nodos internos
TOP = ((Y2 - Y1) / (X2 - X1)) * (Y(i) - X1) + Y1
    ' Debug.Print TOP, Y2, Y1, X2, X1
End Sub

```

B.5. Código para la simulación de flujo mixto (presurizado/libre) con las fronteras aguas arriba y aguas abajo variables para la despresurizada de un tubo con el modelo numerico propuesto.

```
Option Explicit
Option Base 1
```

```
'***** CÓDIGO PARA LA SIMULACIÓN DE FLUJO MIXTO (PRESURIZADO/LIBRE)
CON LAS FRONTERAS AGUAS ARRIBA Y AGUAS ABAJO VARIABLES PARA LA
DESPRESURIZADA DE UN TUBO CON EL MODELO NUMERICO PROPUESTO *****
'***** DESARROLLADO POR FEDERICO GARCIA URIBE *****
```

```
Public D As Double, CHL As Single, CMN As Double, CMN2 As Single, g
As Single, NSEC As Integer, pi As Single, a As Single, c() As
Single, TLAST As Single, Y0 As Single, V0 As Single, Q0 As Single, _
s As Single, S0 As Single, f As Single, dt_old As Single, TPP As
Double, YBC2 As Single, DT As Single, DX As Single, DTDX As Single,
NP1 As Integer, CP As Double, CB As Double, CA As Double, CAP As
Single, CN As Single, L() As Single, V() As Double, Y() As Double,
Q() As Double, x As Double, TBC As Double, SF1 As Double, SFNP1 As
Double, YPp() As Double, VSp() As Double, YPc() As Double, VSc As
Double, YSp() As Double, YSc As Double, QPs() As Double, h1 As
Single, aux As Double, YBC1 As Single, SFp As Double, SFc() As
Double, YNEW() As Double, VNEW() As Double, QNEW() As Double, _
QPp() As Double, QPc() As Double, T As Single, i As Integer, ii As
Integer, j As Integer, IP As Integer, DTNEW As Single, DTNEXT As
Single, AR As Single, HR As Double, TOP As Double, TOP_ini As
Double, HRES1 As Single, HRES2 As Single, HD As Double, ff As
Double, tprint As Boolean, INTE As Single, TT As Double, iflag As
Boolean, pp As Long, TP As Single, k As Integer, YY(100) As Double,
QQ(100) As Double, VV(100) As Double, teta(100) As Double, HRd As
Double, Y1 As Double, X1 As Double, Y2 As Double, X2 As Double,
COURANT As Double, flag As Boolean, T1 As Double, T2 As Double, K1a
As Double, K1b As Double, K2a As Double, K2b As Double
```

```
Function z(Y As Double, D As Double) As Double
    z = 1 - 2 * Y / D
End Function
```

```
Function ARE(teta As Double, D As Double) As Double
    ARE = (teta - Sin(teta)) * D ^ 2 / 8
End Function
```

```
Function HRC(teta As Double, D As Double) As Double 'Radio
hidraulico para CANAL
    HRC = (teta - Sin(teta)) * D ^ 2 / (8 * (0.5 * teta * D))
'HR=AREA/Perimetro (perim=0.5 D teta)
End Function
```

```
Function TOPc(Y As Double, D As Double) As Double 'Top para CANAL
    TOPc = 2 * Sqr(Y * (D - Y))
End Function
```

```
Sub slot_nc()
```

```

NSEC = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c11")

NP1 = 0
NP1 = NSEC + 1

ReDim c(NP1), L(NP1), Q(NP1), Y(NP1), YNEW(NP1), V(NP1), VNEW(NP1),
Yp(NP1), VSp(NP1), Yp(NP1), QNEW(NP1), YSp(NP1), _
Sf(NP1), Qp(NP1), Qp(NP1), Qp(NP1)

' VUELVE LAS VARIABLES =0
For k = 1 To NP1
Y(k) = 0 And L(k) = 0 And VNEW(k) = 0 And Yp(k) = 0 And Qp(k) = 0
And V(k) = 0 _
And Yp(k) = 0 And Qp(k) = 0
Next k

' LECTURA DE DATOS DE ENTRADA
D = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C3")
CHL = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C4")
' CMN = Workbooks("slot nc ss.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("C5")
TLAST = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C6")
S0 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C7")
V0 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C8")
g = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c10")
a = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c12")
HRES1 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c13")
f = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c14")
INTE = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos
entrada").Range("c15")
HRES2 = Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("Datos
Entrada").Range("C16")

' ***** CALCULO DE CONSTANTES *****
AR = 3.141516 * D ^ 2 / 4
HR = D / 4
TOP_ini = g * AR / a ^ 2 '0.000087788
CMN = Sqr(f * HR ^ 1.3333 / (2 * D * g))
ff = f / (2 * AR * D)

If g >= 10 Then

```

```

CMN = CMN / 2.2
Else
CMN = CMN
End If

Q0 = V0 * AR * Sqr(2 * (HRES1 - HRES2) * D * AR ^ 2 * g / (f * CHL))
'calcula Q0 en steady state
DX = CHL / NSEC
DT = CHL / (NSEC * a)
DTDx = DT / DX

'***** CONDICIONES STEADY-STATE PARA EL PUNTO 1 *****
Y(1) = HRES1
Q(1) = Round(Q0, 3)
V(1) = V0 * Round(Q(1) / AR, 3)
L(1) = 0

'*****PRINT STEADY STATE CONDITIONS *****

With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3")
    .Offset(0, 1) = "i " & 1
    .Offset(1, 1) = Y(1)
End With

For j = 2 To NP1
    Q(j) = Q0 'Establece Q para los nodos 2 hasta el
    ultimo
    V(j) = Q0 / AR 'Establece V para los nodos 2 hasta el
    ultimo
    L(j) = DX * (j - 1) 'Establece la longitud por nodo
    c(j) = a

    Y(j) = ((HRES2 - HRES1) * L(j) / CHL) + HRES1 'HRES1 - (Q(j) ^ 2 *
    L(j) * ff / (AR * g)) 'Establece la presion para cada nodo
    Y(j) = Round(Y(j), 3) 'Redondea a 3 cifras la presion
    anterior

    With ActiveWorkbook.Worksheets("results Y").Range("b3") 'Imprime
    resultados en excel para presion
        .Offset(0, 0) = "Time"
        .Offset(0, j) = "i " & j
        .Offset(1, 0) = 0
        .Offset(1, j) = Round(Y(j), 3)
    End With

Next j

pp = 2
i = NSEC
x = 0
'***** CALCULATE WITH SLOT *****

```



```

T = 0

' ***** COMPUTE TRANSIENT CONDITIONS INTO SLOT*****
' ***** calculado ecuaciones NO CONSERVATIVAS *****

Do While T <= TLAST

T = T + DT

    '**      UPSTREAM  END  SLOT  (Calculado por el metodo de las
caracteristicas)
Call bc
YNEW(1) = YBC1
If Y(2) < 0.95 * D Then      'activa los parametros para canales cuando
y(i) < 0.95*D por debajo de la corona del tubo
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("n4") = z(Y(i), D)
    .Range("n5") = "=acos(n4)"
    teta(2) = 2 * Range("n5")                ''angulo
que corresponde a la profundidad Y(i)
End With

TOP = TOPc(Y(2), D)          'Top para canal nodos internos para el
predictor
AR = ARE(teta(2), D)         'Area para canal nodos internos para el
predictor
HR = HRC(teta(2), D)         'Radio hidraulico para canal nodos
internos para el predictor

ElseIf Y(2) >= 0.95 * D And Y(2) < 1 * D Then
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(2) >= 1 * D And Y(2) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(2) >= 1.1 * D And Y(2) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(2) >= 1.2 * D And Y(2) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini

```

```

c(2) = Sqr(g * AR / TOP)
End If

CB = g / c(2) 'Sqr(g * TOP / AR)          ' SON SEMEJANTES
SF1 = CMN ^ 2 * V(2) * Abs(V(2)) / HR ^ 1.333 'perdidas con eq de
manning
CN = V(2) - CB * Y(2) + g * (S0 - SF1) * DT

V(1) = CN + CB * YNEW(1)
VNEW(1) = V(1)

'*      DOWNSTREAM END SLOT      (Calculado por el metodo de las
caracteristicas)
Call bc
YNEW(NP1) = YBC2

'*****      Aqui puede operar la transicion
Y(NP1) = YNEW(NP1)
If Y(NSEC) < 0.95 * D Then      'Condicion si Y(NP1) esta por debajo de
la corona del tubo

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
        .Range("o4") = z(Y(NSEC), D)
        .Range("o5") = "=acos(o4)"
        teta(NSEC) = 2 * Range("o5")          ' este
angulo corresponde a la profundidad y(np1)
End With

TOP = TOPc(Y(NSEC), D)      'Top para el canal aguas abajo
AR = ARE(teta(NSEC), D)      'Area para el canal aguas abajo
HR = HRC(teta(NSEC), D)      'Radio hidraulico para el canal aguas
abajo

ElseIf Y(NSEC) >= 0.95 * D And Y(NSEC) < 1 * D Then      'Esta
condicion activa la interpolacion
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1 * D And Y(NSEC) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1.1 * D And Y(NSEC) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(NSEC) >= 1.2 * D And Y(NSEC) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2

```

```

Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini      'Esto funciona si Y(NP1) > 1.5*D osea que
esta en el slot y funciona como tubo
End If

c(NSEC) = Sqr(g * AR / TOP)      'Calcula la celeridad con el TOP
calculado en alguna de las condiciones anteriores

Y(NP1) = YNEW(NP1)
If Y(NP1) < 0.95 * D Then      'Condicion si Y(NP1) esta por debajo de
la corona del tubo

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("o8") = z(Y(NP1), D)
    .Range("o9") = "=acos(o8)"
    teta(NP1) = 2 * Range("o9")      ' este
angulo corresponde a la profundidad y(np1)
End With

TOP = TOPc(Y(NP1), D)      'Top para el canal aguas abajo
AR = ARE(teta(NP1), D)      'Area para el canal aguas abajo
HR = HRc(teta(NP1), D)      'Radio hidraulico para el canal aguas
abajo

ElseIf Y(NP1) >= 0.95 * D And Y(NP1) < 1 * D Then      'Esta condicion
activa la interpolacion
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1 * D And Y(NP1) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1.1 * D And Y(NP1) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interbc
ElseIf Y(NP1) >= 1.2 * D And Y(NP1) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interbc
Else: TOP = TOP_ini
End If
c(NP1) = Sqr(g * AR / TOP)

```

```

CA = g / c(NSEC)          'Sqr(g * TOP / AR)
SFNP1 = CMN ^ 2 * V(NSEC) * Abs(V(NSEC)) / HR ^ 1.333 'perdidas con
eq de manning
CP = V(NSEC) + CA * Y(NSEC) + g * (S0 - SFNP1) * DT

V(NP1) = CP - CA * YNEW(NP1)
VNEW(NP1) = V(NP1)

TOP = 0          'Resetea el top

'***** INTERNAL NODES IN SLOT *****

'PREDICTOR STEP BACKWARD SLOT

For i = 2 To NSEC
If Y(i) < 0.95 * D Then 'activa los parametros para canales cuando
Y(i) < 0.95*D por debajo de la corona del tubo
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("l4") = z(Y(i), D)
    .Range("l5") = "=acos(l4)"
    teta(i) = 2 * Range("l5")          ''angulo que
corresponde a la profundidad Y(i)
End With

TOP = TOPc(Y(i), D)          'Top para canal nodos internos para el
predictor
AR = ARE(teta(i), D)          'Area para canal nodos internos para el
predictor
HR = HRc(teta(i), D)          'Radio hidraulico para canal nodos
internos para el predictor

ElseIf Y(i) >= 0.95 * D And Y(i) < 1 * D Then
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1 * D And Y(i) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.1 * D And Y(i) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.2 * D And Y(i) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D

```

```

X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini

End If

c(i) = Sqr(g * AR / TOP)      'Calcula celeridad para nodos internos
segun el TOP calculado en las condiciones anteriores

YSp(i) = Y(i) - DTDX * c(i) ^ 2 * (V(i) - V(i - 1)) / g - DTDX *
V(i) * (Y(i) - Y(i - 1)) 'en esta eq se elimino el termino _
HD ya que c = sqr(g*HD) o HD= c^2/g ***** YSp=
Y(profundidad),S(slot),p(predictor)
SFp = CMN ^ 2 * V(i) * Abs(V(i)) / HR ^ 1.333 'Calcula perdidas con
manning
VSp(i) = V(i) - V(i) * (V(i) - V(i - 1)) * DTDX - g * (Y(i) - Y(i -
1)) * DTDX + g * (S0 - SFp) * DT 'ecuacion que calcula _
la velocidad en el slot ***** VSp= V(velocidad),S(slot),p(predictor)

SFc(i) = CMN ^ 2 * VSp(i) * Abs(VSp(i)) / HR ^ 1.333      'calcula
perdidas con manning para el CORRECTOR

With ActiveWorkbook.Worksheets("C2").Range("b3")
    'If tprint = True Then
        .Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
        .Offset(pp, i) = c(i)
    'End If
End With

Next i

TOP = 0      'Resetea el TOP
VSp(NP1) = V(NP1)
YSp(NP1) = Y(NP1)

' CORRECTOR STEP FORWARD SLOT 1st alternative

For i = 2 To NSEC
If Y(i) < 0.95 * D Then      'activa los parametros para canales cuando
y < 0.95*D
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
    .Range("l4") = z(Y(i), D)
    .Range("l5") = "=acos(l4)"
    teta(i) = 2 * Range("l5")          ''angulo que
corresponde a la profundidad Y(i)
End With

TOP = TOPc(Y(i), D)          'Top para canal nodos internos para el
corrector
AR = ARE(teta(i), D)        'Area para canal nodos internos para el
corrector
HR = HRC(teta(i), D)        'Radio hidraulico para canal nodos
internos para el corrector

```

```

'
ElseIf Y(i) >= 0.95 * D And Y(i) < 1 * D Then
Y2 = 0.19 * D
Y1 = 0.4359 * D
X2 = D
X1 = 0.95 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1 * D And Y(i) < 1.1 * D Then
Y2 = 0.02 * D
Y1 = 0.19 * D
X2 = 1.1 * D
X1 = D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.1 * D And Y(i) < 1.2 * D Then
Y2 = 0.01 * D
Y1 = 0.02 * D
X2 = 1.2 * D
X1 = 1.1 * D
Call interni
ElseIf Y(i) >= 1.2 * D And Y(i) < 1.5 * D Then
Y2 = g * AR / a ^ 2
Y1 = 0.01 * D
X2 = 1.5 * D
X1 = 1.2 * D
Call interni
Else: TOP = TOP_ini
End If

c(i) = Sqr(g * AR / TOP)

YSc = Y(i) - c(i) ^ 2 * DTDX * (VSp(i + 1) - VSp(i)) / g - VSp(i) *
(YSp(i + 1) - YSp(i)) * DTDX 'calcula la presion o profundidad _
para el corrector YSc= Y(prof or presion),S(slot),
p(predictor)
VSc = V(i) - VSp(i) * (VSp(i + 1) - VSp(i)) * DTDX - g * (YSp(i + 1)
- YSp(i)) * DTDX + g * (S0 - SFc(i)) * DT

' CALCULATE NEW VARIABLES SLOT

YNEW(i) = 0.5 * (YSp(i) + YSc) 'Calcula la nueva profundidad o
presion
VNEW(i) = 0.5 * (VSp(i) + VSc) 'Calcula la nueva velocidad

Next i

TOP = 0

' ***** Actualizacion de variables e imprime ciertos intervalos de
tiempo

TP = T / DT 'Considera el contador de DX y lo divide por el
tiempo

```

```

TPP = TP Mod INTE

If TPP = 0 Then
tprint = True
End If

For ii = 1 To NP1
V(ii) = Round(VNEW(ii), 3)
Y(ii) = Round(YNEW(ii), 3)
Q(ii) = Round(V(ii) * AR, 3)

With ActiveWorkbook.Worksheets("results y").Range("b3")
If tprint = True Then
.Offset(pp, 0) = Round(T, 3)
.Offset(pp, ii) = Y(ii)
'.Offset(pp, 7) = TOP
End If
End With

If tprint = True Then
pp = pp + 1
tprint = False
End If

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("datos entrada")
.Range("m8") = T
End With
Loop

End Sub

Sub interbc() 'Interpolacion para frontera aguas abajo
TOP = ((Y2 - Y1) / (X2 - X1)) * (YNEW(NP1) - X1) + Y1
Debug.Print TOP, YNEW(NP1), Y2, Y1, X2, X1, pp
End Sub

Sub interni() 'Interpolacion para nodos internos
TOP = ((Y2 - Y1) / (X2 - X1)) * (Y(i) - X1) + Y1
Debug.Print TOP, Y2, Y1, X2, X1
End Sub

Sub bc() 'sub para interpolar bc
x = 0
iflag = True

Do While iflag = True

With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("bc").Range("a3")
TBC = .Offset(x, 0) 'tiempo en la hoja de las
condiciones de frontera

End With
If T > TBC Then
x = x + 1
Debug.Print x, TBC

```

```

Else
With Workbooks("slot nc vaciado.xls").Worksheets("bc").Range("a3")
T1 = .Offset(x - 1, 0)
T2 = .Offset(x, 0)
K1a = .Offset(x - 1, 1)
K1b = .Offset(x, 1)
K2a = .Offset(x - 1, 2)
K2b = .Offset(x, 2)
YBC1 = ((K1b - K1a) / (T2 - T1)) * (T - T1) + K1a 'frontera aguas
arriba
YBC2 = ((K2b - K2a) / (T2 - T1)) * (T - T1) + K2a 'front aguas
abajo
Debug.Print x; T; T2; T1; K1a; K1b; K2a; K2b; YBC1; YBC2
iflag = False
End With
End If
Debug.Print TBC, x ', T1, T2, K1a, K1b, YBC, x
Loop

End Sub

```